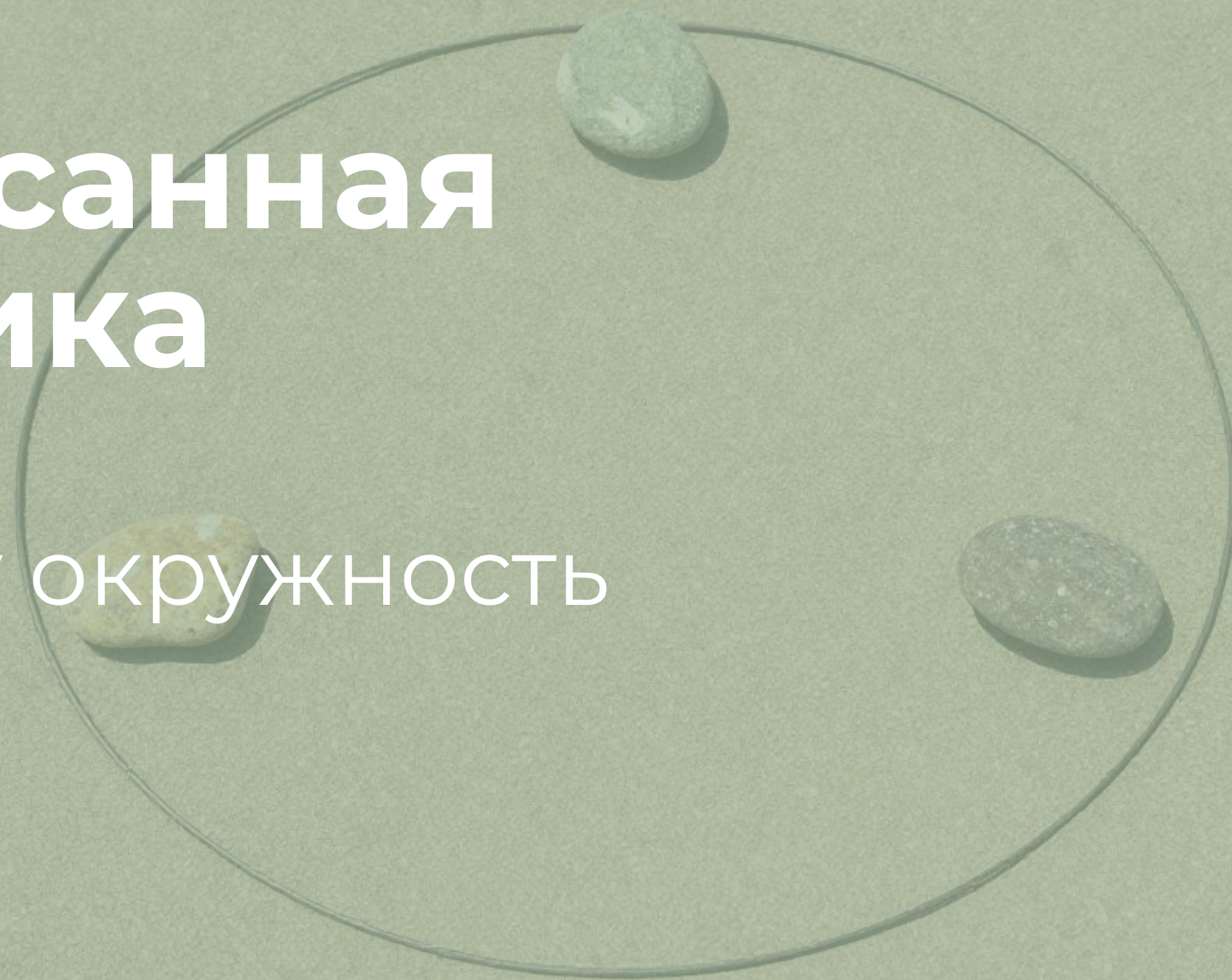
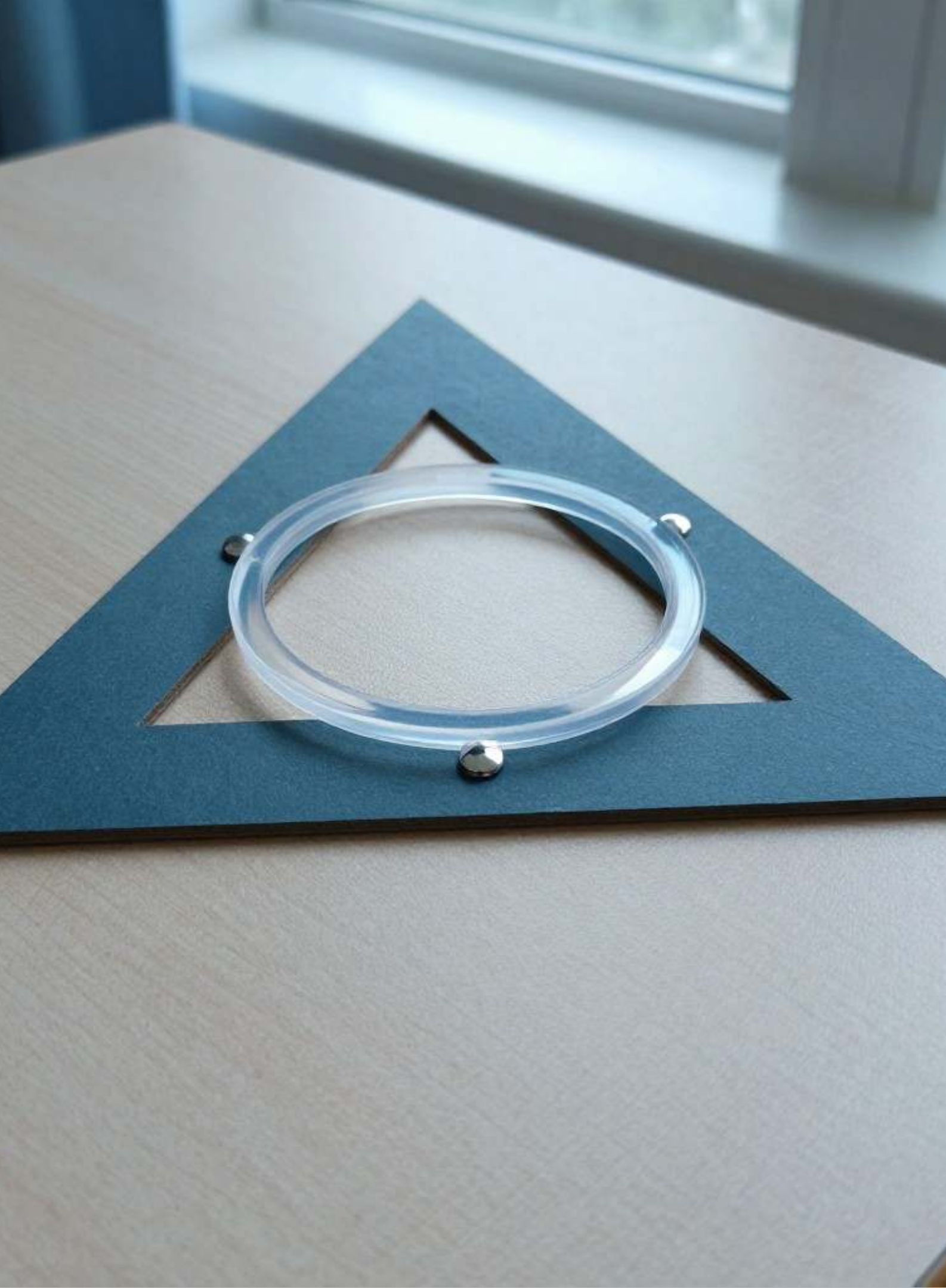


