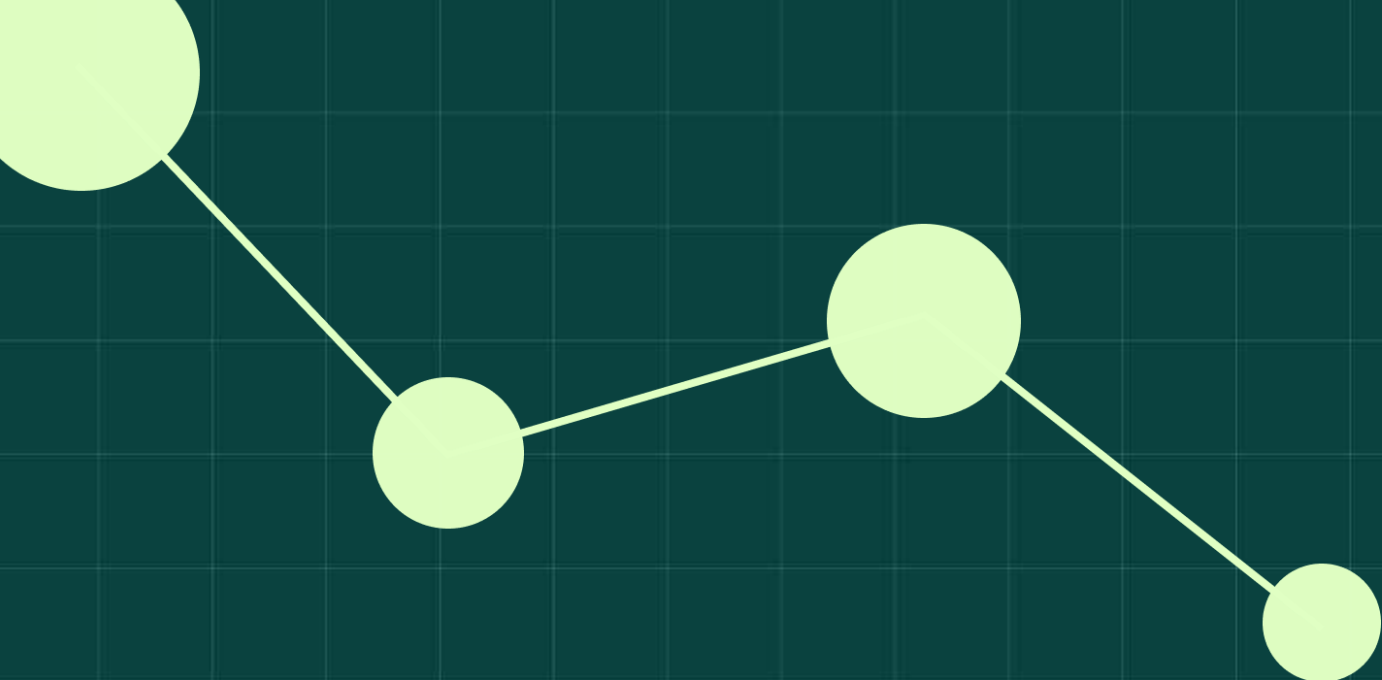
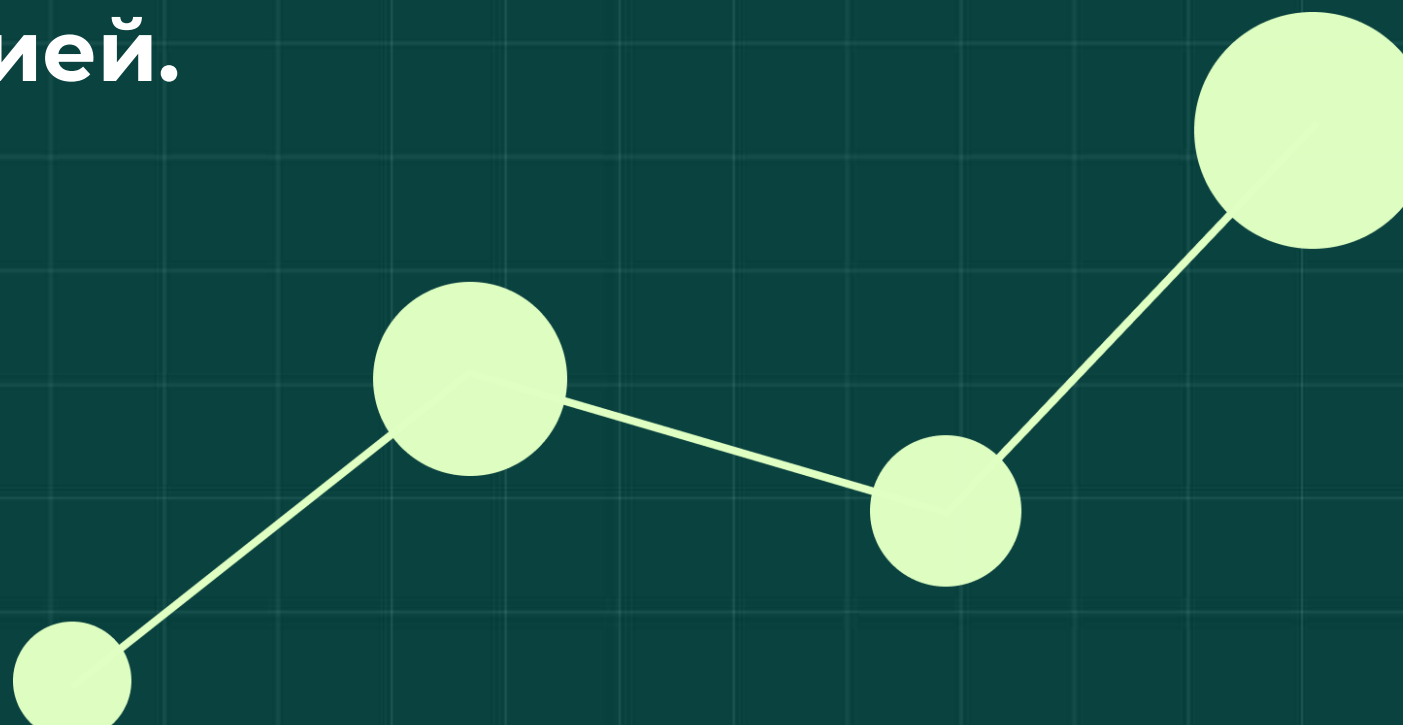




