

Сумма углов многоугольника

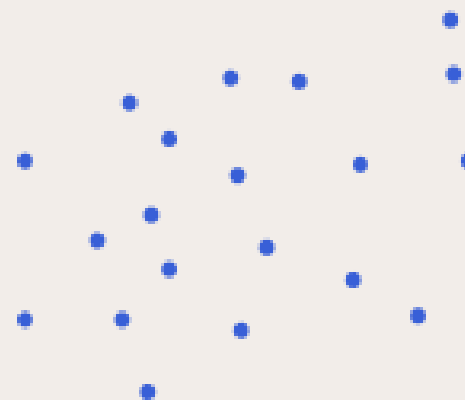
Как число сторон меняет сумму углов
и помогает решать задачи?



- Многоугольники и их углы



Многоугольник — это замкнутая фигура из отрезков. У него есть стороны, вершины и внутренние углы. Сегодня разберём, как число сторон связано с суммой углов и почему это важно для геометрии.



• От треугольника к общей закономерности

1

Исходная фигура

Треугольник удобен для начала, потому что сумма его внутренних углов всегда равна 180° . Это постоянное значение становится отправной точкой для всех дальнейших рассуждений о многоугольниках.

2

Разбиение на части

Любой выпуклый многоугольник можно провести диагоналями из одной вершины и разделить на несколько треугольников. Каждая новая сторона добавляет ещё одну часть к этому разбиению.

3

Общая идея

Если треугольников становится больше, то и общая сумма углов увеличивается на 180° за каждый новый треугольник. Так появляется формула, зависящая только от числа сторон.



● Сумма углов для первых многоугольников

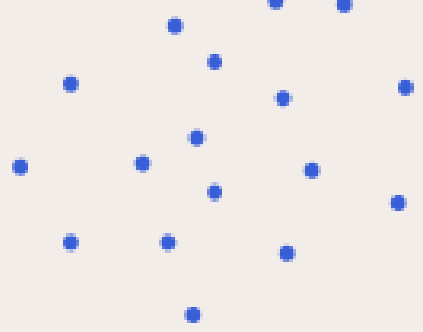


График показывает, что каждый следующий многоугольник добавляет к сумме углов ровно 180° .

Рост идёт равномерно: число сторон увеличивается на 1, а сумма углов — на 180° . Это подтверждает формулу.

Формула суммы внутренних углов выпуклого n-угольника:
 $(n-2) \times 180^\circ$

• Разбиение на треугольники



Одна вершина

Из выбранной вершины проводят диагонали ко всем несоседним вершинам. Так удобно увидеть, как сложная фигура превращается в набор более простых треугольников.

Сколько получается

Для выпуклого n -угольника всегда образуется $n-2$ треугольника. Это число не зависит от формы фигуры, а только от количества её сторон.

Пример шестиугольника

У шестиугольника получается 4 треугольника. Значит, сумма его внутренних углов равна $4 \times 180^\circ = 720^\circ$. Именно так работает доказательство формулы.

Почему это важно

Разбиение на треугольники помогает не запоминать формулу наугад, а понимать, откуда она берётся. Это делает решение задач более надёжным.

- Вывод формулы суммы углов

Схема показывает, как из разбиения на треугольники получается общая формула для выпуклого многоугольника.

• Проверка формулы на примерах

Примеры помогают быстро убедиться, что формула работает для разных многоугольников.

Каждая новая сторона добавляет 180° к сумме внутренних углов. Значения растут строго по одной и той же закономерности.

Фигура	Стороны	Сумма углов
Треугольник	3	180°
Четырёхугольник	4	360°
Пятиугольник	5	540°
Шестиугольник	6	720°
Восьмиугольник	8	1080°

Формула суммы внутренних углов
выпуклого n -угольника: $(n-2) \times 180^\circ$

Почему формула работает для любого выпуклого многоугольника

1 Без перекрытия

Выпуклый многоугольник можно разложить на треугольники так, чтобы они не накладывались друг на друга. Тогда вся фигура изучается через простые части.

2 Постоянство треугольника

У каждого треугольника сумма углов всегда одна и та же — 180° . Поэтому при любом разбиении итог зависит только от количества треугольников.

3 Связь со сторонами

Число треугольников определяется числом сторон многоугольника. Значит, сумма внутренних углов тоже зависит только от числа сторон, а не от размеров фигуры.



