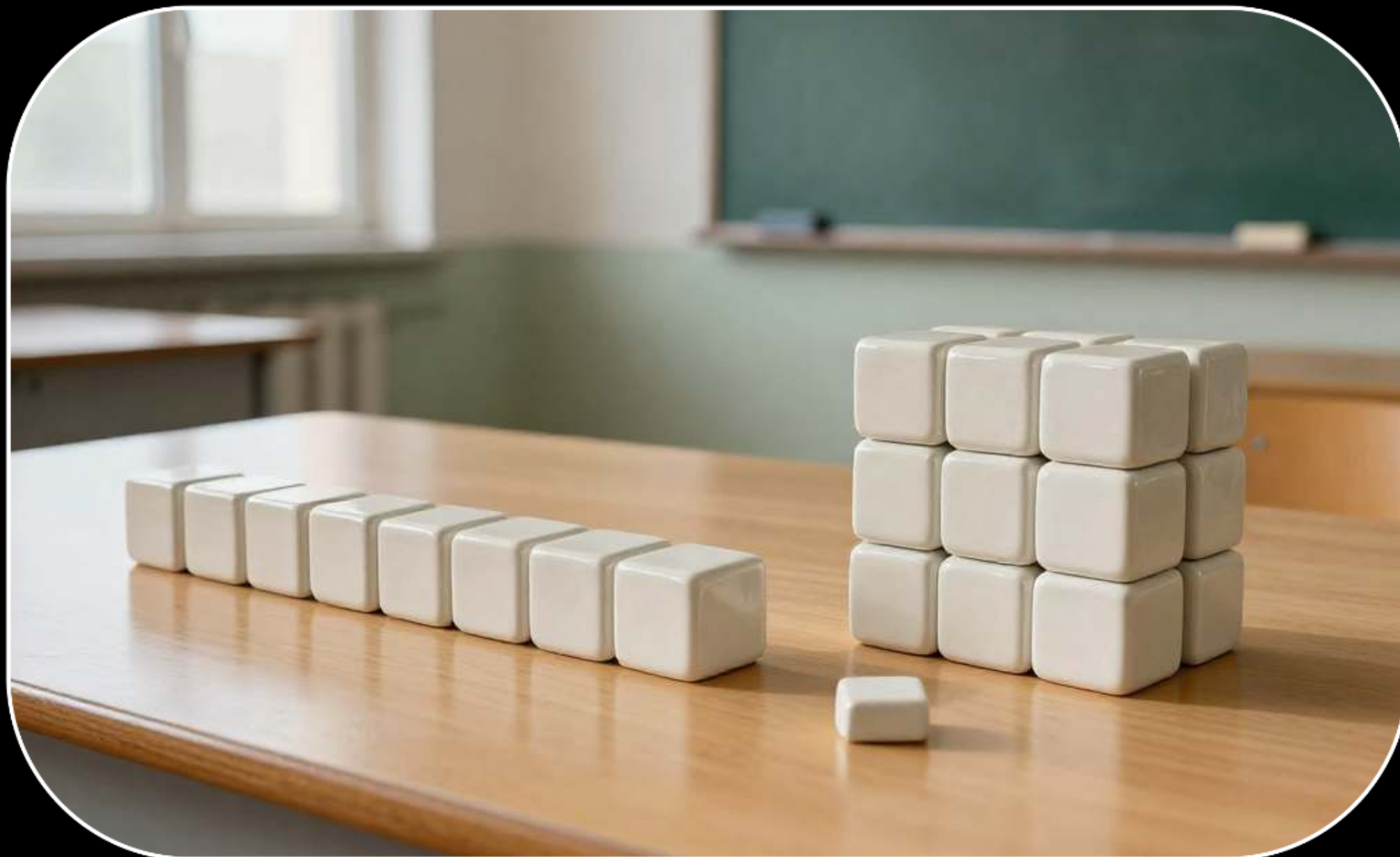


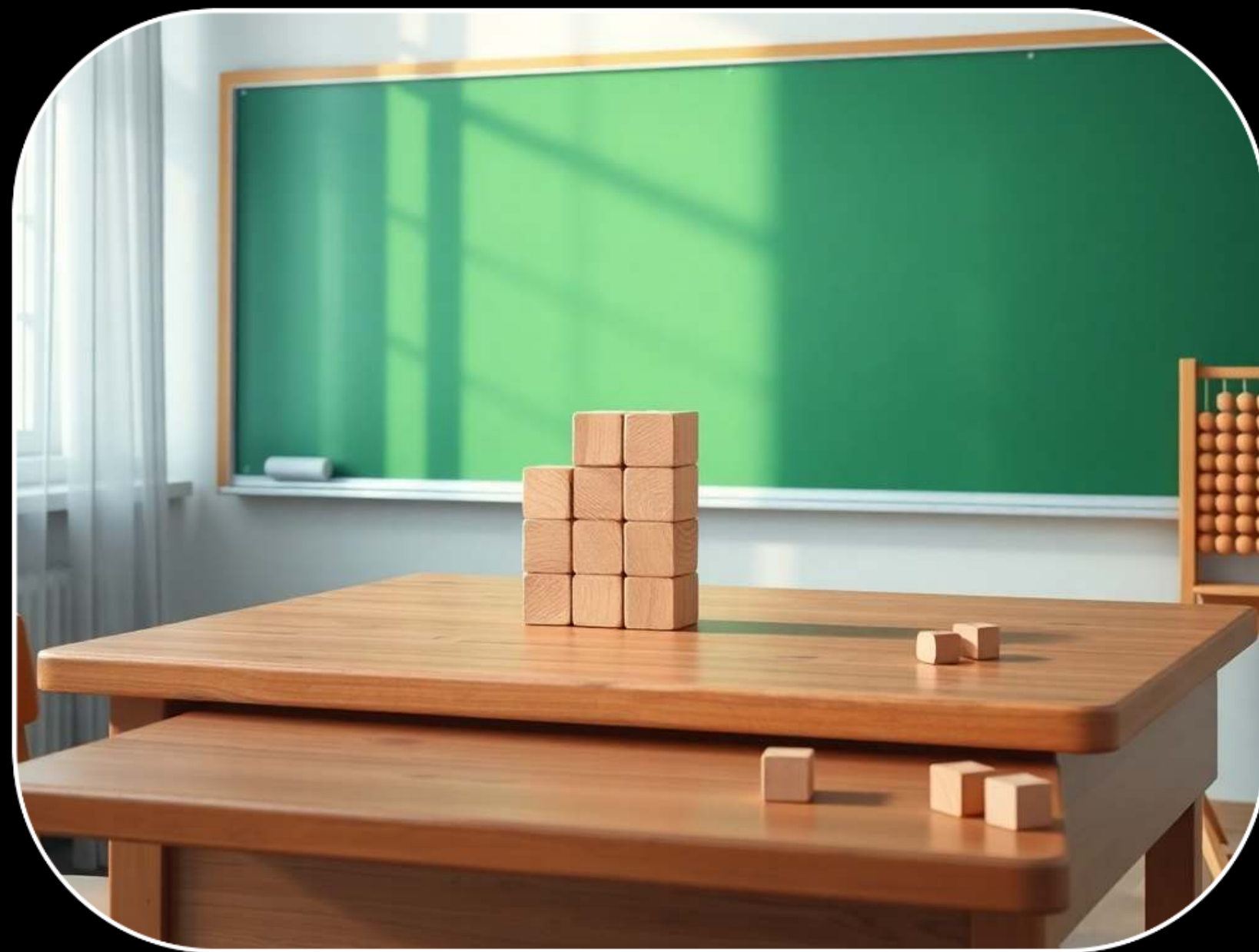
Свойства степени с натуральным показателем

Короткая запись длинных
произведений и удобные правила
вычисления.



Степени помогают считать быстрее

Степени заменяют повторяющееся умножение, экономят запись и упрощают вычисления. В 7 классе они нужны для преобразования выражений, решения уравнений и понимания формул в разных разделах математики и наук.



4

**показывает, сколько
одинаковых множителей
входит в запись 3^4 .**

Запись 3^4 означает четыре одинаковых множителя, а сама степень помогает заменить длинное произведение короткой записью.