Построения по формулам: геометрия и вычисления

Чертёж рождается из чисел: формулы связывают координаты с длинами, площадями и симметрией.



Где в школьной геометрии встречаются построения по формулам

Построения по формулам помогают решать задачи на координатной плоскости: найти точки, отрезки и фигуры по заданным данным. После изучения прямоугольных координат, формул площадей и периметров, а также симметрии результат можно проверить на рисунке.



Что называют построением по формуле

1

Построение по формуле — это получение геометрического объекта по известным числам и правилам. Например, точка задаётся координатами $A(3; 2)$, а расстояние — длиной отрезка в сантиметрах.

2

Когда формула описывает нужную величину, она задаёт точный ответ и упорядочивает работу: сначала вычисляем, затем переносим результат на чертёж. Так уменьшается риск случайных ошибок.

3

Формулы применяют не только к отдельным точкам, но и к целым фигурам: окружности радиуса 4 см или прямоугольнику со сторонами 5 см и 7 см. Чёткие правила заменяют произвольные построения.

Основные формулы, которые нужны для построений

Геометрический объект	Формула	Что находится
Длина отрезка	d между точками	длина
Середина отрезка	$(x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2$	координаты середины
Прямоугольник	$S = a \cdot b$	площадь
Треугольник	$S = 1/2 \cdot a \cdot h$	площадь
Квадрат	$P = 4a$	периметр
Окружность	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$	точки фигуры

Подбор формулы зависит от фигуры и от того, какие величины известны в условии.

Одна и та же тема «построений по формулам» опирается на набор ключевых выражений: они переводят условие в вычисления, а затем — в чертёж.



Школьная программа по геометрии (8 класс): базовые формулы длины, координат середины, площадей и окружности.

