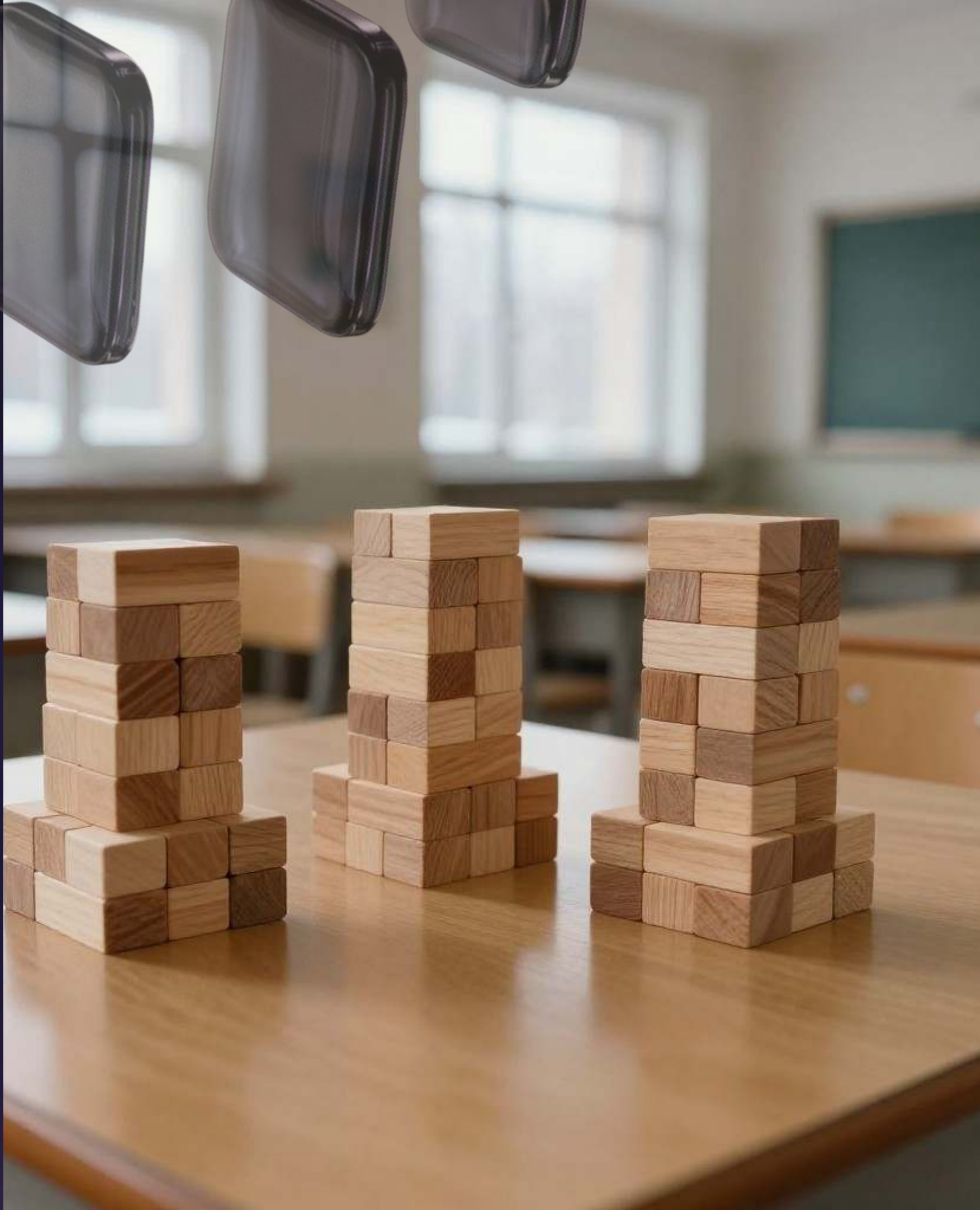




Краткая запись умножения и удобные правила
вычислений.

Свойства степени с натуральным показателем



A photograph of a classroom setting with wooden desks and a green chalkboard. On a desk in the foreground, three stacks of wooden blocks are arranged to represent powers of 2. The first stack is 2 blocks high (2^1), the second is 4 blocks high (2^2), and the third is 8 blocks high (2^3). The blocks are light-colored wood. In the background, there are more desks and a chalkboard with some papers pinned to it.

