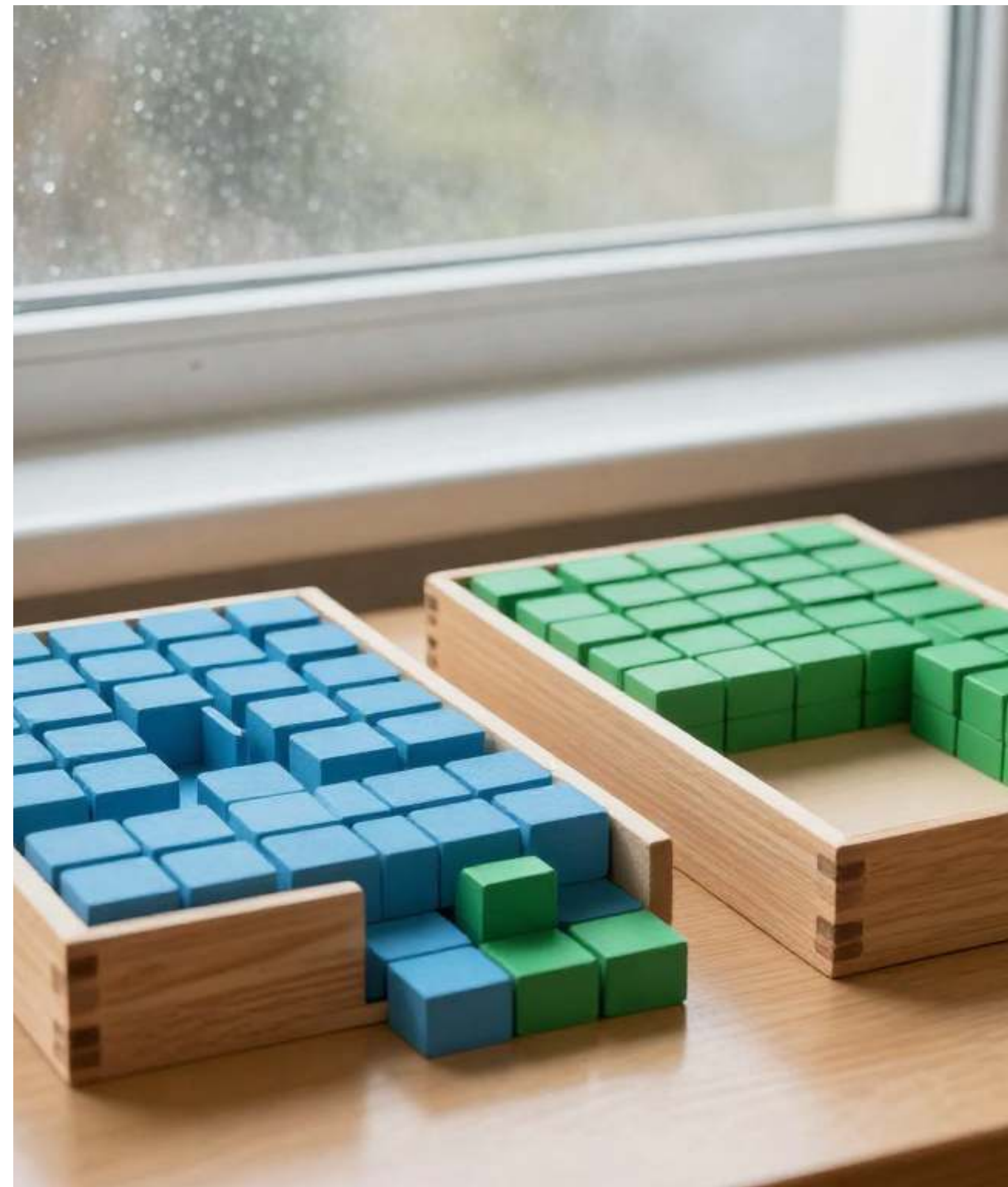


Произведение разности и суммы двух выражений

Формула, которая быстро упрощает вычисления и раскрытие скобок.