● Связь числа сторон и суммы углов

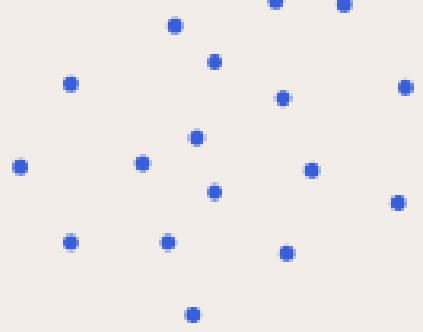


Диаграмма подчёркивает, что зависимость между количеством сторон и суммой углов остаётся одинаковой для всех выпуклых многоугольников.

График растёт равномерно, без скачков. Это показывает прямую связь: чем больше сторон, тем больше сумма внутренних углов.

Формула суммы внутренних углов выпуклого n-угольника:
 $(n-2) \times 180^\circ$

● Сумма внешних углов многоугольника

Что такое внешний угол

Внешний угол появляется, если продолжить сторону многоугольника. Он образует с внутренним углом развернутую пару и помогает рассматривать фигуру с другой стороны.

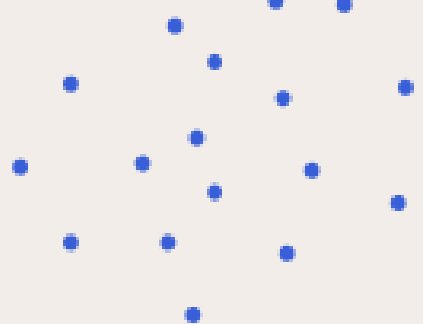
Общее свойство

Для любого выпуклого многоугольника сумма всех внешних углов равна 360° . Это верно независимо от числа сторон и удобно для проверки вычислений.

Связь с внутренними углами

Если знать внутренние углы, можно понять и внешние, потому что они дополняют друг друга. На примере пятиугольника это легко увидеть на схеме.





120°

именно таким становится каждый
угол правильного шестиугольника.

Формула внутреннего угла правильного n-
угольника: $[(n-2) \times 180^\circ] \div n$

У правильного многоугольника все углы
равны, поэтому значение одного угла
легко найти по общей формуле.



- Правильные многоугольники: один угол

Стороны	Угол
3	60°
4	90°
5	108°
6	120°
8	135°

Значения показывают, как меняется один внутренний угол при росте числа сторон у правильного многоугольника.

Чем больше сторон, тем больше один угол и тем ближе фигура к окружности.

$$[(n-2) \times 180^\circ] \div n$$

- Решение задач на сумму углов

Алгоритм основан на формуле суммы внутренних углов выпуклого многоугольника и на свойстве правильных фигур.

• Типичные ошибки при вычислениях

Путают виды углов

Иногда внутренние углы принимают за внешние и наоборот. Из-за этого получается неверная сумма, хотя формула была выбрана правильно.

Забывают вычесть 2

В формуле нужно сначала определить число треугольников, а затем умножить на 180° . Если пропустить вычитание двух, ответ сразу станет неверным.

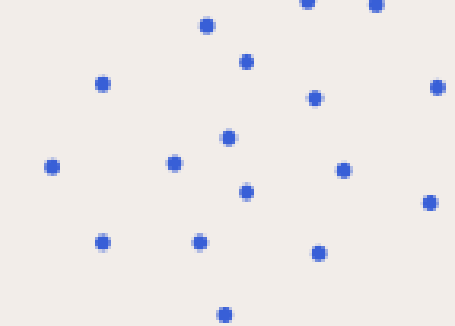
Не проверяют фигуру

Формулу применяют только к выпуклым многоугольникам. Для незамкнутых фигур или вогнутых случаев сначала нужно внимательно уточнить условие задачи.

Делят не там, где нужно

Для правильного многоугольника деление суммы на число сторон допустимо, а для неправильного — нет. Сначала надо проверить, равны ли все углы.

Рост суммы углов при увеличении числа сторон



Каждый следующий многоугольник добавляет ровно одну диагонально выделенную часть с углами 180° , поэтому шаг между значениями не меняется.

Зависимость линейная: при увеличении числа сторон на одну сумма возрастает на 180° .