Зачем нужны степени в 7 классе

Степени помогают сокращать записи, быстрее считать и упрощать выражения. На уроках алгебры они нужны при сравнении чисел, преобразовании формул и решении простых уравнений. Понимание основания и показателя делает вычисления точнее и понятнее.

Что такое степень числа

01 Запись степени

Степень числа a с натуральным показателем n записывают как a^n . Эта запись читается коротко, но означает последовательное умножение одного и того же числа.

02 Основание и показатель

Число a называют основанием степени: именно оно повторяется в произведении. Число n называют показателем степени, потому что оно показывает, сколько раз основание берётся множителем.

03 Смысл записи

Запись a^n означает произведение n одинаковых множителей: $a \cdot a \cdot a \dots a$. Такая форма экономит место и помогает быстрее выполнять вычисления с длинными произведениями.

04 Пример вычисления

Например, $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$. По этому примеру видно, как степень превращает повторяющееся умножение в короткую и удобную запись.

05 Частный случай

Если показатель равен 1, то $a^1 = a$. Это важно запомнить, чтобы не путать степень с обычным числом и не делать лишних преобразований.

Наглядный смысл степени

Квадрат числа

Запись 4^2 можно представить как квадрат со стороной 4. Такой образ показывает, что число повторяется два раза и связано с площадью фигуры.

Куб числа

Запись 3^3 удобно связывать с кубом со стороной 3. Здесь число повторяется три раза, а геометрический образ помогает лучше понять смысл степени.