Координатная плоскость как основа всех построений

1

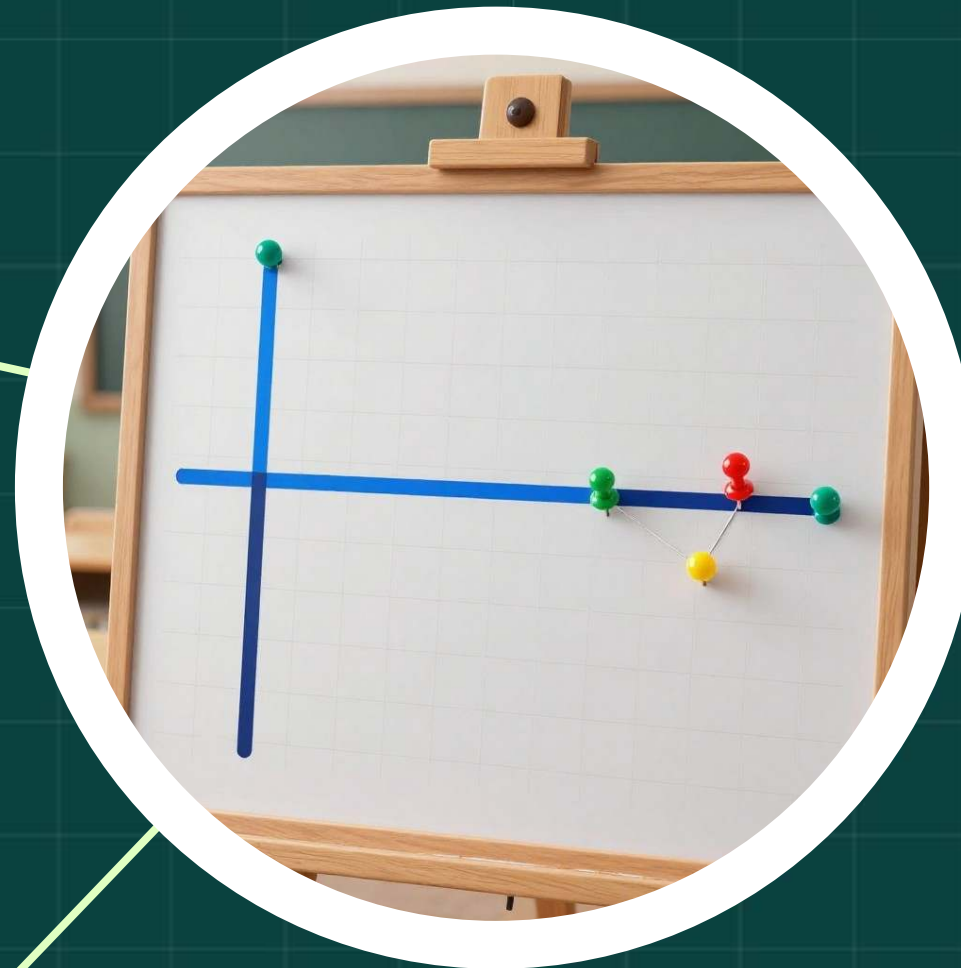
Оси и запись точки

Координатная плоскость устроена так, что горизонтальная ось задаёт x , а вертикальная — y . Каждая точка описывается парой чисел $(x; y)$, поэтому её можно отметить точно по координатам.

2

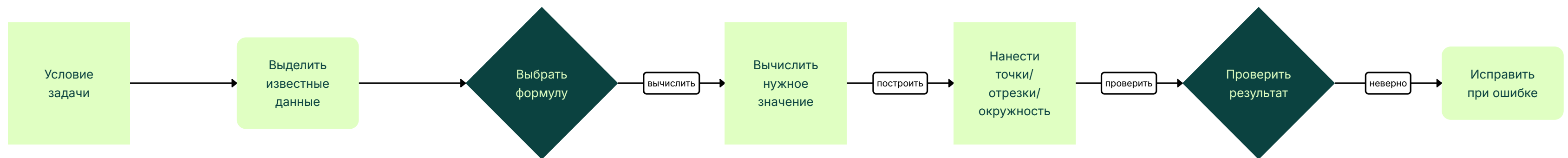
Что можно построить и сравнить

По координатам строят не только отдельные точки, но и отрезки, ломаные и фигуры. Также удобно сравнивать положения объектов на плоскости, чтобы видеть, как меняется их расположение.