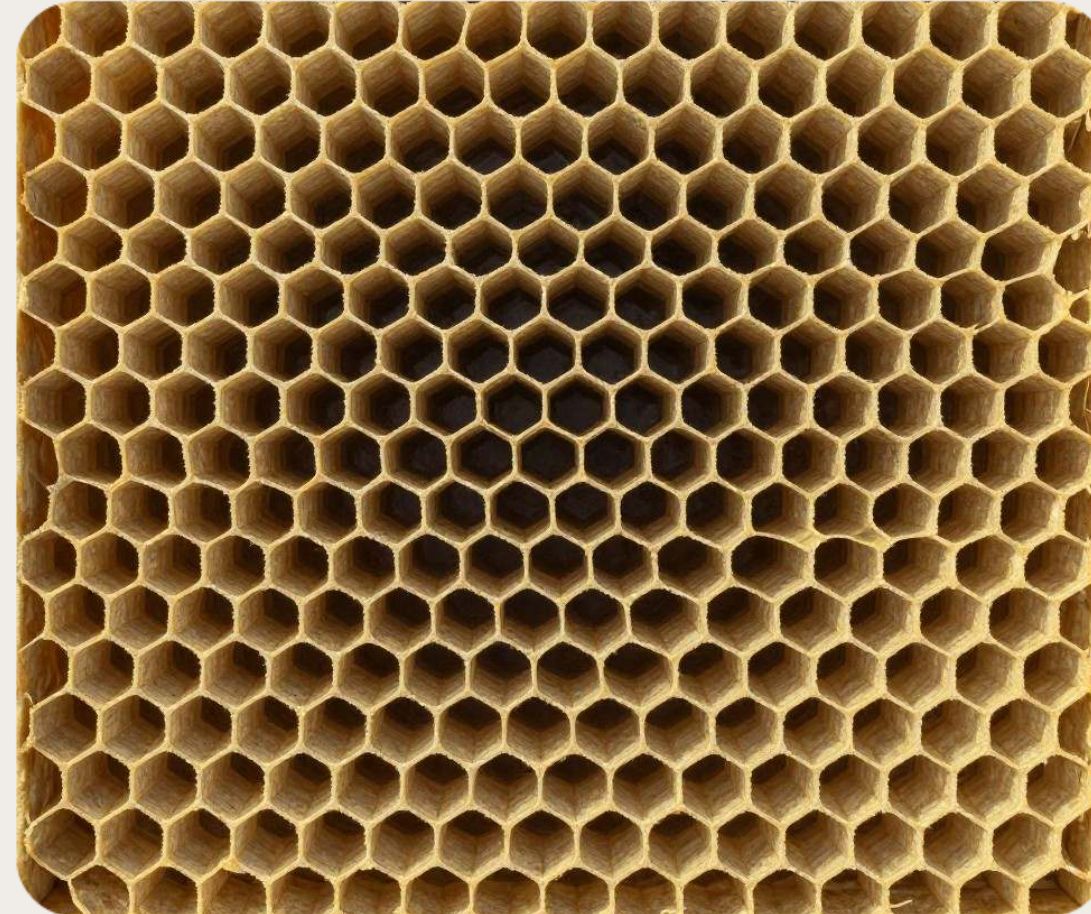
Формула $(n-2) \times 180^\circ$ для $n = 3-10$