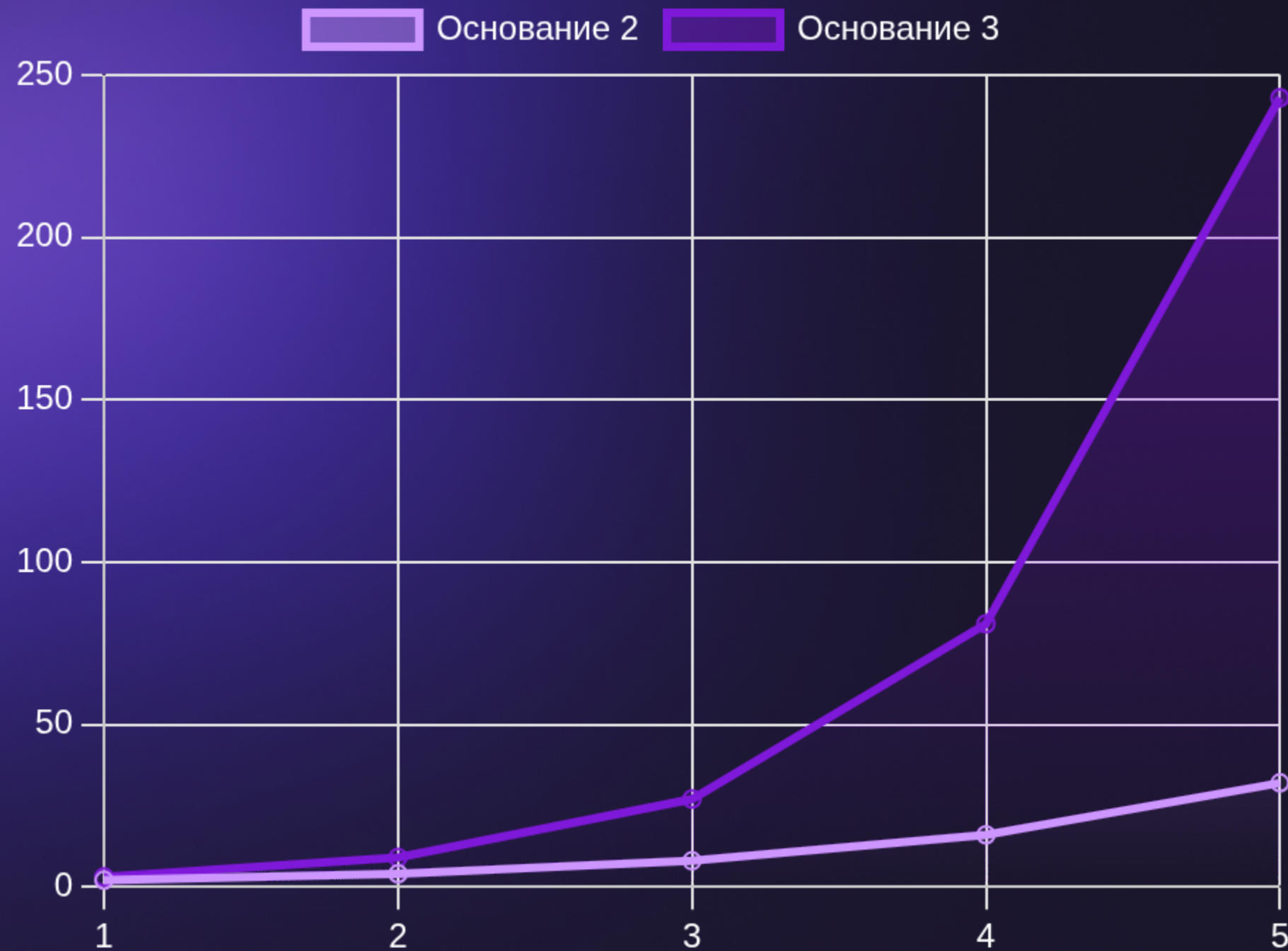
Повторение множителей

Степень показывает не просто результат, а именно повторяющееся умножение. Поэтому одна и та же запись может быть понята и как вычисление, и как образ.

Зачем нужен образ

Когда степень связана с фигурой, правило запоминается легче. Геометрический смысл помогает школьнику увидеть, что показатель отвечает за число одинаковых множителей.

Как быстро растут степени



С ростом показателя значения увеличиваются заметно быстрее, чем само основание. Это хорошо видно при сравнении двух соседних рядов.

Чем больше показатель, тем сильнее разрыв между соседними значениями. Степени быстро приводят к большим числам даже при небольшом основании.

Составлено по правилам возведения в степень; даты не требуется.

Свойство произведения степеней

01

Основное правило

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Основание не меняется, потому что умножаются одинаковые множители.

02

Почему так происходит

Если раскрыть степени как повторяющееся умножение, все множители одного основания соединяются в одну длинную запись. Поэтому достаточно сложить количество одинаковых множителей.

03

Пример вычисления

Например, $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$. Здесь важно не складывать основания, а менять только показатели, чтобы получить верный результат.

04

Что нужно запомнить

Это свойство особенно полезно при упрощении выражений в 7 классе. Оно помогает быстро сокращать записи и избегать лишнего перемножения одинаковых чисел.

Свойство деления степеней

01 Правило деления

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$, если $m > n$. Основание остаётся тем же.

02 Смысл сокращения

Это правило работает потому, что одинаковые множители в числителе и знаменателе сокращаются. После сокращения остаётся только разность показателей.

03 Пример вычисления

Например, $5^6 : 5^2 = 5^4 = 625$. Такое преобразование позволяет обойтись без длинной записи и быстрее получить ответ.

04 Особый случай

Если показатели равны, получается a^0 , но в 7 классе чаще рассматривают деление, где результат выражается натуральной степенью.

Главные свойства степеней в одной таблице

Таблица показывает основные правила, их краткий смысл и пример вычисления.

Свойство	Формула	Пример
Произведение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$
Деление	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$5^6 : 5^2 = 5^4$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(mn)}$	$(2^3)^2 = 2^6$
Степень произведения	$(ab)^n = a^n b^n$	$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$

Все правила опираются на одно и то же представление степени как повторяющегося умножения. Меняется только способ записи одинаковых множителей.

Свойства степеней с натуральным показателем, курс алгебры 7 класса.

Степень степени

Главное правило

При возведении степени в степень показатели перемножаются: $(a^m)^n = a^{mn}$. Это значит, что внешняя степень повторяет всю внутреннюю запись целиком.

Как это понимать

Если внутри скобок уже есть степень, то она берётся несколько раз. Поэтому вместо сложения показателей нужно умножать их между собой.

Пример вычисления

Например, $(2^3)^2 = 2^{(3 \cdot 2)} = 2^6 = 64$. Сначала удобно заменить повторное возведение в степень одним показателем, а затем вычислить ответ.

Когда применяется

Такое правило особенно полезно при упрощении выражений, где одна степень находится внутри другой. Оно помогает записывать ответ короче и без лишних шагов.