Алгоритм построения по формуле

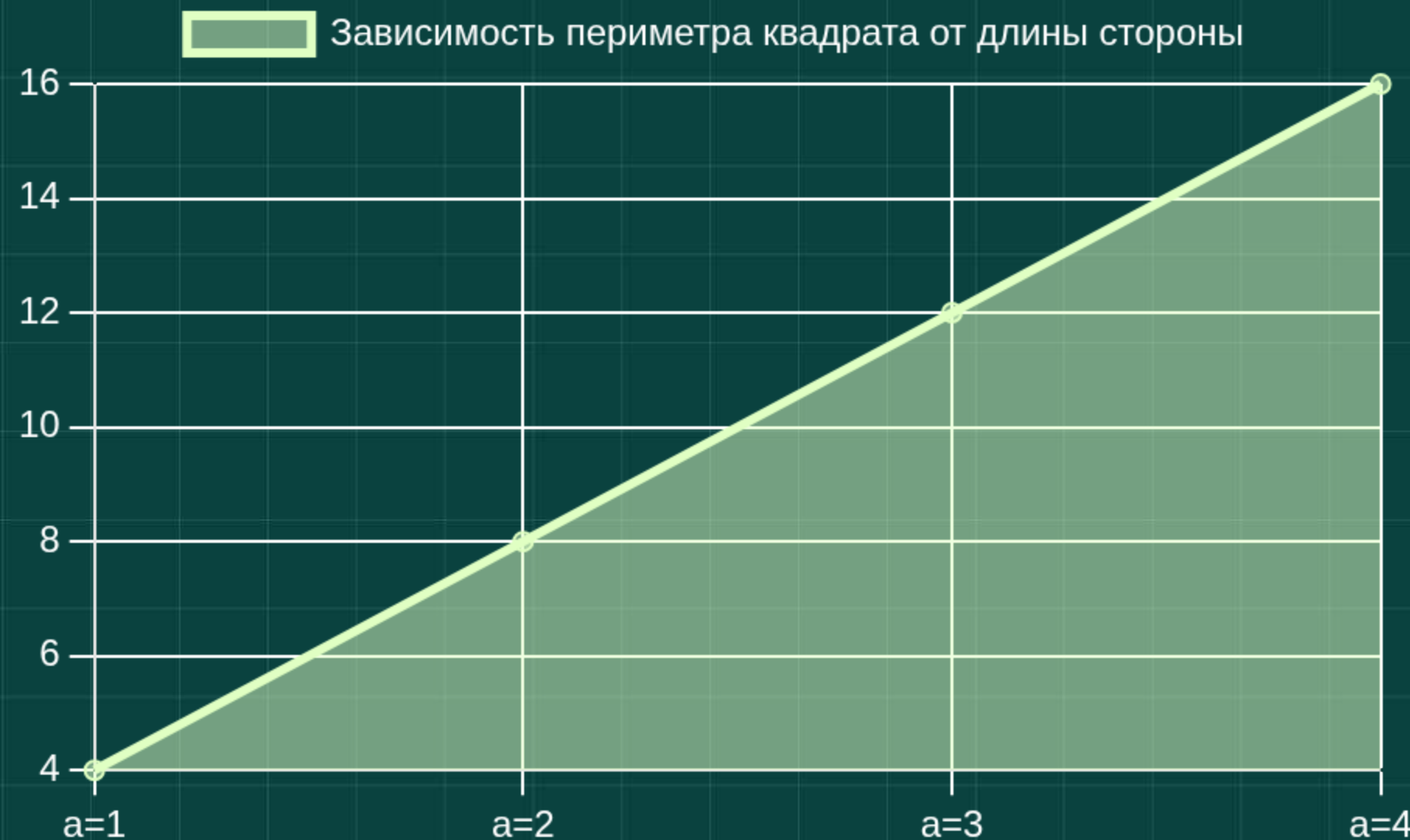
От условия к чертежу: вычисление и проверка идут вместе



Построение точки по координатам

- Точка $A(x; y)$ отмечается после отсчёта числа x по оси x и числа y по оси y . Сначала выбирают горизонтальную координату, затем вертикальную — так чертёж получается аккуратным.
- Положительное x откладывают вправо, а отрицательное — влево. Положительное y направлено вверх, а отрицательное y — вниз, поэтому знаки влияют на положение точки.
- Например, точка $A(4; 2)$ окажется в первой четверти, где обе координаты положительные. А точка $B(-3; 1)$ будет во второй четверти: x отрицательное, y положительное.

Как меняется периметр квадрата при увеличении стороны



На графике видно, что каждая новая величина периметра получается при умножении стороны на 4.

Так как $P=4a$, рост идёт строго пропорционально: меняется сторона — меняется и периметр в одинаковое число раз.

i Вычисления по формуле $P=4a$ (значения a : 1, 2, 3, 4).

Длина отрезка и его середина



Длина по координатам

Длину отрезка находят, сравнивая координаты его концов на координатной плоскости. Формула позволяет перейти от чисел к фактической величине расстояния без «примерок» на глаз.



Середина отрезка

Середина имеет координаты, равные среднему арифметическому координат концов. Поэтому отрезок делится на две равные части, что важно для точного построения.



Зачем это в задачах

Формулы длины и середины нужны, когда требуется делить отрезок пополам, строить симметричные точки или проверять чертёж вычислениями. Так геометрия становится точнее.

Окружность: центр, радиус и уравнение

- Окружность задаётся центром и радиусом: все её точки находятся на одном расстоянии r от центра. На координатной плоскости центр $O(a; b)$ и радиус r описываются уравнением $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.
- Если заменить x и y координатами точек на плоскости, можно понять: лежит ли точка на окружности. Поэтому это уравнение удобно для построений и для проверки правильности чертежа.



Формулы площадей и периметров в 8 классе

Фигура	Формула	Что вычисляется
Прямоугольник	$S = a \cdot b$	площадь
Квадрат	$P = 4a$	периметр
Треугольник	$S = 1/2 \cdot a \cdot h$	площадь
Ромб	$S = a \cdot h$	площадь
Прямоугольник	$P = 2(a+b)$	периметр

Ниже — основные формулы, которые используют при построениях и вычислениях. Ключевой принцип: для каждой фигуры подходит своя формула, а выбор зависит от того, какие величины даны в задаче.

Одна и та же задача может требовать разных шагов: сначала выбирают формулу по данным (a , b , a , h), затем используют результат для точного построения и последующей проверки.