Зачем нужна эта формула в 7 классе

Это один из первых удобных приёмов алгебры: он помогает сокращать запись, быстрее находить ответ и уверенно работать со скобками, квадратами чисел и буквенными выражениями.



Какие выражения обозначают буквы a и b

Числа и выражения

Буквы a и b могут обозначать не только числа, но и одночлены или более сложные выражения. Главное, чтобы их можно было подставить в формулу и аккуратно выполнить умножение.

Смысл скобок

Запись $(a-b)(a+b)$ означает, что сначала рассматривают каждую скобку как целое выражение, а затем перемножают их. Скобки помогают не потерять порядок действий и знаки.

Подходящие примеры

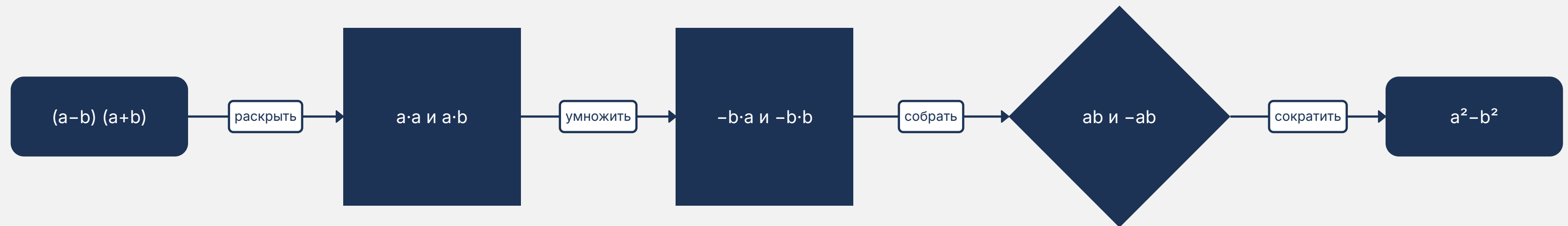
В этой теме часто встречаются записи вроде $(x-3)(x+3)$, $(2y-5)(2y+5)$ и $(m-n)(m+n)$. Во всех них структура одинакова, меняются только сами выражения.

Удобство записи

Такая форма позволяет сразу увидеть пару похожих множителей, отличающихся только знаком. Именно это и делает формулу коротким способом вычисления результата без длинного раскрытия скобок.

Как получается формула разности квадратов

Пошаговое раскрытие скобок по распределительному закону.



Геометрический смысл формулы



Большой квадрат и вырезанная часть

Представьте квадрат со стороной a : его площадь равна a^2 . Если из него мысленно убрать меньший квадрат со стороной b , останется часть, соответствующая разности площадей. Такой рисунок делает формулу наглядной и понятной без длинных вычислений.



Почему образ запоминается

Визуально легко увидеть, что большая фигура состоит из целого квадрата и «вырезанного» маленького квадрата. Поэтому выражение $a^2 - b^2$ воспринимается как результат сравнения двух площадей, а не как абстрактная запись.

Примеры применения формулы

В таблице показано, как формула сразу даёт ответ для буквенных выражений.

В каждом примере первые и последние слагаемые превращаются в квадраты, а средние члены взаимно уничтожаются.

Выражение	Результат
$(x-4)(x+4)$	x^2-16
$(3y-2)(3y+2)$	$9y^2-4$
$(a-7)(a+7)$	a^2-49
$(2m-n)(2m+n)$	$4m^2-n^2$

2

слагаемых с противоположными знаками взаимно уничтожаются в середине

Правило распределительного закона и свойства противоположных чисел

При раскрытии скобок появляются одинаковые по виду члены с разными знаками. Их сумма равна нулю, поэтому в ответе остаётся только разность квадратов.