Окружность, описанная около треугольника

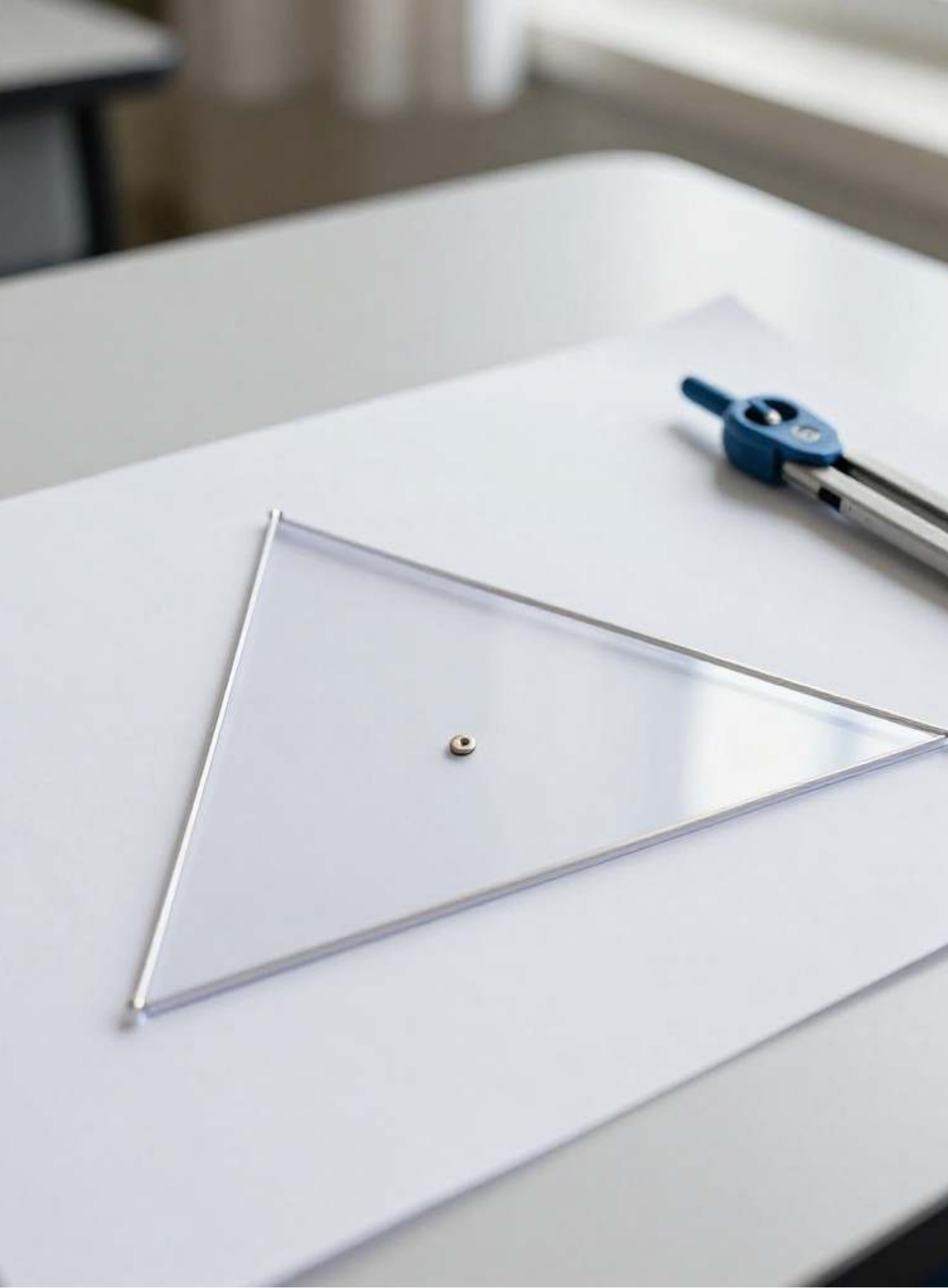
Три вершины задают одну окружность





Где встречается описанная окружность

Описанная окружность помогает связать стороны, углы и вершины треугольника. С ней удобно искать равные расстояния, строить фигуры и разбирать задачи, где важна точность геометрических построений.



Что такое описанная окружность

Три вершины

Если окружность проходит через вершины А, В и С, она считается описанной около треугольника АВС. Эти три точки лежат на одной и той же линии окружности.

Что отмечают на рисунке

На чертеже обычно показывают сам треугольник, окружность и её центр О. Такая схема помогает сразу увидеть, как фигуры связаны между собой и что именно нужно измерять.

Для любого треугольника

Определение не зависит от вида треугольника: остроугольный, прямоугольный и тупоугольный случаи подчиняются одному правилу. Важны только три неколлинеарные вершины, через которые можно провести окружность.

Определение и обозначения

01 Основное определение

Описанная окружность — это окружность, проходящая через все вершины треугольника. Для треугольника ABC на ней лежат точки A, B и C.