Симметрия как построение по правилу

1

При осевой симметрии точка и её образ располагаются по разные стороны от оси так, что расстояния до оси равны. Значит, ось симметрии играет роль «середины» для траектории переноса.

2

При центральной симметрии точка и её образ лежат на одной прямой с центром симметрии. Сам центр становится серединой отрезка между этими точками, поэтому перенос всегда «через центр».

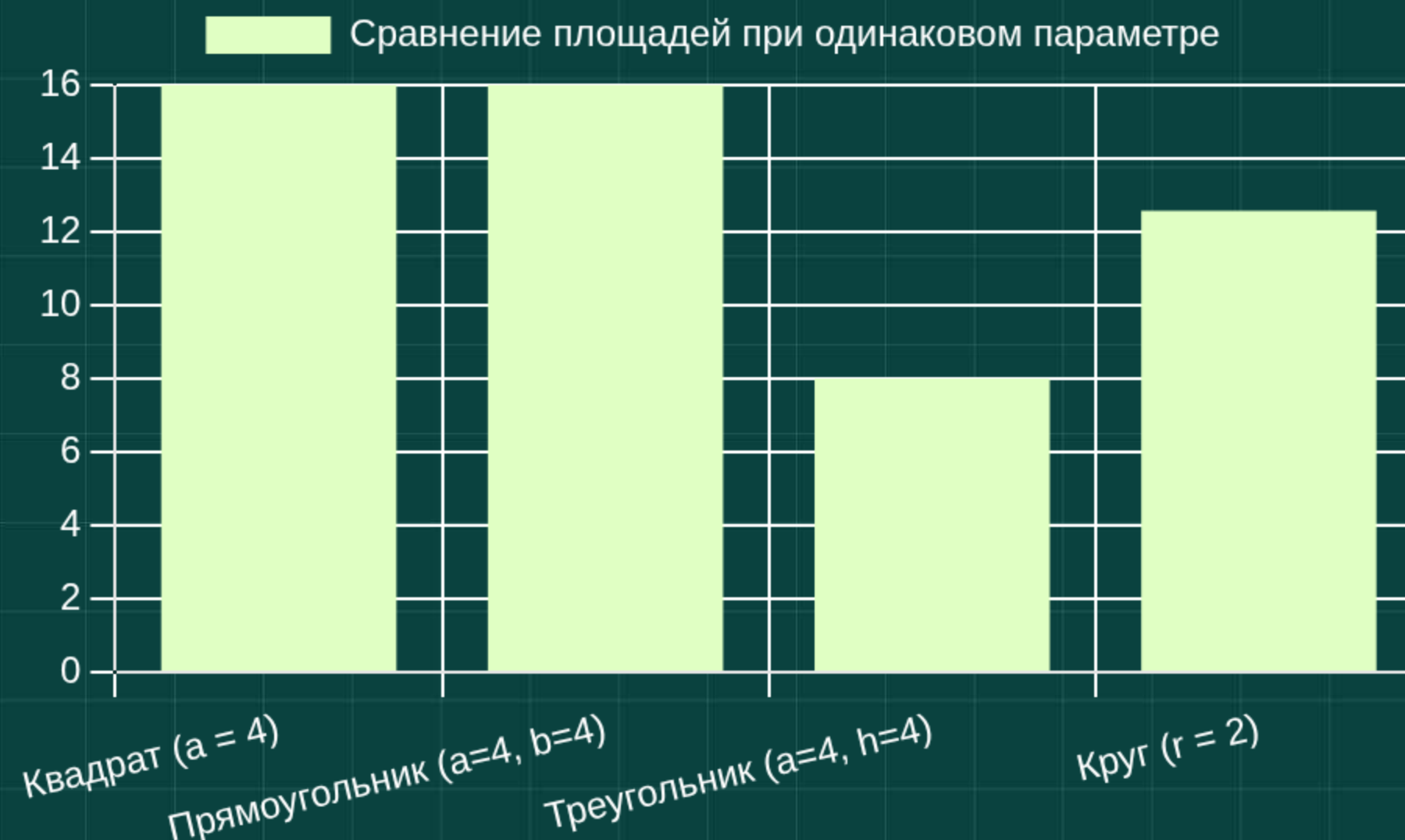
3

На координатной плоскости такие переносы удобно находить по координатам: при осевой симметрии чаще меняется знак одной координаты, а при центральной — знак обеих координат относительно центра.

4

Понимание симметрии как правила помогает не только строить фигуры, но и проверять себя: симметричные точки должны занимать корректное взаимное положение относительно оси или центра.

Сравнение площадей фигур при одинаковом параметре



Даже при одном и том же исходном значении (сторона или радиус) площади не совпадают: меняется формула и «как именно распределена» величина по фигуре.