Где формула используется чаще всего

Формула особенно полезна там, где нужно быстро сократить запись и не потерять знак при раскрытии скобок.

Чаще всего её применяют для упрощения выражений и разложения на множители; остальные случаи встречаются реже, но тоже важны.

Связь с другими формулами сокращённого умножения

01

Общий раздел

Формула $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ входит в группу формул сокращённого умножения. Все они помогают заменять длинные вычисления более короткой и удобной записью.

03

Главное отличие

В формуле разности квадратов нет удвоенного произведения, которое появляется в квадратах суммы и разности. Поэтому результат сразу сводится только к разности двух квадратов.

02

Пара рядом изучаемых формул

Обычно рядом рассматривают квадрат суммы и квадрат разности: $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$. Эти формулы тоже позволяют быстро раскрывать скобки, но устроены иначе.

Типичные ошибки при применении формулы

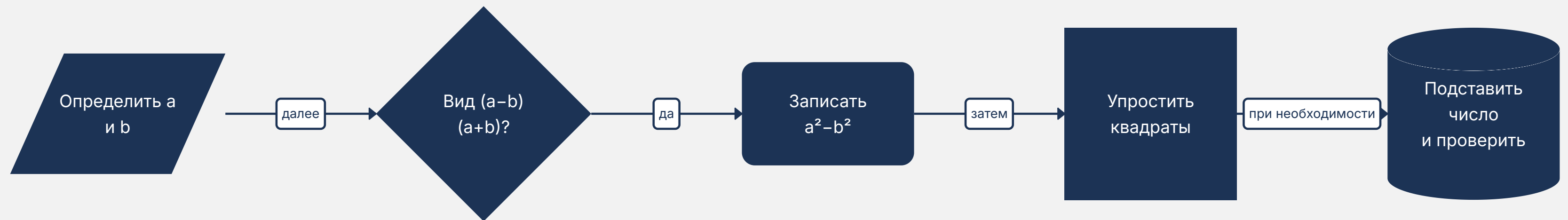
Ошибка	Как правильно
a^2+b^2	a^2-b^2
Плюс в середине	Минус в середине
Нет квадрата у b	b^2
Знак не учтён	Скобки раскрыть верно

Таблица показывает самые частые неточности и помогает быстро их заметить.