02 Обозначения

Центр окружности обозначают буквой O, а радиус — R. Эти обозначения удобно использовать в формулах, чертежах и дальнейших доказательствах.

03 Равные радиусы

Из определения следует равенство $OA = OB = OC$. Все три отрезка соединяют центр с вершинами и являются радиусами одной окружности.

Почему центр одинаково удалён от вершин

Одно условие для всех вершин

Центр описанной окружности должен быть одинаково удалён от всех вершин. Иначе одна и та же окружность не смогла бы пройти через три точки треугольника.

Равные отрезки

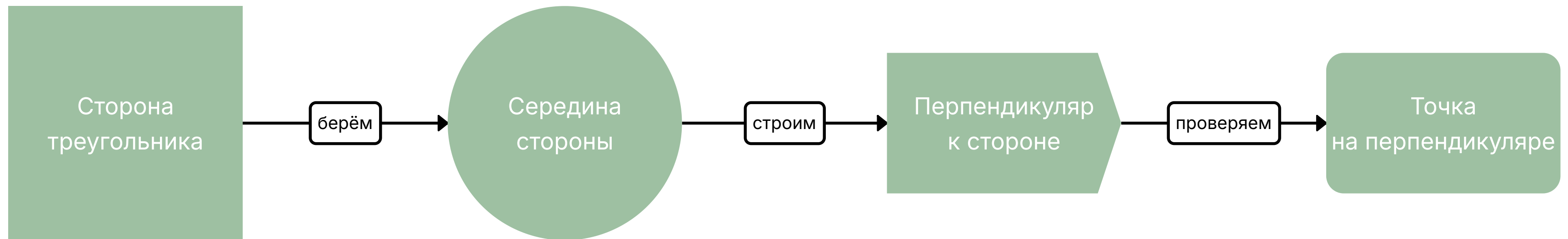
Отсюда получаются равные расстояния OA , OB и OC . Именно это свойство позволяет находить центр и проверять правильность построения по измерениям.

Почему это работает

Если три точки не лежат на одной прямой, через них можно провести единственную окружность. Поэтому у любого треугольника есть своя описанная окружность.

Как работает серединный перпендикуляр

Логика построения опирается на равенство расстояний от точек до концов отрезка.



Как находят центр окружности

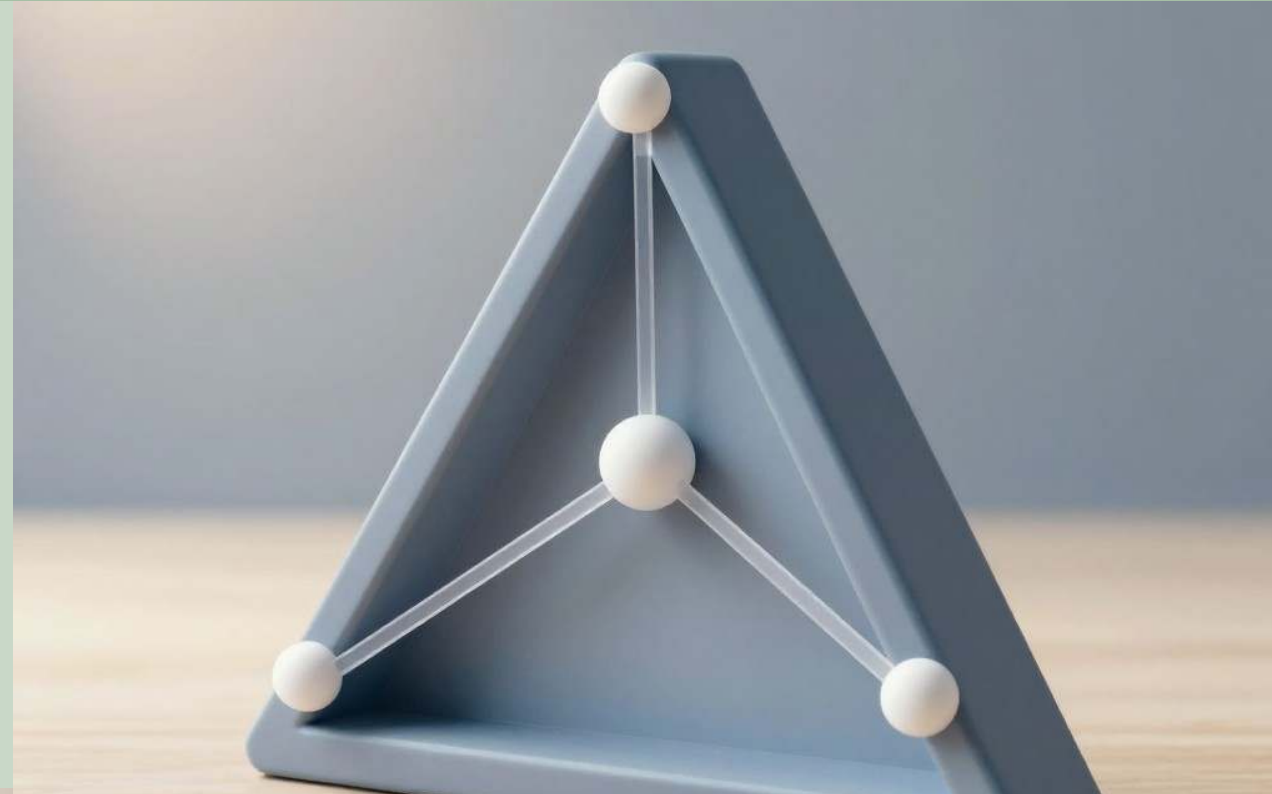
Пошаговый поиск центра по двум серединным перпендикулярам.