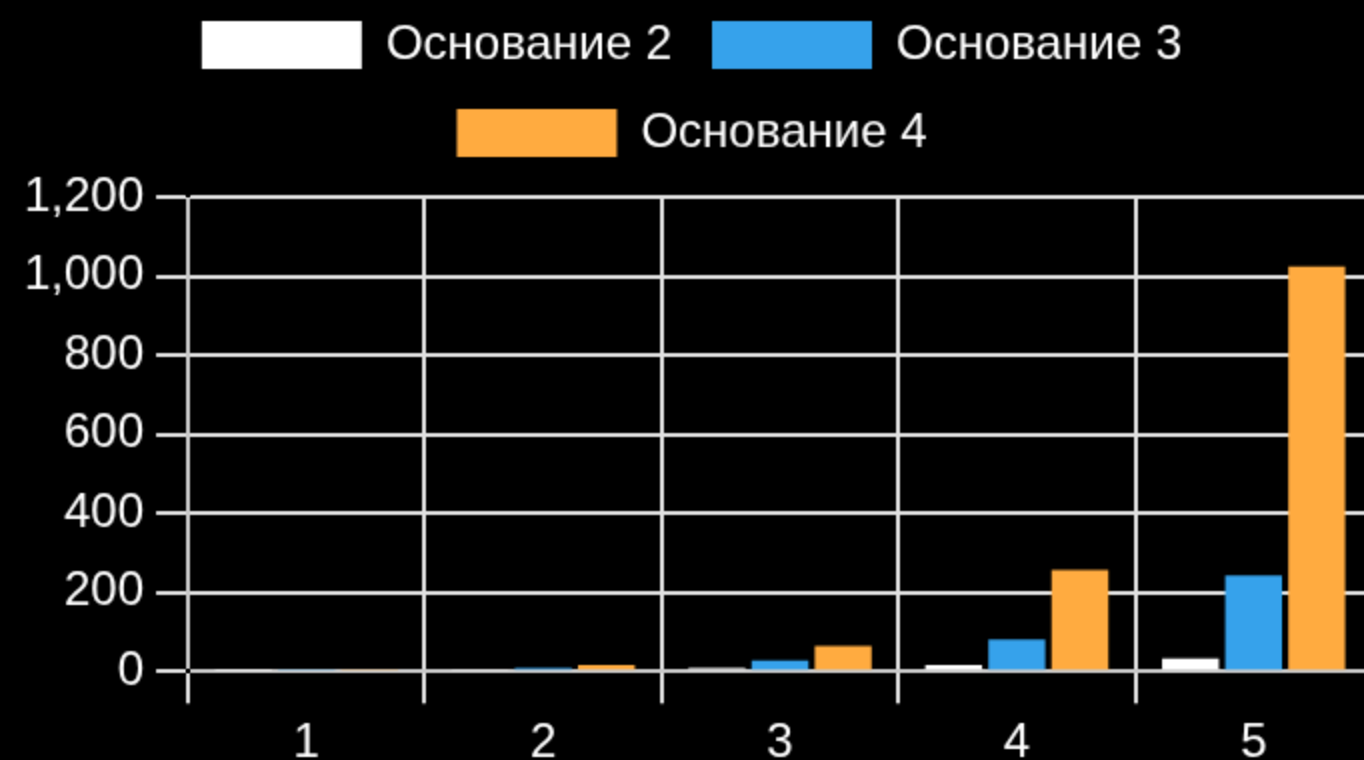
Основные свойства степени с натуральным показателем

Свойство	Формула	Пример
Произведение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$
Частное	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$5^6 : 5^2 = 5^4$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(mn)}$	$(2^3)^2 = 2^6$
Степень произведения	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 5)^3$

Эти правила помогают преобразовывать выражения со степенями и считать их быстрее.

Свойства степеней сводят сложные записи к одной степени или числу и уменьшают количество действий.

Как быстро растут значения степеней



Даже при небольшом показателе значения возрастают очень заметно, поэтому степени удобны для компактной записи больших чисел.

Чем больше основание, тем быстрее растёт результат при увеличении показателя.

Вычисления по определению степени

Произведение степеней с одинаковым основанием

Складываем показатели

Если основания одинаковые, их не меняют, а показатели складывают:
 $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Это позволяет сразу объединять множители и сокращать запись без лишних вычислений.

Сначала сравниваем основания

Правило работает только тогда, когда основания совпадают. Если основания разные, выражение сначала приводят к удобному виду, иначе преобразование будет неверным.

Пример из вычислений

Для выражения $2^3 \cdot 2^4$ получаем 2^7 , а затем 128. Здесь видно, как одно правило заменяет несколько действий и делает ответ короче.

Частное степеней с одинаковым основанием

1. Вычитаем показатели

- 1** При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{m-n}$. Основание сохраняется, а запись становится короче и удобнее для вычислений.