Степень произведения

01

Основная формула

Степень произведения равна произведению степеней: $(ab)^n = a^n b^n$. Это значит, что каждый множитель в скобках возводится в ту же степень.

02

Как работает правило

Скобки показывают, что степень относится ко всему произведению целиком. Поэтому нельзя возводить в степень только один множитель — преобразование должно быть одинаковым для каждого.

03

Пример вычисления

Например, $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$. Такая запись помогает выполнить вычисление поэтапно и не потерять множители.

04

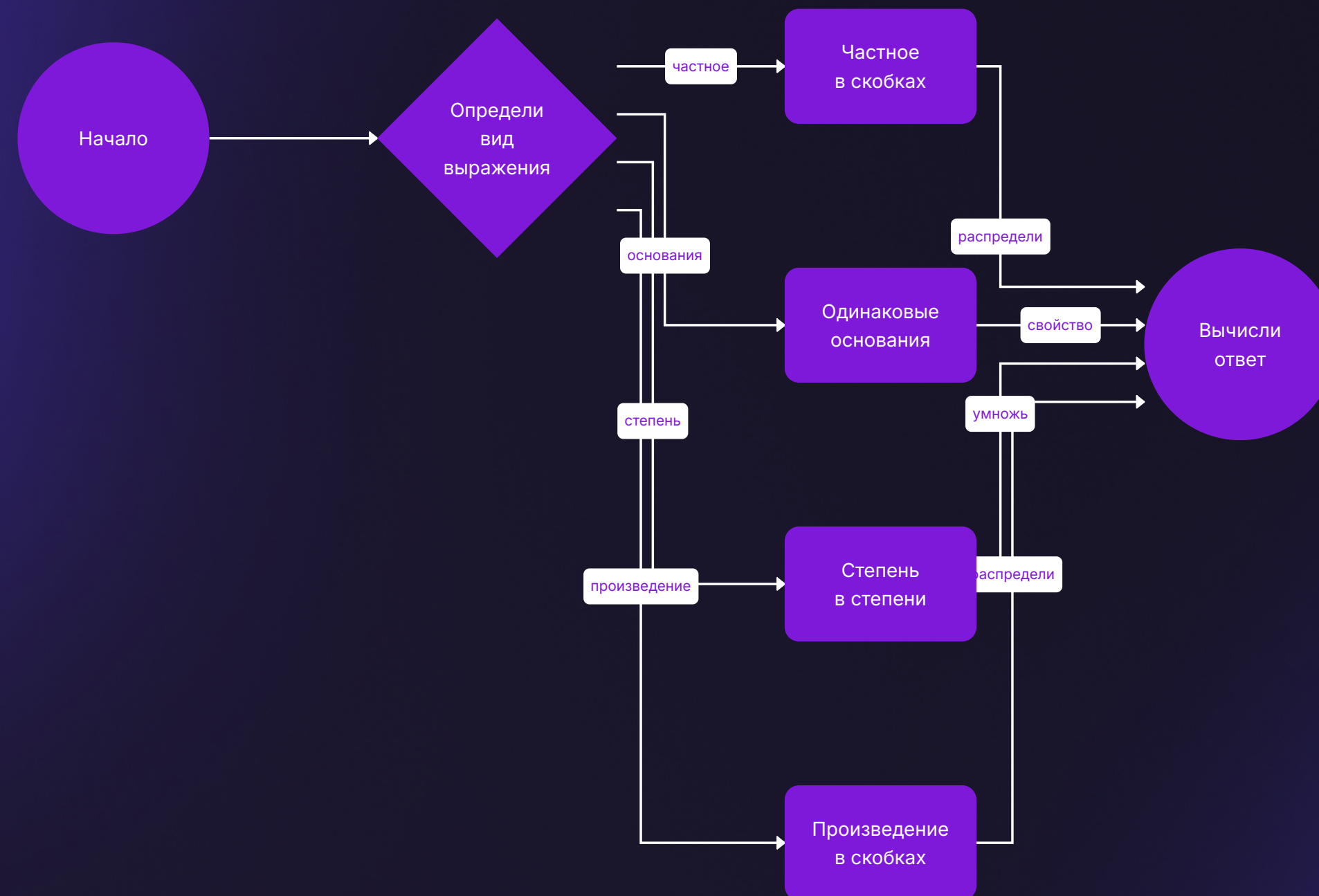
Полезный вывод

Это свойство удобно при преобразовании выражений и проверке ответов. Оно учит внимательно читать скобки и правильно распределять степень на все множители.