Проверка на примере построения

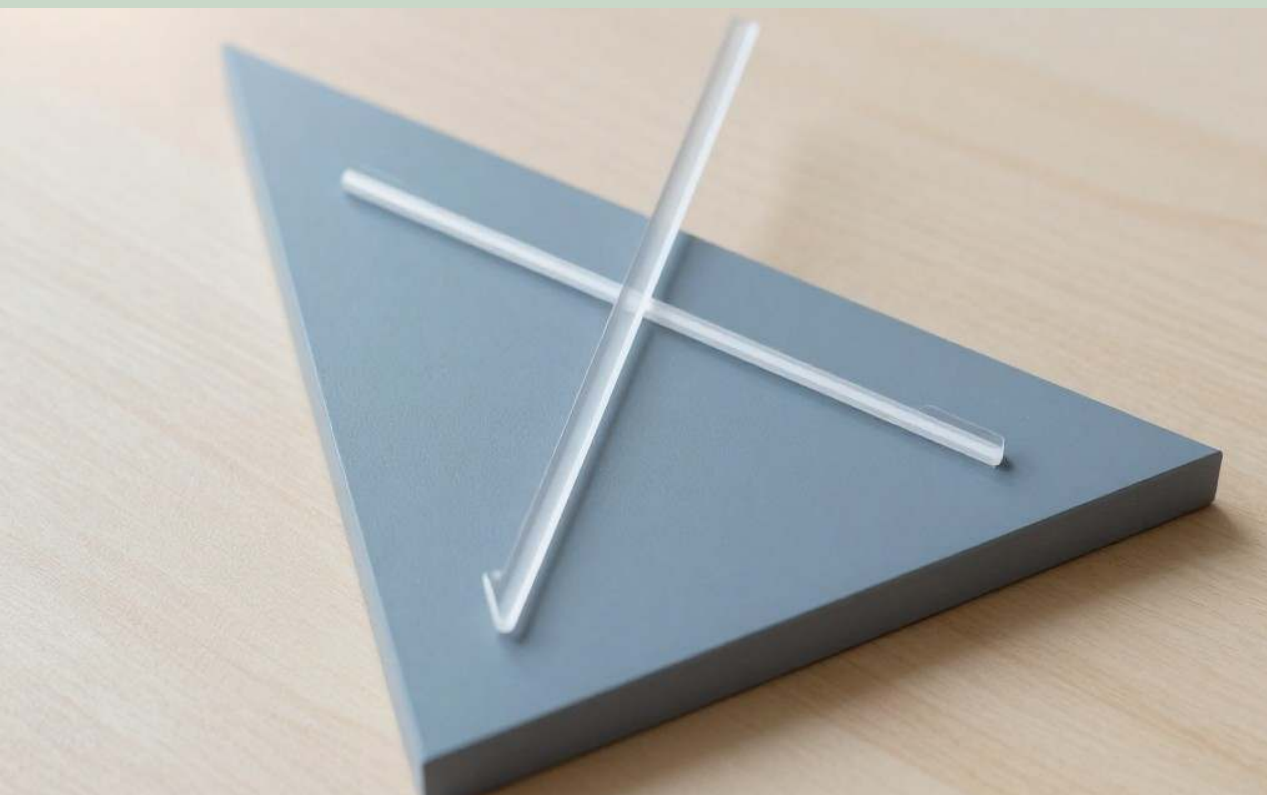
Пересечение двух линий

Сначала на рисунке треугольника ABC проводят серединные перпендикуляры к сторонам AB и AC . Их пересечение отмечают точкой O . Уже на этом шаге видно, что центр получается не случайно, а как общая точка двух линий равных расстояний.



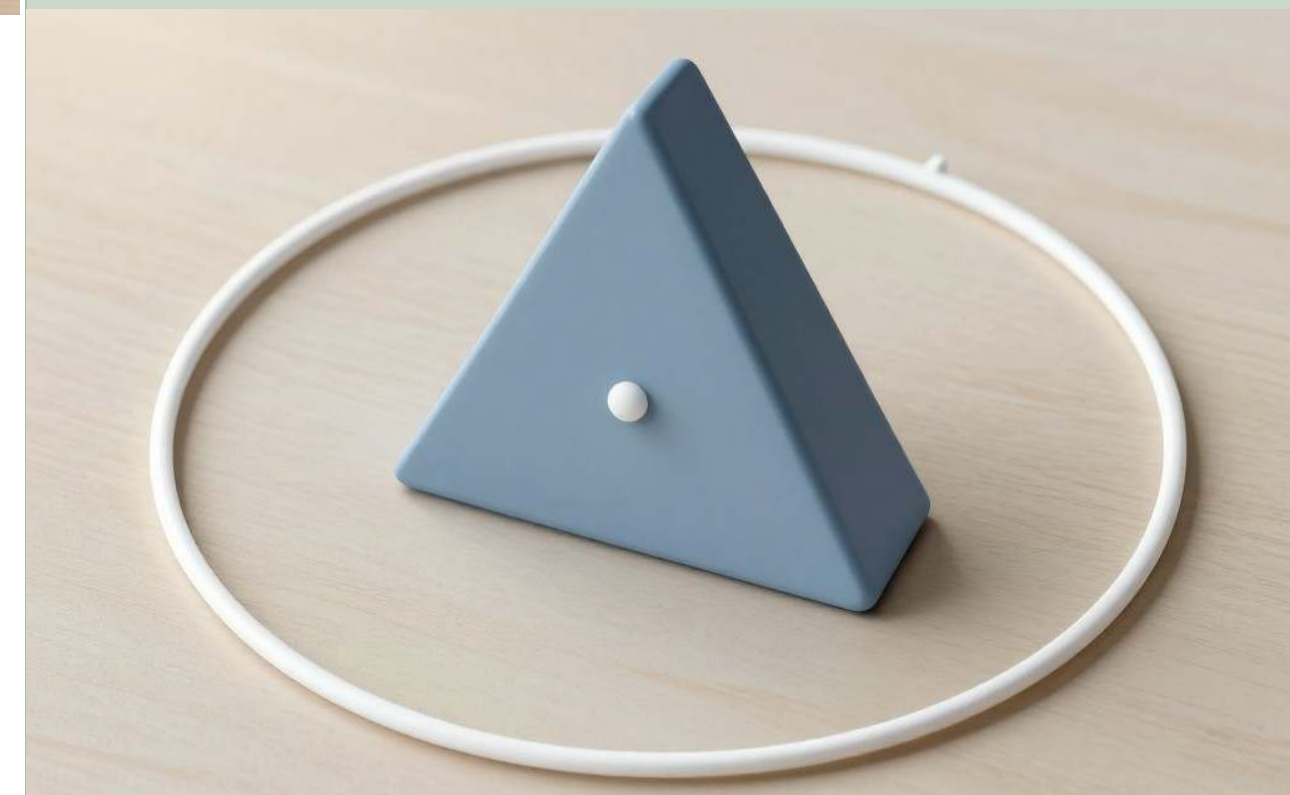
Готовая окружность

После проверки проводят окружность с центром O и радиусом OA . Она должна пройти через все вершины треугольника. Если хотя бы одна точка не попадает на линию, построение нужно исправить.