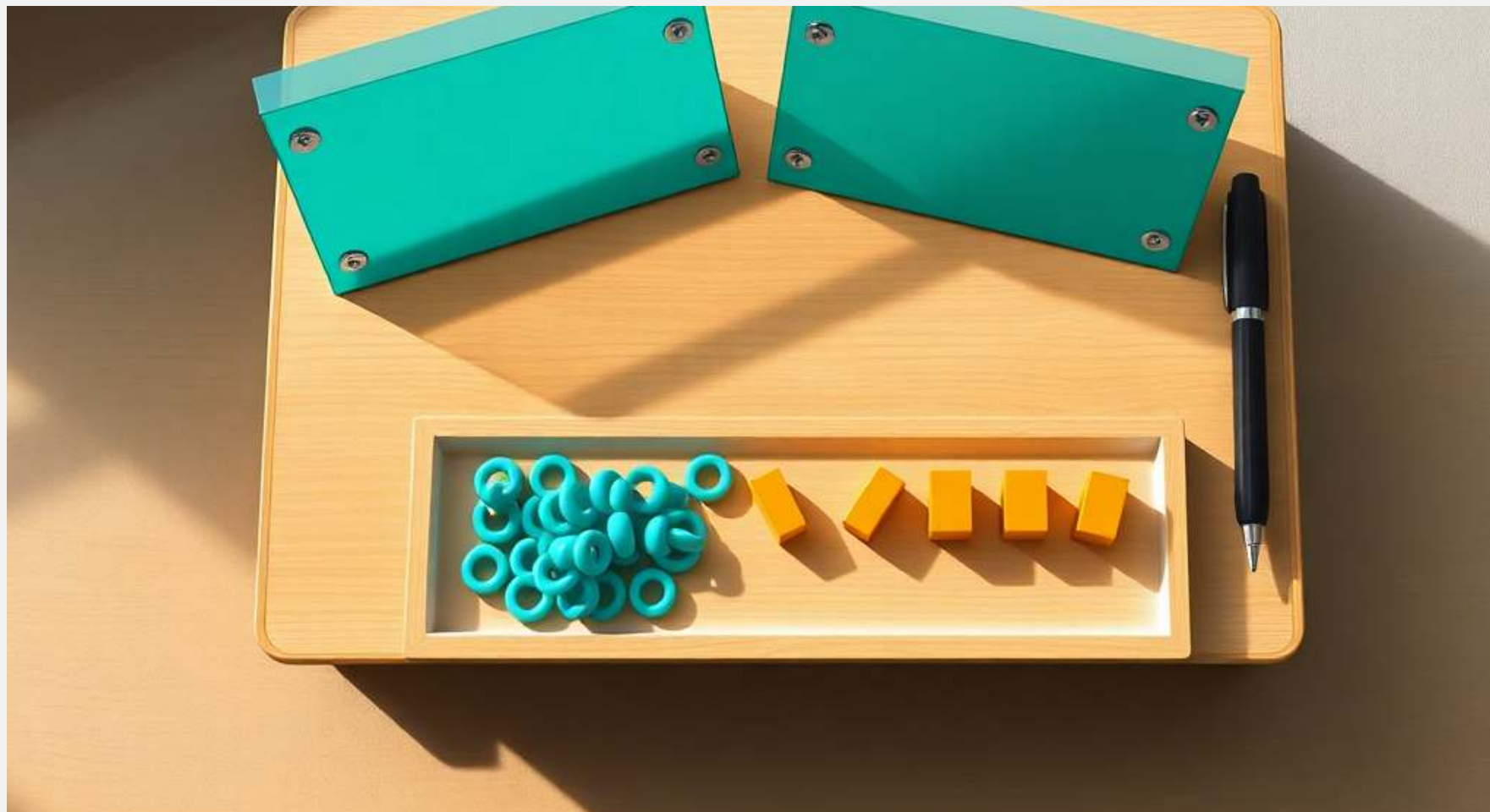
Чаще всего ошибки связаны со знаками и забытым квадратом. Полезно каждый раз проверять, действительно ли выражение имеет вид разности и суммы.

Алгоритм работы с выражением

Последовательность действий при распознавании и применении формулы разности квадратов