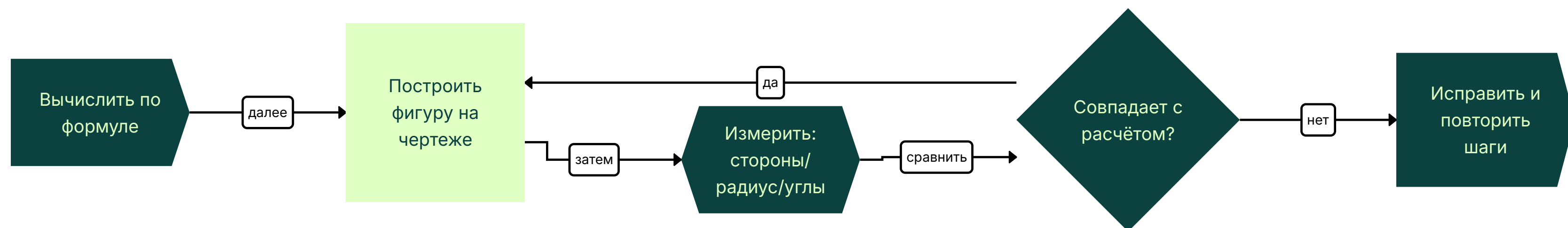
Диаграмма показывает: форма влияет сильнее, чем одинаковый параметр. Поэтому в задачах важно понимать, какую геометрическую величину задаёт данное число.



Вычисления по формулам: $S_{\text{кв}}=a^2$, $S_{\text{пр}}=a \cdot b$, $S_{\text{тр}}=1/2 \cdot a \cdot h$, $S_{\text{кр}}=\pi r^2$; радиус и стороны выбраны одинаковым образом для сравнения ($\pi \approx 3.14$).

Проверка построения после вычислений

Схема применима в задачах на координаты, окружности и фигуры, где результат нужно получить точно.



Типичные ошибки в задачах на построение

Частая ошибка — перепутать оси x и y : тогда точка оказывается в другой четверти, а дальнейшие отрезки и окружности строятся с неверными опорными значениями.

Нередко теряется знак отрицательного числа или выбирается неверная формула периметра/площади. В итоге расчёт вроде бы выполнен, но построение не соответствует условию.

Ещё одна причина — ошибка при отсчёте клеток и «соскальзывание» координат при переносе с чертежа в вычисления. Округление тоже может исказить результат, поэтому нужна проверка каждого шага.