Алгоритм упрощения выражений со степенями

Последовательность выбора свойства степени зависит от вида выражения: одинаковые основания, степень степени, произведение или частное в скобках.



Степень частного

01 Запись свойства

Если делимое и делитель возводятся в одну и ту же степень, можно сначала разделить числа в скобках, а затем возвести частное в степень.

02 Обратная форма

Полезно помнить и обратную запись: $a^m : b^m = (a : b)^m$, если b не равно нулю. Обе формы дают одинаковый результат и сокращают вычисления.

03 Простой пример

В выражении $(6:2)^3$ сначала находим частное $6:2 = 3$, затем получаем $3^3 = 27$. Так запись становится короче и понятнее.

04 Зачем это нужно

Это свойство особенно удобно при работе с дробями и делением одинаковых множителей: оно помогает избегать длинных цепочек вычислений и уменьшает риск ошибки.

Сравнение способов записи одного и того же числа



Чем короче запись, тем быстрее её читать и проверять. Степень заменяет длинное повторение одинаковых множителей одной компактной формой.

Степень удобнее повторного умножения: она сохраняет смысл вычисления и заметно сокращает запись.

Составлено по примерам из темы «Свойства степени с натуральным показателем».

Типичные ошибки при работе со степенями

Складывают основания

При умножении степеней с одинаковым основанием нельзя складывать сами основания. Верно складывать показатели: $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$, а не 2^{3+4} .

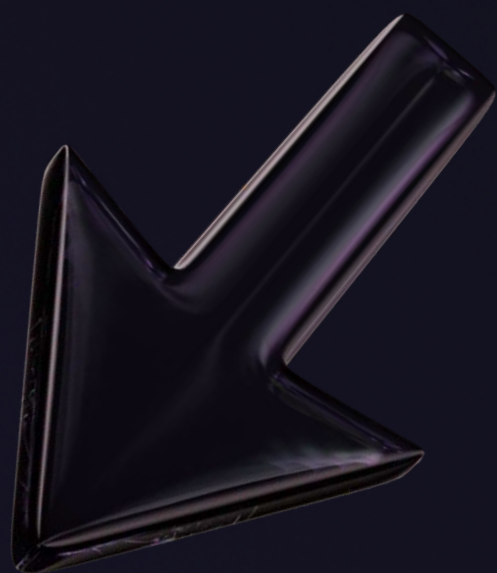
Забывают скобки

В записи $(ab)^n$ степень относится ко всему произведению в скобках. Если скобки пропустить, смысл выражения меняется, и получится другое вычисление.

Неверно понимают показатель 1

Степень с показателем 1 не превращает число в единицу. Для любого a верно $a^1 = a$, поэтому основание остаётся без изменений.

Проверка правил на примерах



Сопоставьте выражение, использованное свойство и результат вычисления.

Во всех примерах правильный выбор свойства позволяет быстро перейти к короткой записи и верному ответу.

Выражение	Свойство	Ответ
$3^2 \cdot 3^5$	произведение	2187
$7^4 : 7^2$	деление	49
$(2^3)^2$	степень степени	64
$(5 \cdot 2)^3$	степень произведения	1000

Примеры из темы «Свойства степени с натуральным показателем»