Проверка длинами

Далее измеряют отрезки OA , OB и OC . Если все три длины совпадают, точка O действительно является центром описанной окружности. Такое сравнение удобно делать линейкой или циркулем прямо на чертеже.



Термины, которые нужно знать



Середина стороны

Середина стороны делит отрезок на две равные части. Именно поэтому её легко использовать как отправную точку для дальнейшего построения серединного перпендикуляра.



Прямой угол

Перпендикуляр образует с данной стороной угол 90° . Если он проведён через середину, получается линия, на которой все точки равноудалены от концов стороны.



Проверка равенства

Равные расстояния помогают проверить, правильно ли найден центр. Когда OA , OB и OC одинаковы, можно быть уверенным, что окружность построена верно.

Остроугольный треугольник

01 Центр внутри

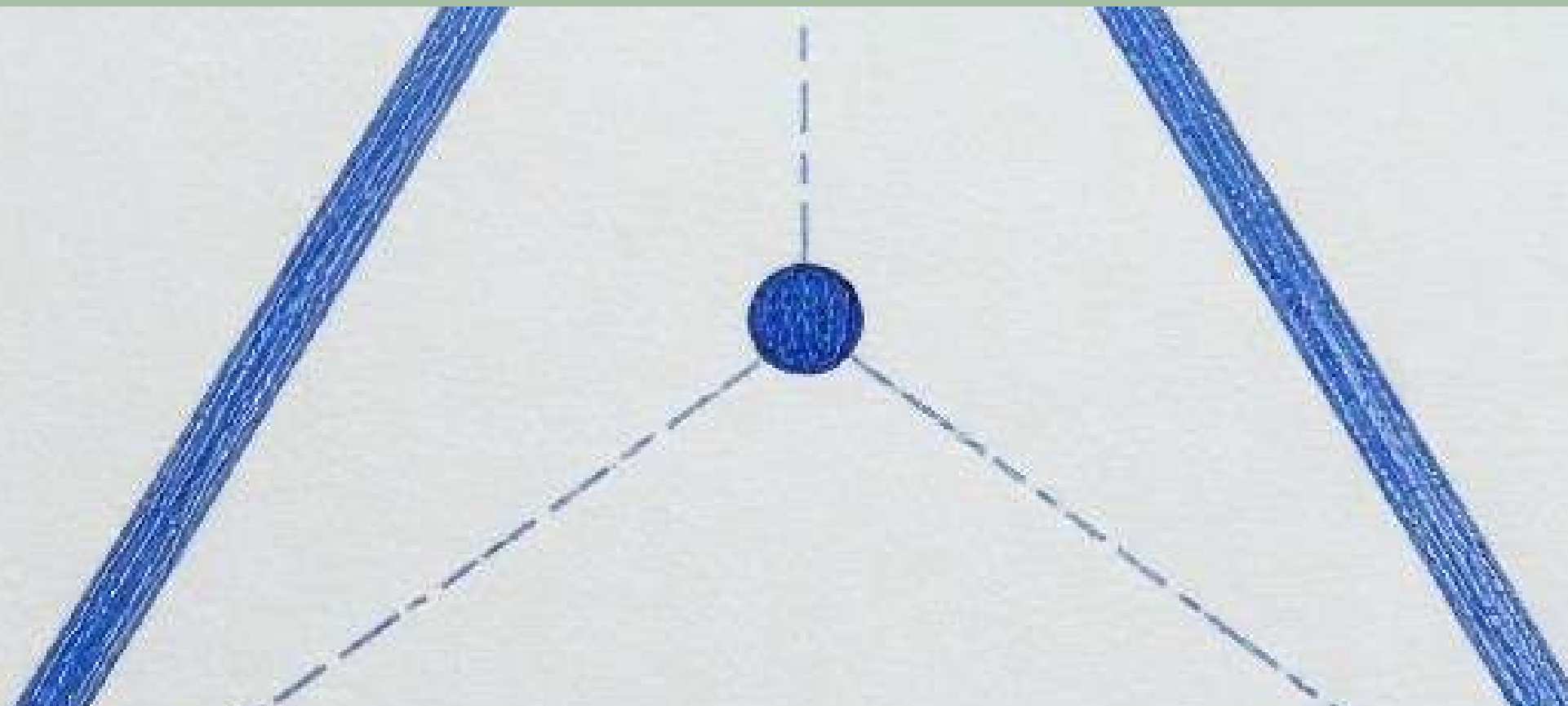
У остроугольного треугольника все углы меньше прямого, поэтому серединные перпендикуляры пересекаются внутри фигуры. Точка O становится удобной опорой для построения окружности.