Где используются построения по формулам

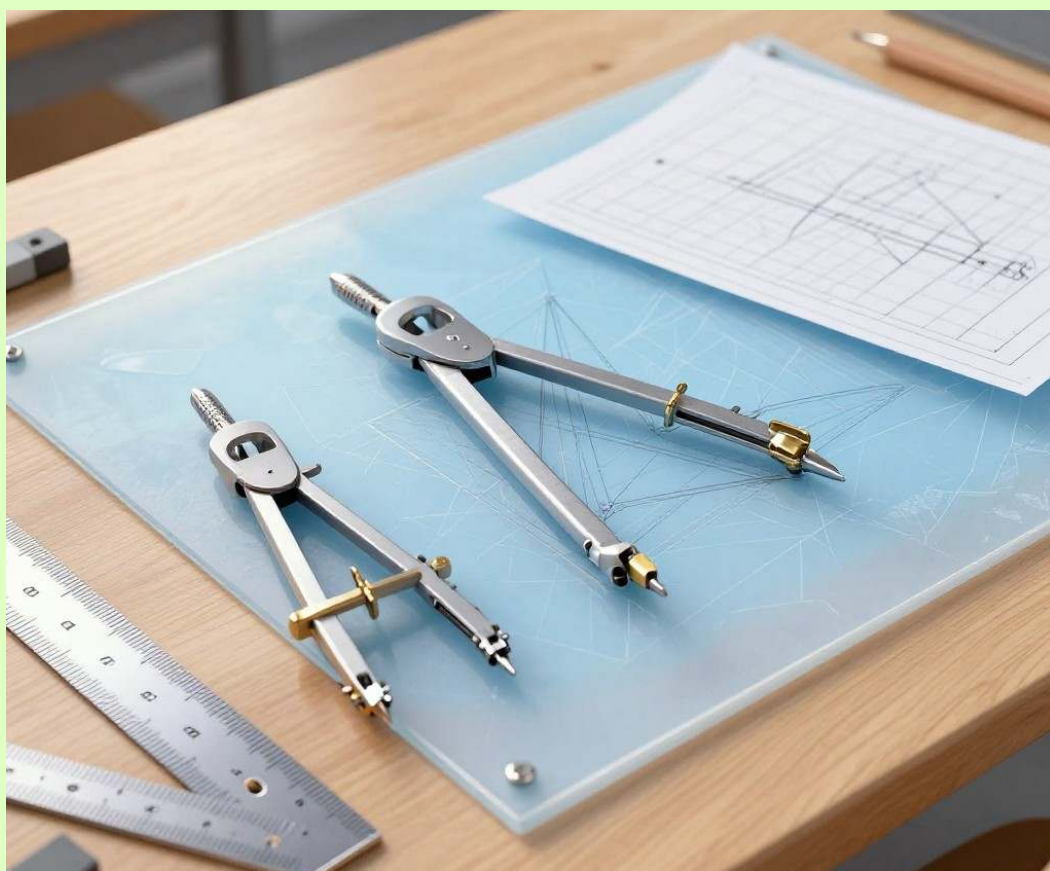
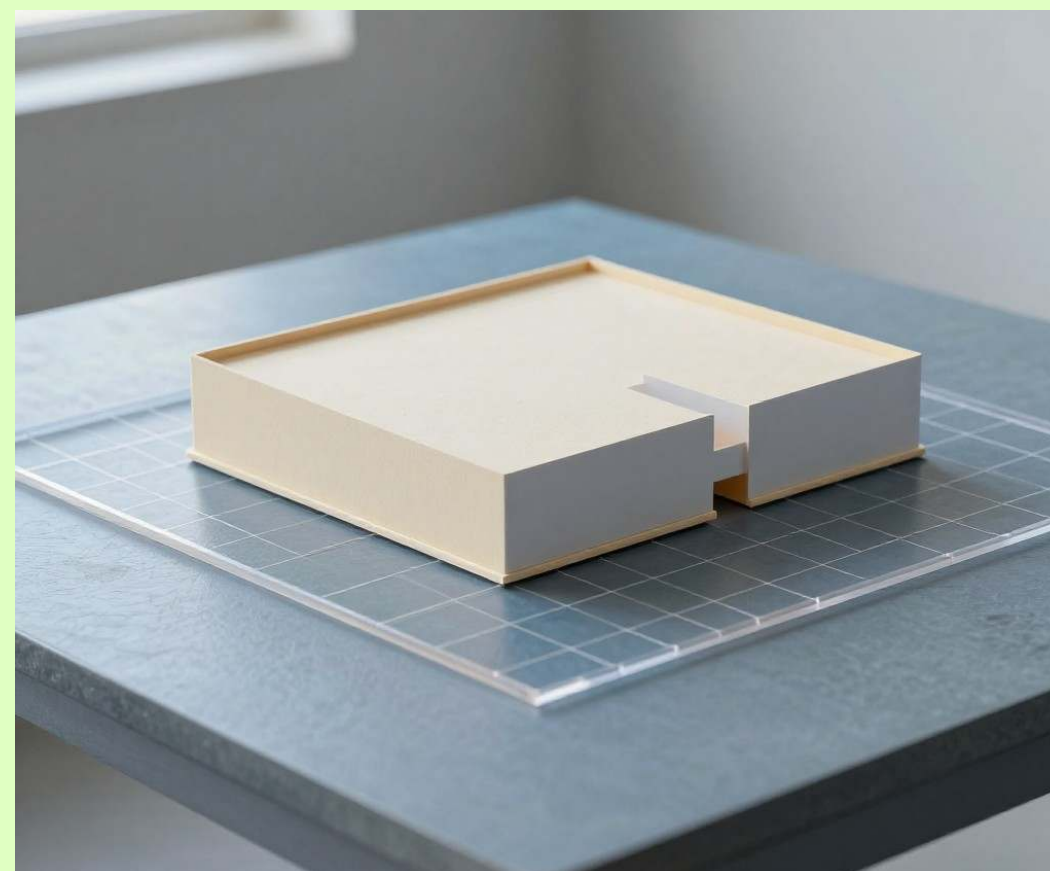