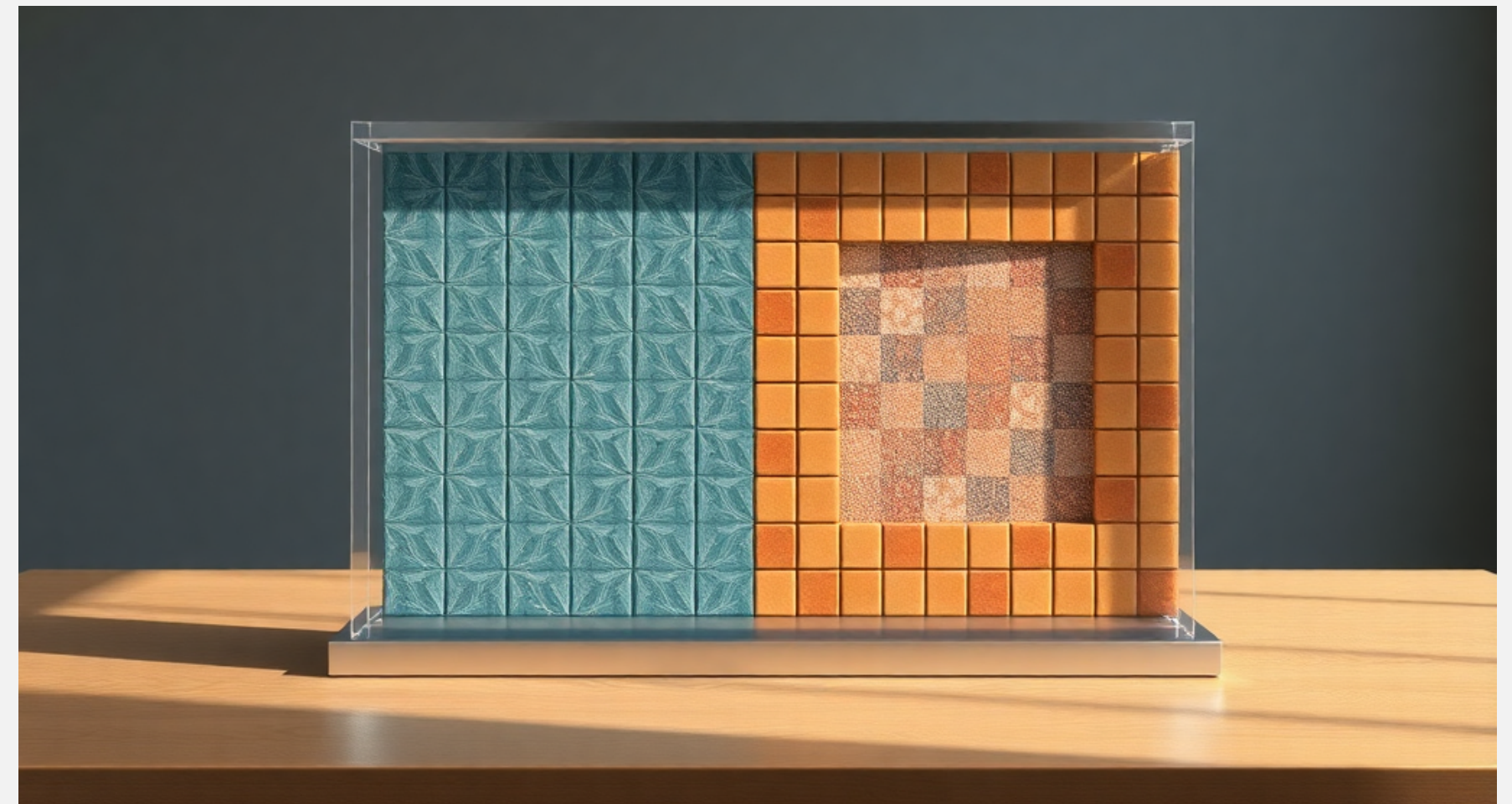


Пример с числами



Считаем напрямую

Если раскрыть скобки обычным способом, получаем $5 \cdot 11$. Это удобно проверить в уме: сначала находятся отдельные действия, а затем их произведение. Такой путь понятен, но требует лишнего шага и внимательности к вычислениям.



Считаем по формуле

По формуле разности квадратов выражение $(8-3)(8+3)$ превращается в $8^2 - 3^2$. После этого остаётся только вычислить $64 - 9$ и получить 55. Здесь сразу видно, как буквенная запись помогает сократить вычисления.

Сравнение обычного умножения и формулы

Формула особенно полезна, когда выражение нужно преобразовать быстро и без лишних промежуточных записей.

Чем короче запись, тем меньше риск ошибки в знаках и вычислениях.

Как разложить разность квадратов на множители

1. Узнать форму

Сначала нужно убедиться, что перед вами именно разность квадратов. Если выражение можно представить как $a^2 - b^2$, его сразу удобно записывать в виде произведения двух скобок.

3. Записать ответ

После подстановки подходящих выражений получается $(a-b)(a+b)$. Такой приём помогает быстро преобразовывать записи, сокращать дроби и упрощать выражения, не выполняя длинное раскрытие скобок.

2. Подобрать корни

Затем находят выражения, чьи квадраты дают оба слагаемых. Это могут быть числа, одночлены или более сложные выражения. Важно, чтобы знак в середине скобок был разным.