2. Учитываем условие

- 2** Формула верна, когда $m > n$ и делитель не равен нулю. Если это условие нарушено, нужно проверить запись отдельно, чтобы не допустить ошибки.

3. Равные показатели

- 3** Когда показатели одинаковые, остаётся 1: $a^n : a^n = 1$ при $a \neq 0$. Это свойство часто помогает сокращать выражения и быстро получать ответ.

4. Пример сокращения

- 4** $5^6 : 5^2 = 5^4 = 625$. Такое преобразование показывает, как деление степеней превращается в работу только с показателями, без пересчёта длинного произведения.

Как применять свойства степеней

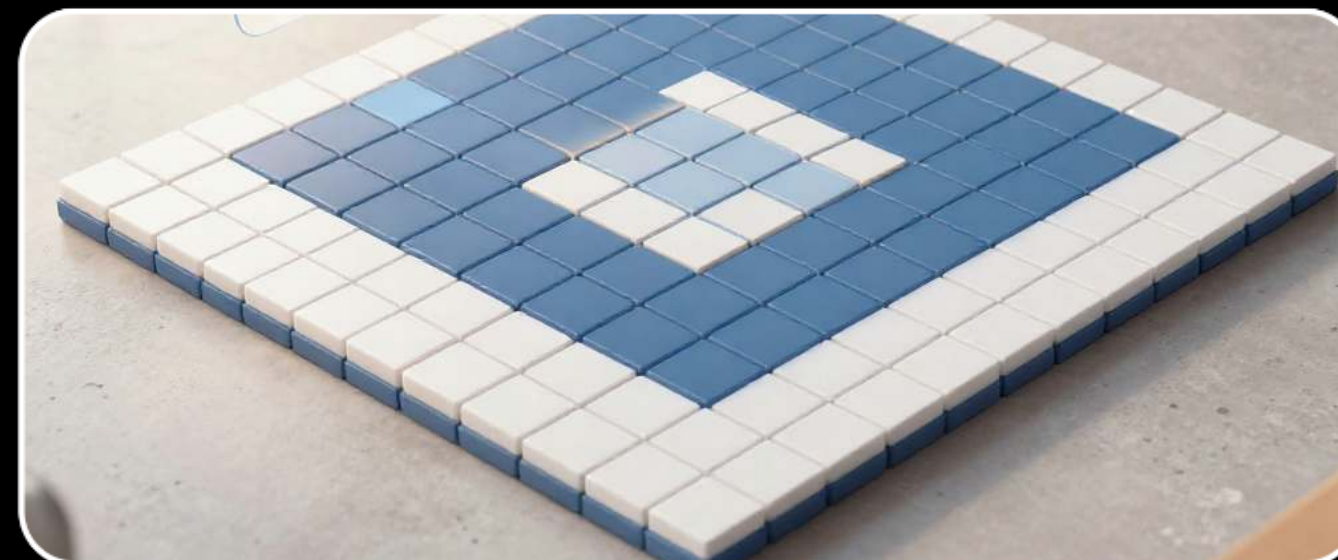
Пошаговый алгоритм по правилам школьного курса алгебры

Степень степени на примере квадрата



Один слой поверх другого

Когда степень возводят ещё раз в степень, показатели не складываются, а перемножаются. Запись $(a^m)^n = a^{(mn)}$ показывает, что одна и та же величина повторяется несколько раз на новом уровне. Это делает преобразование быстрым и точным.



Квадрат как наглядный пример

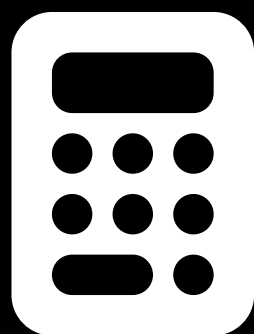
Если взять $(2^3)^2$, сначала получаем 2^3 , а затем снова возводим результат в квадрат. В итоге выходит $2^6=64$. Такая запись помогает увидеть, почему правило работает без длинного поэтапного умножения.

Степень произведения



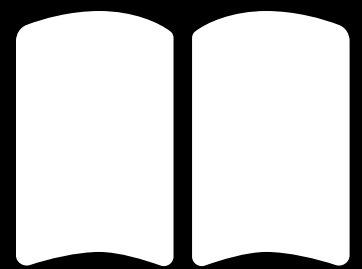
Каждый множитель отдельно

Если выражение в скобках возводится в степень, одинаковая степень относится к каждому множителю: $(ab)^n = a^n \cdot b^n$. Это позволяет раскрывать скобки по правилу, а не считать длинное произведение по частям.