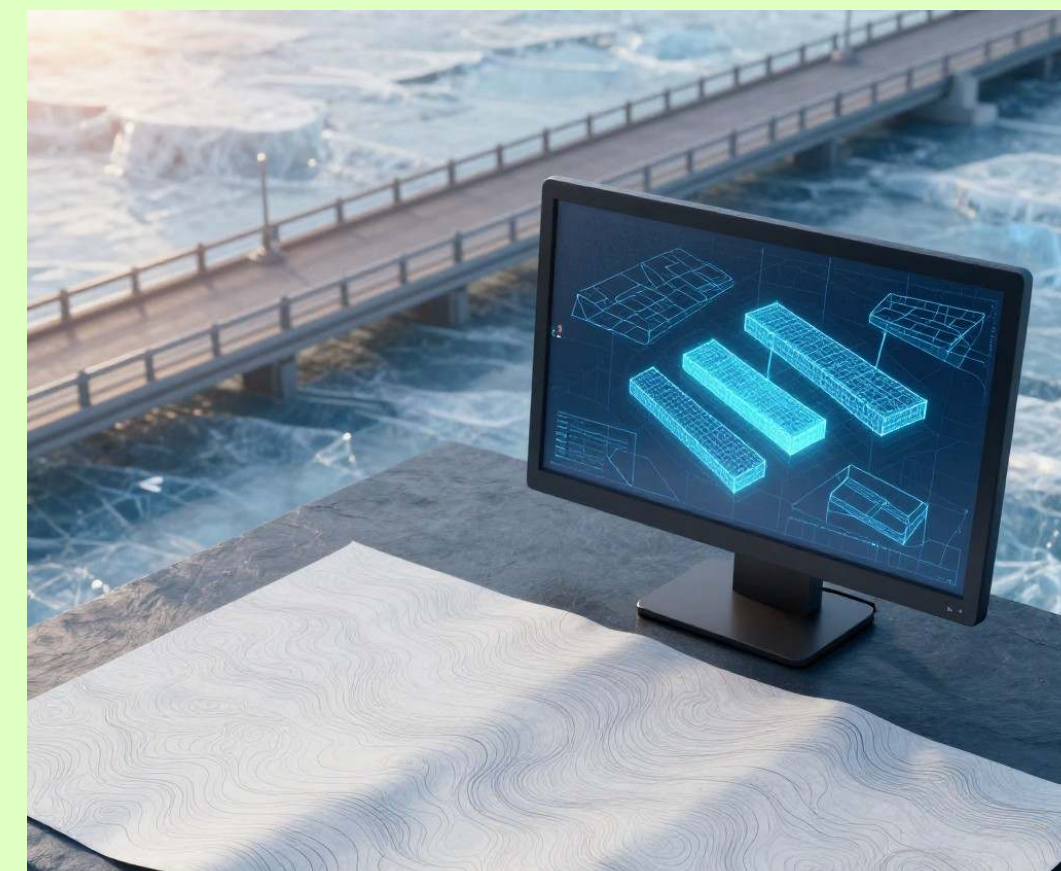
Чертёж и дизайн деталей

В школьных чертежах и на уроках трудового обучения формулы помогают точно задать размеры: стороны, периметр, площадь и положение точек. Затем по рассчитанным величинам строят элементы и проверяют их на листе.



Архитектурный план с координатной сеткой

Когда проектируют прямоугольное здание, удобна координатная сетка: углы и опорные точки задаются числами, а размеры уточняются вычислениями. Так проще получить правильные пропорции и «ровные» линии.



Карты и компьютерная графика

На картах объекты привязывают к системе координат, чтобы верно находить расстояния и строить формы участков. В компьютерной графике похожий подход используют для размещения фигур на экране и дальнейших вычислений.

Какие виды задач чаще всего встречаются



На практике задания с координатами и длинами чаще всего дают потому, что они легко связать с формулами и проверить по построению на клетчатой сетке.

Чем «больше вычислительных шагов» требует тема (например, площади и симметрия), тем выше внимание нужно к выбору формулы и к аккуратности построения.



Обобщение структуры типовых школьных заданий из образовательной практики; точные проценты в учебниках могут различаться.

Три коротких примера вычислений перед построением

Точка $A(3; 2)$ отмечается так: 3 клетки вправо по оси x и 2 клетки вверх по оси y . После этого можно строить отрезки и фигуры, опираясь на координаты.

Если квадрат имеет сторону 5 см, то его периметр равен $P = 4a$. Получаем $P = 4 \cdot 5 = 20$ см, и это число пригодится для проверки построенного контура.

Прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см имеет площадь $S = a \cdot b$. Тогда $S = 4 \cdot 6 = 24 \text{ см}^2$, и после построения можно сравнить результат измерением.

Такие мини-примеры показывают связь «число $\rightarrow$ формула $\rightarrow$ построение»: сначала вычисляете нужную величину, затем переносите её на чертёж и контролируете точность.

Что нужно запомнить о построениях по формулам

1

Формула задаёт точный способ получить геометрический результат. Она помогает не гадать на чертеже, а рассчитывать нужные параметры и затем переносить их на координатную сетку.

2

Координаты отвечают за положение точек, а формулы длины, площади и периметра позволяют проверять правильность построения. Если измерение не совпадает с расчётом, значит, где-то допущена ошибка.

3

Осевая и центральная симметрия добавляют правило преобразования фигур: точки переходят в симметричные им позиции. Главная идея темы — точный чертёж опирается на вычисление.



Итог: формулы делают геометрические построения точными

Построения по формулам соединяют числа, чертёж и проверку результата. В 8 классе особенно важны координатная плоскость, длина и середина отрезка, окружность, площади и периметры фигур, а также симметрия. Умение читать формулу и сопоставлять ответ с построением помогает решать задачи точно.