Тренировочные примеры на разложение

В каждом примере нужно заметить два квадрата и подобрать для них соответствующие множители.

Во всех записях каждый квадрат можно представить как произведение двух одинаковых по модулю выражений с разными знаками.

Выражение	Ответ
$9x^2-1$	$(3x-1)(3x+1)$
$16a^2-49$	$(4a-7)(4a+7)$
p^2-36	$(p-6)(p+6)$
$25m^2-n^2$	$(5m-n)(5m+n)$

Применение при решении уравнений

01

Привести к виду разности

Сначала уравнение нужно записать так, чтобы в левой части осталась разность квадратов. Например, $x^2 - 16 = 0$ можно рассматривать как $x^2 - 4^2 = 0$, что сразу подсказывает дальнейший ход.

03

Применить нулевое произведение

Если произведение равно нулю, хотя бы один множитель должен быть равен нулю. Поэтому получают два возможных ответа: $x = 4$ или $x = -4$. Это делает решение коротким и наглядным.

02

Разложить на множители

Затем выражение преобразуют по формуле: $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$. После этого уравнение становится произведением, равным нулю, а такие записи уже удобно анализировать по отдельным множителям.

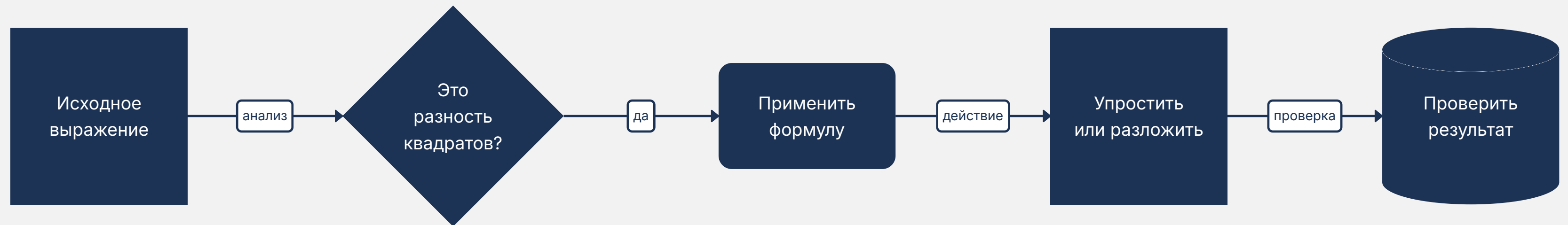
04

Проверить корни

Последний шаг — подставить найденные значения в исходное уравнение и убедиться, что равенство верно. Такая проверка помогает избежать случайных ошибок при разложении и вычислениях.

Путь от выражения к ответу

Общий порядок действий при работе с разностью квадратов в заданиях 7 класса



Связь с измерениями и площадью

● Площадь большого квадрата

Если сторона квадрата равна a , его площадь составляет a^2 . Это базовая идея, на которой строится наглядное понимание формулы и сравнение фигур разных размеров.

● Внутренний квадрат

Когда внутри большого квадрата мысленно выделяют меньший квадрат со стороной b , нужно вычесть его площадь. Получается разность $a^2 - b^2$, которая соответствует оставшейся части фигуры.

● Наглядный образ

Рисунок с вложенными квадратами помогает увидеть смысл формулы без сложных вычислений. Такой образ особенно полезен, когда важно понять, почему результат связан именно с разностью двух квадратов.



Что важно запомнить по теме

Эти три опоры помогают узнавать формулу в разных заданиях и применять её без лишних действий.

Если помнить структуру выражения, результат можно получить быстрее и с меньшим числом ошибок.

Главный вывод по теме

Формула $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ помогает быстро превращать запись в удобный вид, находить ответы без лишних шагов и уверенно решать задания на упрощение, разложение и уравнения.