Быстрый счёт

Пример $(2 \cdot 5)^3$ удобно преобразовать в $2^3 \cdot 5^3$. Такой приём уменьшает количество промежуточных действий и помогает быстрее получить ответ без лишней записи.



Полезно для алгебры

Правило особенно удобно в выражениях со скобками и в задачах на упрощение. Оно показывает, как степень распределяется на каждый множитель, сохраняя смысл исходного произведения.

0

**в знаменателе не должно быть
нуля, а равные степени
сокращаются до единицы**

При делении степеней с одинаковым
основанием показатели вычитаются,
поэтому важно следить за условием
деления.

Особые случаи: показатель 1 и показатель 0

Короткая таблица показывает, как ведут себя степень с показателем 1, нулевой показатель и степень нуля.

Показатель 1 не изменяет число, а нулевой показатель даёт 1 только для ненулевого основания.

Случай	Результат	Пример
a^1	a	$7^1=7$
a^0	$1, a \neq 0$	$9^0=1$
0^n	$0, n > 0$	$0^4=0$

Частые ошибки при работе со степенями

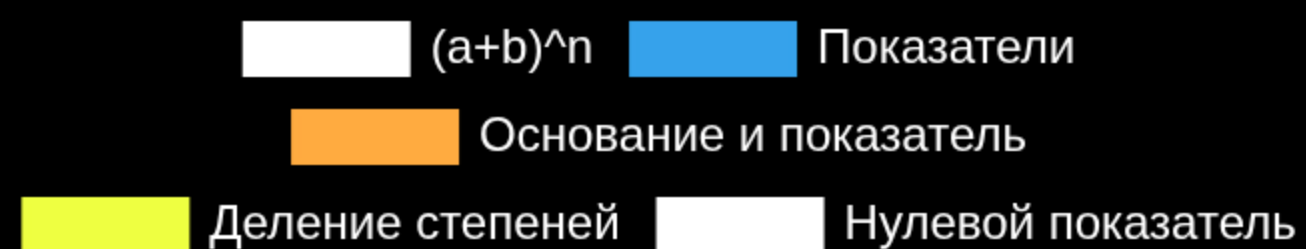


Диаграмма помогает увидеть, какие ошибки встречаются чаще всего при преобразовании выражений и на что стоит обратить особое внимание при проверке решений.

Главный риск связан с суммой в скобках: свойства степеней не заменяют обычные правила сложения.

Иллюстративная схема по теме, без эмпирической статистики

Чего не дают свойства степеней

Сумма не раскрывается

Запись $(a+b)^n$ нельзя превращать в a^n+b^n . Степень относится ко всей сумме целиком, поэтому сначала выполняют действие в скобках, а уже потом возводят результат в степень.

Не путать с распределением

Правило распределения степени работает для произведения и частного, но не для сложения. Именно поэтому выражения со скобками нужно читать внимательно и не переносить знакомые правила на другие действия.