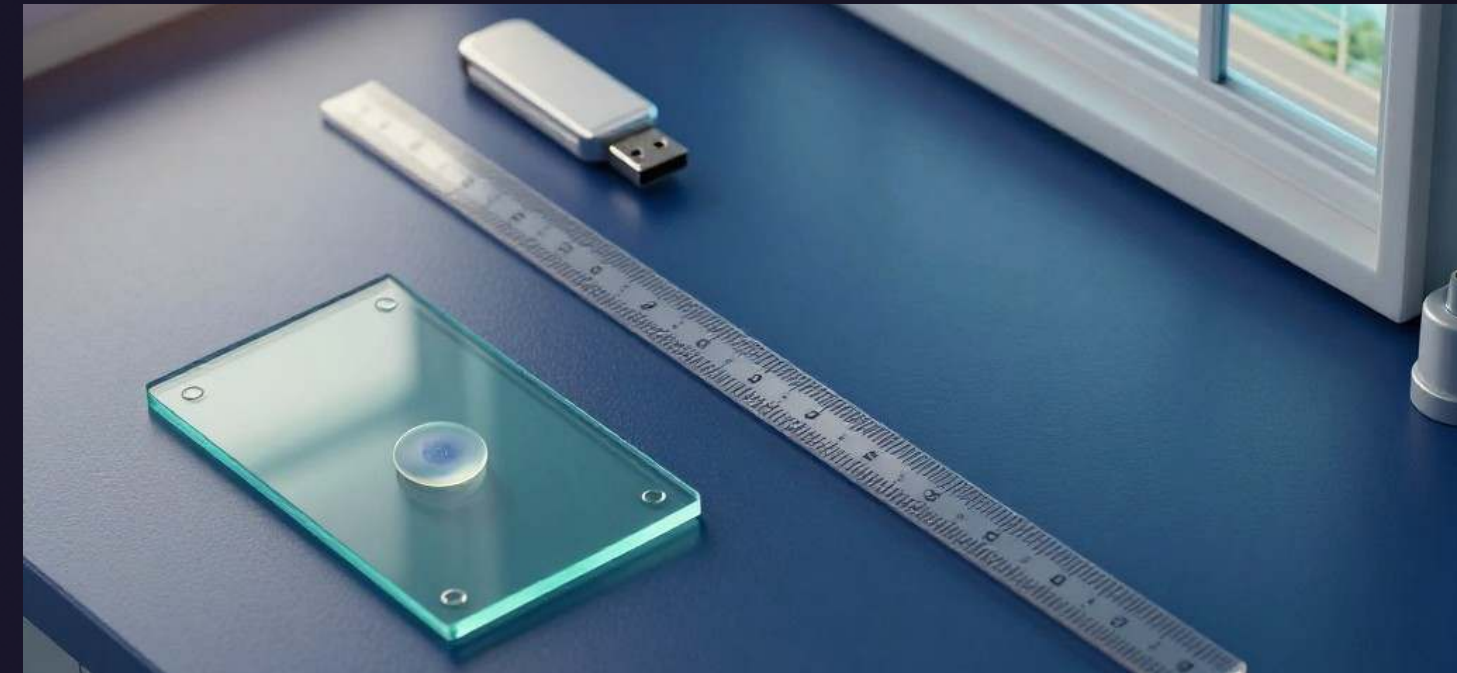


Где встречаются степени в жизни



Большие числа без лишних нулей

В информатике и естественных науках степени часто используют для записи очень больших чисел. Например, 10^6 означает миллион, а 10^9 — миллиард. Такая форма экономит место и помогает быстро сравнивать величины.



Масштаб, который легко увидеть

Степени помогают описывать размеры, которые трудно записать длинными числами: расстояния, объёмы памяти, масштабы в биологии и физике. На схеме рядом можно показать клетку, флеш-память и далёкое расстояние как разные примеры одного приёма записи.