• Многоугольники в реальной жизни



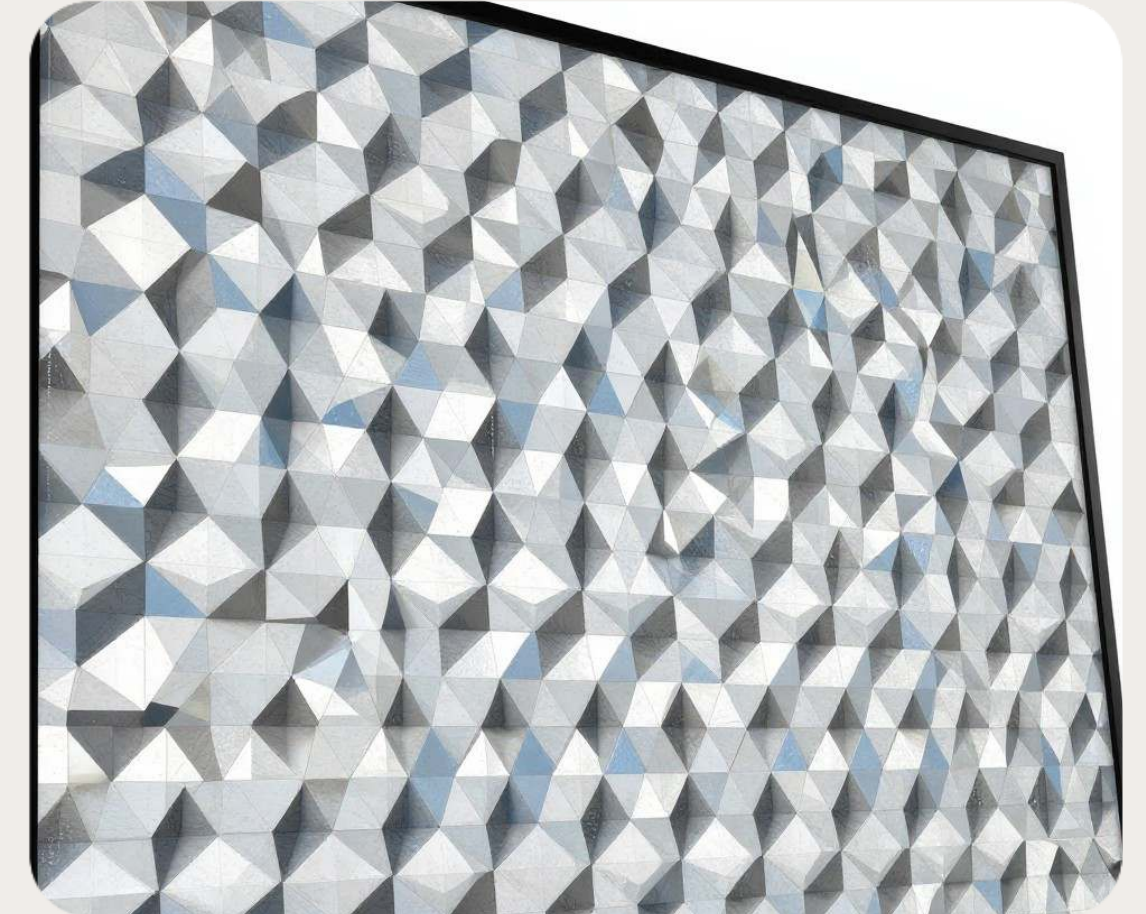
Дорожные знаки и безопасность

На дорогах многоугольники помогают сделать знак заметным и легко узнаваемым. Например, восьмиугольная форма указывает на команду остановиться, а одинаковые стороны и углы упрощают запоминание формы.



Соты и прочные конструкции

Шестиугольники часто встречаются в сотах и в некоторых инженерных решениях. Такая форма удобно заполняет плоскость без промежутков, поэтому её используют там, где важны экономия места и прочность.



Орнаменты и компьютерная графика

В узорах, мозаиках и на экранах компьютера многоугольники помогают строить повторяющиеся изображения. Сочетание разных углов и сторон создаёт чёткий рисунок, который легко разобрать на простые фигуры.

- Задачи для устного счета

Эти примеры удобно считать в уме и сразу проверять, как работает формула для разных чисел сторон.

При переходе к следующему n -угольнику сумма всегда увеличивается на 180° , поэтому ответы легко проверять быстро.

n	Сумма
7	900°
9	1260°
12	1800°
15	2340°


$$[(n-2) \times 180^\circ]$$

- Связь с геометрическими построениями

1

Разбить на части

Сначала многоугольник делят диагоналями на треугольники. Так сложная фигура превращается в набор более простых элементов, с которыми легче работать при доказательстве свойств.

2

Использовать известные факты

Для каждого треугольника уже известна сумма углов. Именно это свойство позволяет получать новые результаты о многоугольниках без длинных вычислений и лишних предположений.

3

Перенести результат в задачу

После построения можно измерять, сравнивать и находить неизвестные величины на чертеже. Такой подход помогает решать задачи поэтапно и аккуратно проверять каждый шаг.

- От углов к ответу в задаче

Последовательность помогает выбрать нужную формулу и проверить, подходит ли результат к условию.

- Главный вывод о сумме углов многоугольника



Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника зависит только от числа сторон и всегда находится по формуле $(n-2) \times 180^\circ$. Эта закономерность делает геометрию понятной и удобной для вычислений.