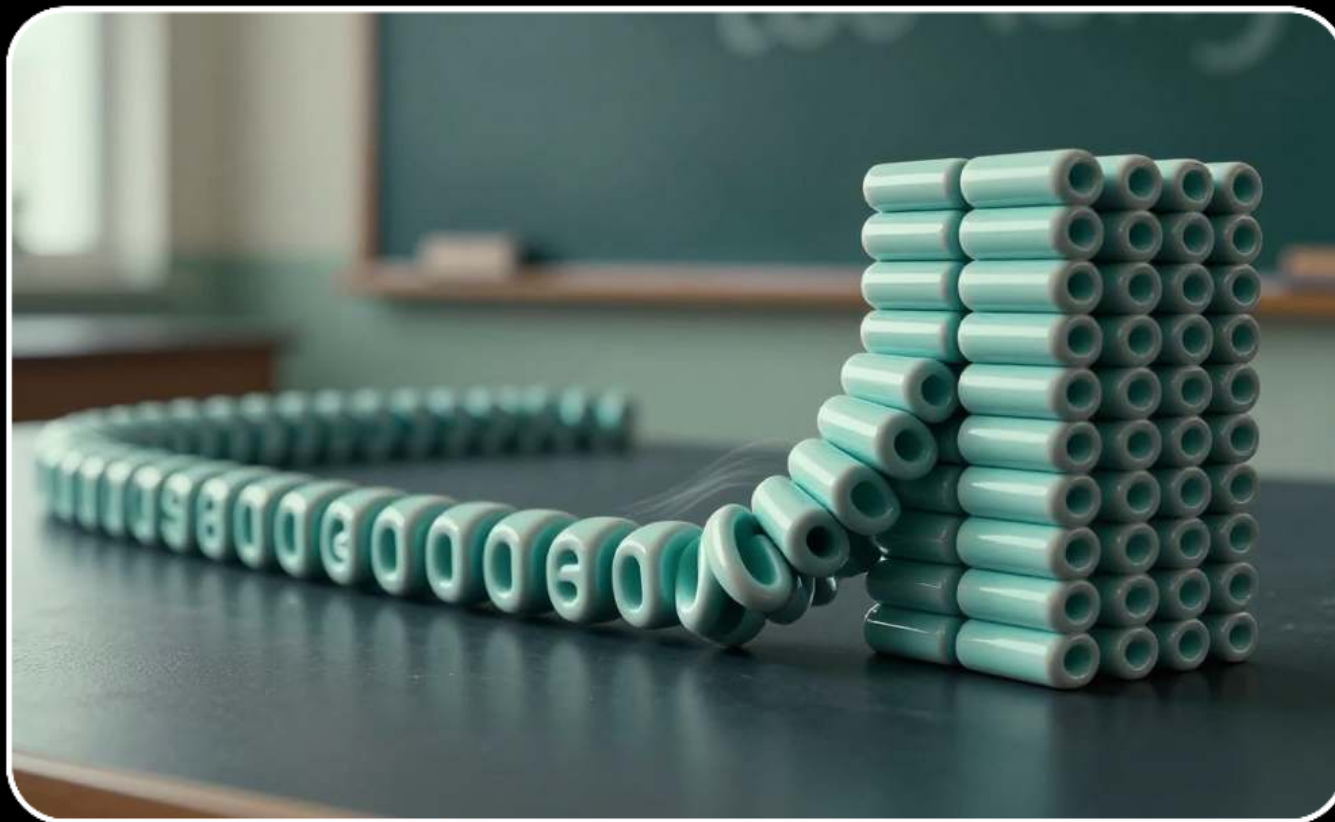
Проверка на примере

Если взять числа 2 и 3, получим $(2+3)^2=25$, а $2^2+3^2=13$. Разница показывает, что одинаковая запись снаружи скобок не означает одинаковый способ вычисления.

Степени десятки в записи больших чисел

Когда число становится слишком длинным

Если в записи много нулей, степень десятки помогает сократить её до нескольких знаков. Так удобно показывать крупные значения в учебнике, таблице или на схеме. Например, 10^6 сразу читается как миллион, а не как длинная строка цифр.



Где это встречается в жизни

Такая запись полезна в науке, измерениях и работе с данными. На иллюстрации можно показать разрядную таблицу, расстояние до объекта или объём информации, чтобы было видно, как степень десятки связывает число и его смысл.



Как упростить выражение со степенями

Последовательность основана на правилах преобразования степеней с натуральным показателем из школьного курса алгебры.

Последовательные преобразования выражений

Сначала — объединение степеней

В выражении $(2^3 \cdot 2^2)^2$ сначала складывают показатели внутри скобок: получается $(2^5)^2$. Это сокращает запись и подготавливает её к следующему правилу.