Тренировка на четырёх примерах

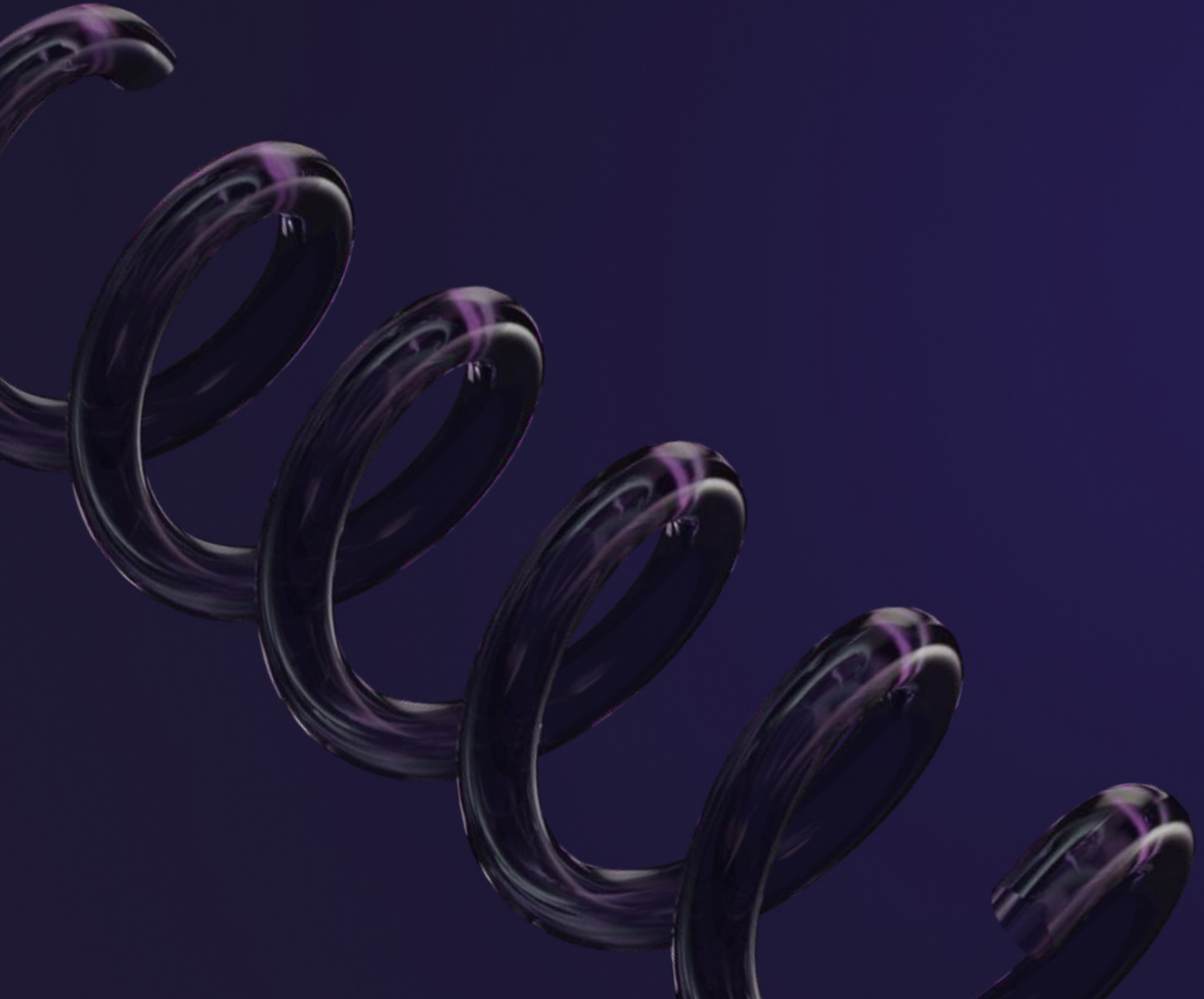


Каждый столбец показывает итог после применения одного из свойств степеней. По результату удобно сверять, правильно ли выбран способ преобразования.

Разные задания приводят к разным числам, но все решаются по одной логике: сначала выбирается свойство, затем выполняется вычисление.

Составлено по учебным примерам из темы «Свойства степени с натуральным показателем».

Как выбрать нужное свойство



1. Найти вид записи

Сначала внимательно смотрят, что именно дано: произведение степеней, деление, степень в степени или выражение в скобках. От этого зависит дальнейший выбор правила.

2. Проверить основания

Если основания одинаковые, применяют свойства произведения или деления степеней. Меняются только показатели, а основание остаётся прежним.

3. Посмотреть на степень

Если одна степень находится внутри другой, показатели перемножают. Внутренняя запись повторяется столько раз, сколько указано во внешней степени.

4. Распределить степень

Если в скобках стоит произведение или частное, степень относят к каждому множителю. После преобразования остаётся только аккуратно вычислить результат.

Что нужно запомнить о степенях



Сложение показателей

При умножении степеней с одинаковым основанием складывают показатели. Это правило помогает быстро объединять одинаковые множители в одну степень.



Быстрое вычисление

Все свойства степеней опираются на определение степени и делают вычисления быстрее. Они особенно полезны в самостоятельных и контрольных работах.