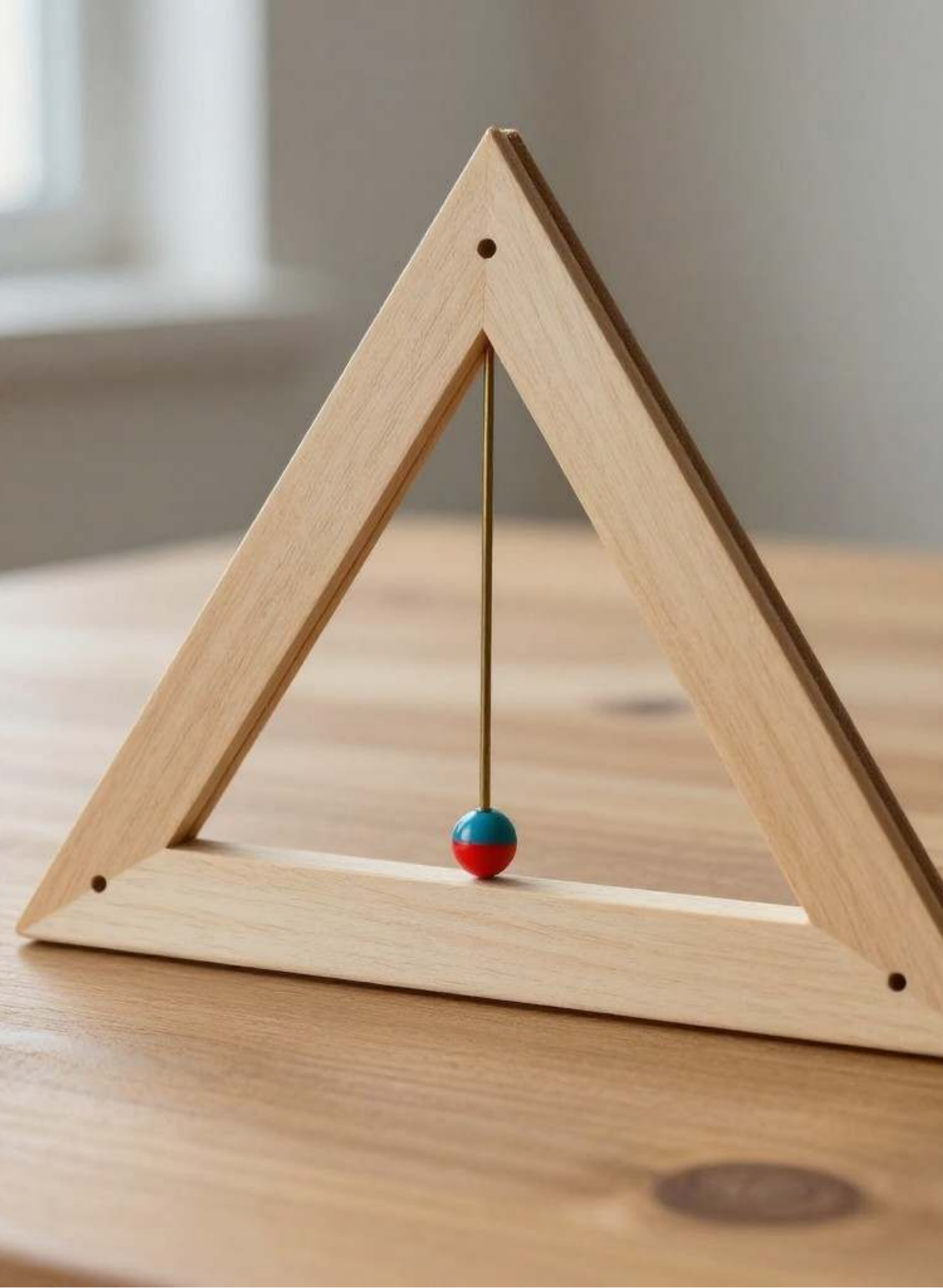
02 Равные расстояния

Из внутреннего положения центра сразу видно, что расстояния до вершин одинаковы. Это помогает проверить построение и понять, почему окружность проходит через все три точки.

03 На рисунке

Такой случай часто встречается на чертежах и в задачах. По рисунку легко заметить, где расположен центр, и сравнить его с другими видами треугольников.





Прямоугольный треугольник

Где находится центр

В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности лежит на середине гипотенузы. Это удобно: достаточно найти самый длинный бок, чтобы сразу определить точку O без сложных построений.

Почему гипотенуза особая

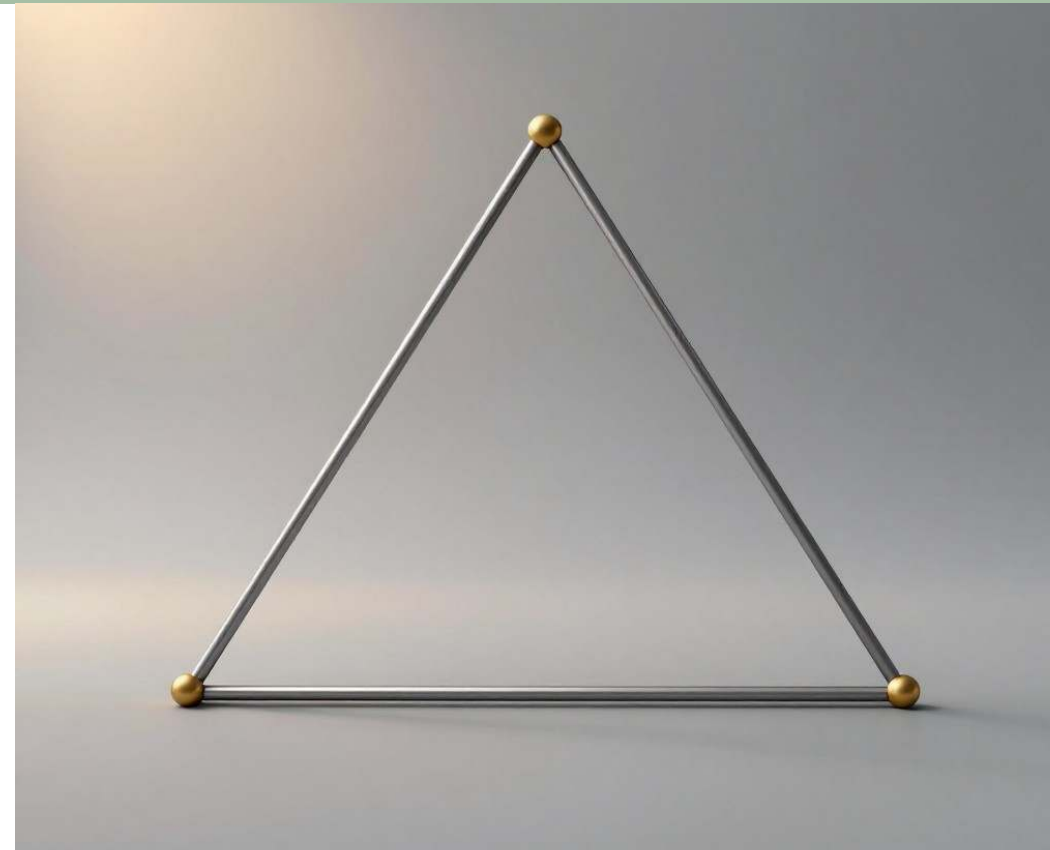
Гипотенуза в таком треугольнике становится диаметром окружности. Поэтому все три вершины лежат на одной окружности, а отрезок между концами гипотенузы проходит через центр.

Как найти радиус

Если гипотенуза равна 10 см, то радиус описанной окружности равен 5 см. Это следствие помогает быстро решать задачи и проверять правильность чертежа.