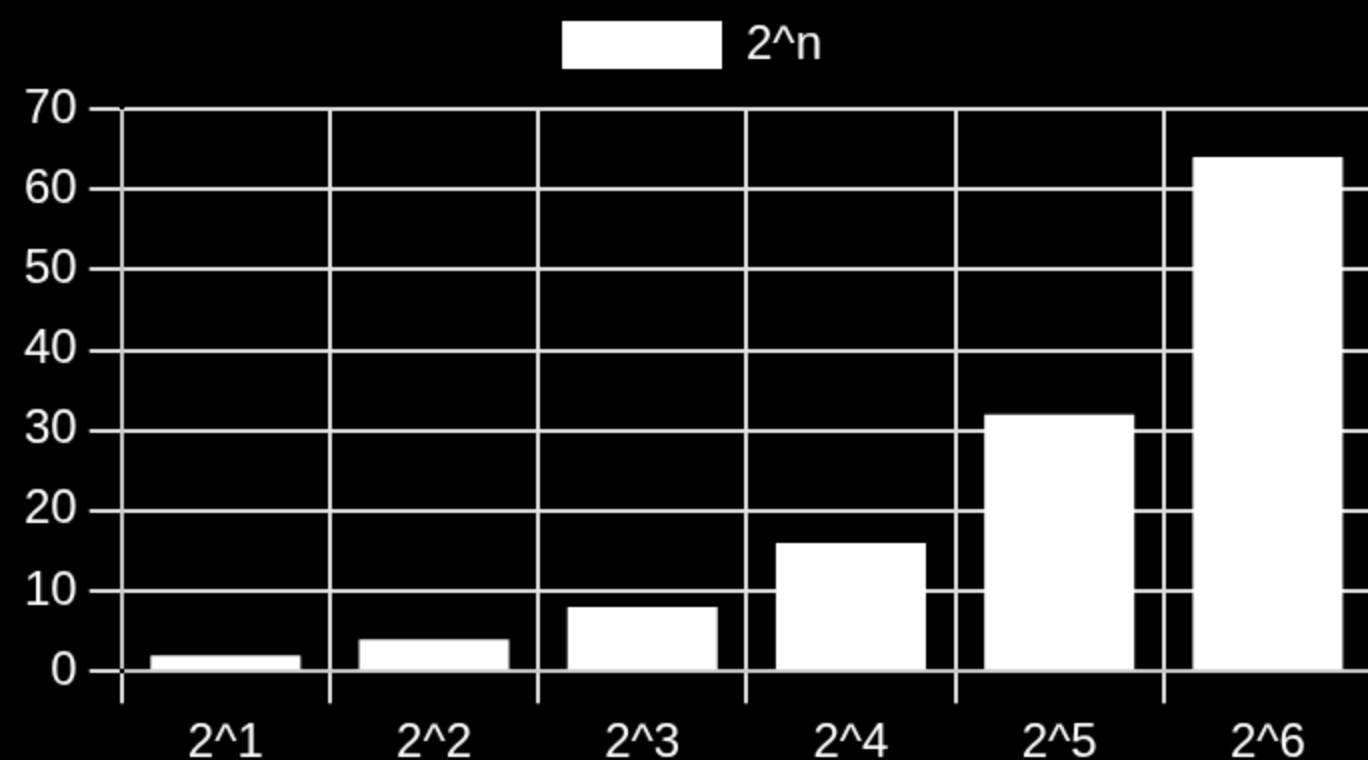
Затем — степень степени

После этого применяют правило степени степени: $(2^5)^2 = 2^{10}$. Один переход заменяет длинную запись на более компактную форму без лишних вычислений по шагам.

Финальный ответ

Во втором примере $3^4 : 3^2 \cdot 3$ сначала получают $3^{2 \cdot 3}$, затем $3^3 = 27$. Порядок действий влияет на то, насколько быстро получается ответ.

Сравнение степеней одного основания



По мере увеличения показателя каждое следующее значение становится вдвое больше предыдущего, поэтому рост идёт очень быстро даже при небольшом основании.

Степени удобно использовать для краткой записи быстро растущих чисел и для сравнения больших величин.

Мини-памятка по свойствам степеней

Умножение степеней

Если основания одинаковые, показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Основание остаётся прежним, а новая степень показывает общее число одинаковых множителей.

Деление степеней

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Это удобно при сокращении выражений и упрощении дробей.

Степень степени

Когда степень возводят в степень, показатели перемножаются: $(a^m)^n = a^{(mn)}$. Такое правило помогает быстро раскрывать повторное возведение без длинной записи.

Произведение и частное

Степень произведения распределяется на каждый множитель, а степень частного — на числитель и знаменатель, если знаменатель не равен нулю. Эти правила экономят время при вычислениях.

Особые значения

Запомни две формулы: $a^1 = a$ и $a^0 = 1$ при $a \neq 0$. Они часто появляются после сокращения одинаковых степеней и помогают сразу проверить ответ.

Степени делают вычисления короче и понятнее

Свойства степеней с натуральным показателем помогают быстрее считать, упрощать выражения и проверять ответы. Если уверенно различать все правила, алгебра становится заметно проще.