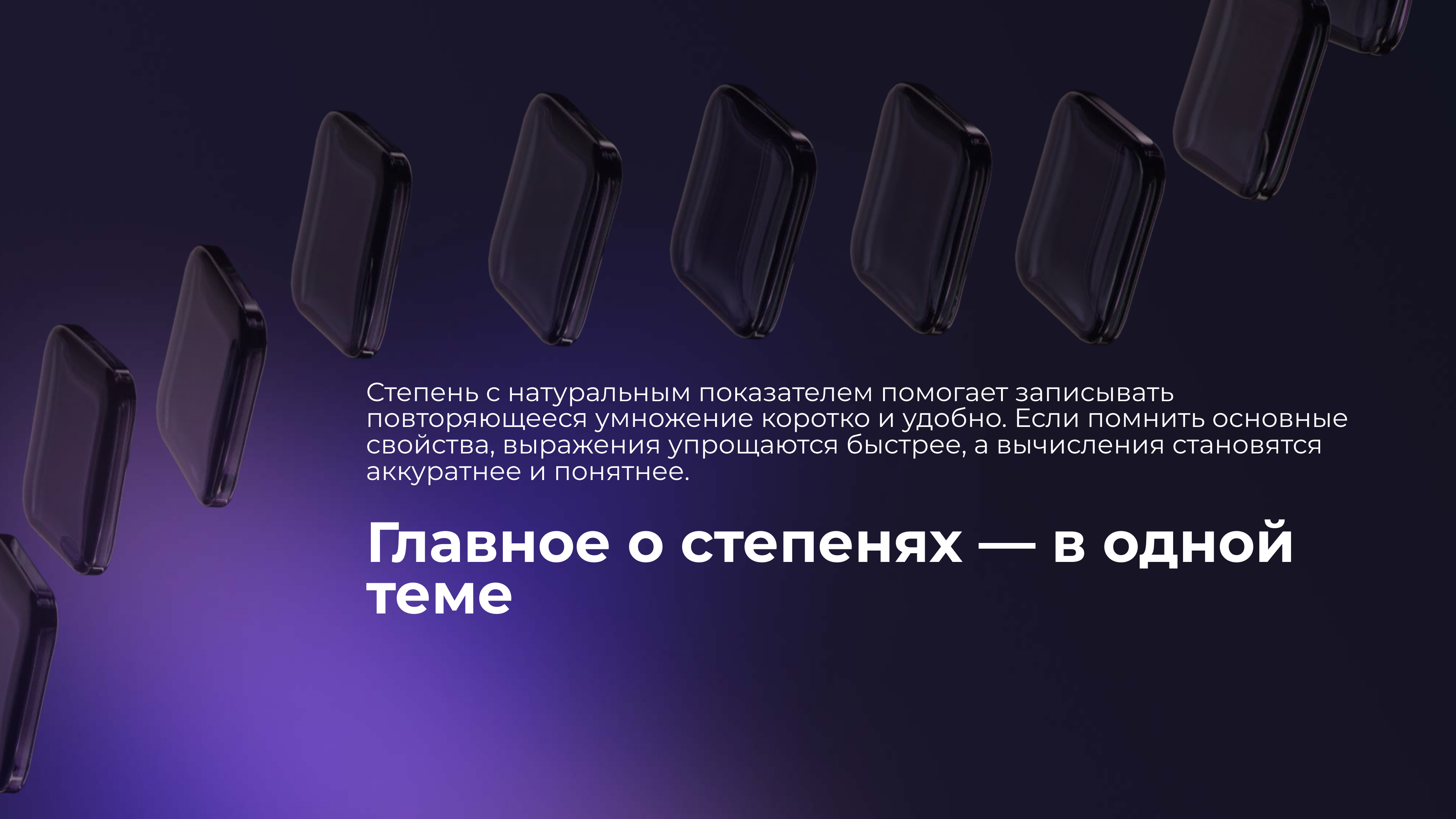
Повторение множителей

Степень — это краткая запись одинаковых множителей, поэтому она позволяет заменить длинное умножение одной компактной записью без потери смысла.



Вычитание показателей

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитают. Одинаковые множители сокращаются, и выражение становится короче.



Степень с натуральным показателем помогает записывать повторяющееся умножение коротко и удобно. Если помнить основные свойства, выражения упрощаются быстрее, а вычисления становятся аккуратнее и понятнее.

Главное о степенях — в одной теме