Тупоугольный треугольник

Центр вне треугольника
В тупоугольном треугольнике один угол больше 90° , поэтому точка пересечения серединных перпендикуляров смещается за пределы фигуры. Это не меняет свойство окружности: она всё равно проходит через все три вершины.



Чему учит пример
Такой случай полезен для сравнения с остроугольным и прямоугольным треугольниками. Он показывает, что положение центра зависит от углов, а не от способа построения окружности.



Пересечение перпендикуляров
На чертеже видно, что серединные перпендикуляры продолжают за стороны треугольника и всё равно пересекаются в одной точке O . Именно эта точка служит центром описанной окружности, хотя сама лежит снаружи.



3

Три вершины
не на одной прямой
однозначно задают
описанную окружность.

Чем больше угол при вершине,
тем иначе связаны сторона
треугольника и радиус описанной
окружности.

Центральный и вписанный углы

Центр окружности

Центральный угол строится с вершиной в центре окружности. Он напрямую связан с дугой, на которую опирается, и помогает измерять её величину.

Связь двух углов

Для одной и той же дуги вписанный угол всегда вдвое меньше центрального. Это ключевая связь, которая часто используется при решении задач.

Угол на окружности

Если на той же дуге взять точку на окружности, получится вписанный угол. Его вершина лежит на окружности, а стороны идут к концам дуги.

Теорема о вписанном угле

01 1. Центральный угол

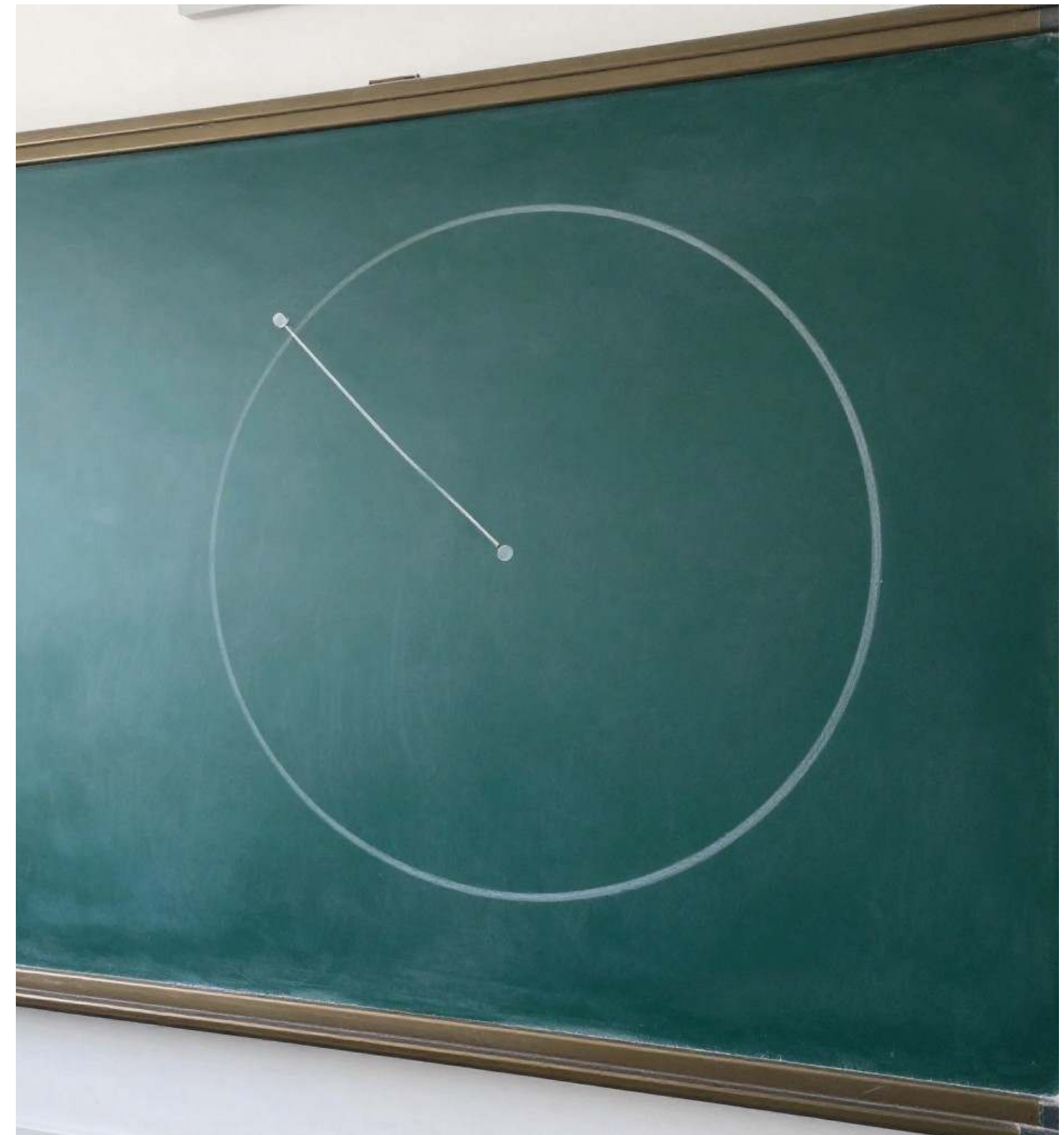
Возьмите дугу и проведите центральный угол, опирающийся на неё. Его вершина находится в центре окружности, поэтому он «видит» дугу под большим раскрытием.

02 2. Вписанный угол

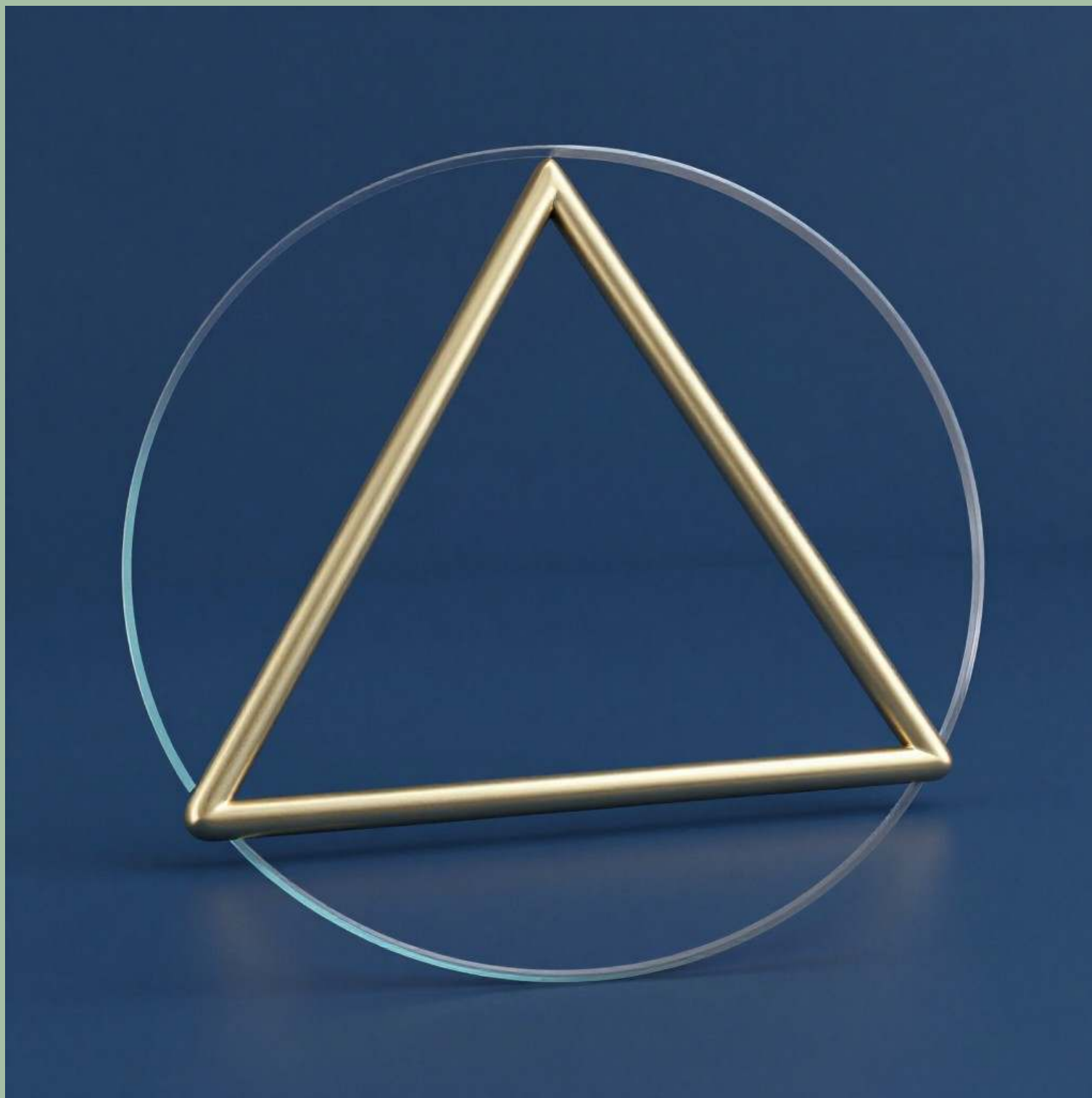
Постройте вписанный угол, опирающийся на ту же дугу. Его вершина лежит на окружности, и стороны соединяют её с концами дуги.

03 3. Главное соотношение

Сравните оба угла: вписанный всегда равен половине центрального. Эта закономерность остаётся верной для любой дуги и лежит в основе многих доказательств.



Следствия для хорд и дуг



Равные дуги

Если две дуги равны, то вписанные углы, опирающиеся на них, тоже равны. Это позволяет сравнивать части окружности по одному только виду углов.

Хорды и дуги

Равные хорды соответствуют равным дугам. Поэтому, заметив равенство углов, можно сделать вывод о равенстве хорд и проверить свойства фигуры без лишних измерений.

Применение в задачах

В треугольниках, вписанных в окружность, эти связи помогают находить неизвестные элементы. По одному углу часто удаётся восстановить целую цепочку равенств.

Обратные утверждения

01 1. Проверка точек

Сначала проверяют, лежат ли три точки на одной окружности. Если да, то они могут быть вершинами треугольника, для которого эта окружность уже является описанной.

02 2. Сравнение расстояний

Затем находят центр окружности и измеряют расстояния до каждой вершины. Равенство этих отрезков подтверждает, что все точки находятся на одинаковом удалении от центра.

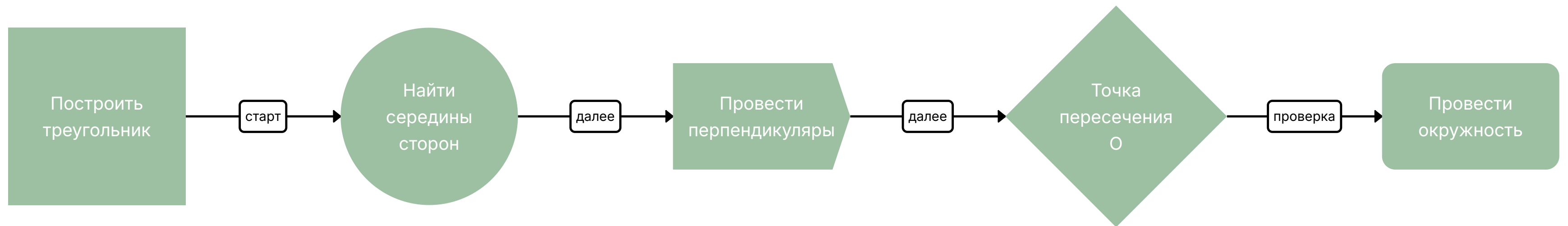
03 3. Обратный вывод

После этого можно сделать обратный вывод: окружность проходит через все вершины треугольника и описана около него. Такой приём часто используют в геометрических задачах.



Построение описанной окружности

Последовательность построения циркулем и линейкой от треугольника к описанной окружности.





Задача на центр и радиус

Для прямоугольного треугольника центр и радиус находятся особенно быстро. В остальных случаях помогает правило серединных перпендикуляров.

В прямоугольном треугольнике ответ находится сразу, а в общем случае требуется построение центра.

Случай	Центр	Радиус
Прямоугольный	середина гипотенузы	половина гипотенузы
Остальные	пересечение перпендикуляров	ОА

Геометрическое свойство описанной окружности

Главное запомнить

Описанная окружность связывает вершины треугольника одной общей линией. Запомните три опоры: центр на серединных перпендикулярах, особый случай прямоугольного треугольника и связи между дугами, хордами и углами.