

Применение различных способов разложения многочленов на множители

Алгебра становится проще, если увидеть
общий множитель и знакомые формулы.



Зачем учить разложение на множители в 7 классе

Этот приём связывает раскрытие скобок и преобразование выражений. Он помогает находить корни уравнений, сокращать дроби и быстрее приводить многочлены к удобному виду без лишних вычислений.



Общий множитель как самый простой способ

Что искать

Общий множитель может быть числом, буквой или выражением, которое встречается в каждом слагаемом. Сначала его находят во всех частях многочлена, а затем выносят за скобки.

1

Как записывать

При вынесении общего множителя исходный многочлен заменяют произведением. Например, $6x+12=6(x+2)$, а $3a^2b-6ab=3ab(a-2)$. Такой переход сокращает запись и делает выражение нагляднее.

2

Когда особенно удобно

Этот способ особенно полезен, если все члены делятся на одно число или имеют одинаковую буквенную часть. Тогда разложение получается самым коротким и не требует сложного подбора.

3

Как выбрать способ разложения

Способ	Когда подходит	Пример
Общий множитель	Есть общий множитель	$8x+12$
Группировка	Можно разделить на пары	$ax+ay+bx+by$
Формулы	Похоже на известную формулу	a^2-b^2
Трёхчлен	Вид x^2+bx+c	x^2+5x+6

Составлено по правилам разложения многочленов, изучаемым в 7 классе

Способ выбирают не случайно, а по виду многочлена и его строению.

Главный признак выбора — внешний вид выражения: общий множитель, структура пар, знакомая формула или квадратный трёхчлен.

Группировка членов многочлена

Смысл приёма

Слагаемые объединяют так, чтобы в каждой группе появился свой общий множитель. После этого каждую группу можно разложить отдельно и затем вынести общий множитель уже всей записи.

Классический пример

В выражении $ax+ay+bx+by$ удобно сначала собрать первые два и последние два члена. Тогда получается $a(x+y)+b(x+y)$, а затем $(a+b)(x+y)$.

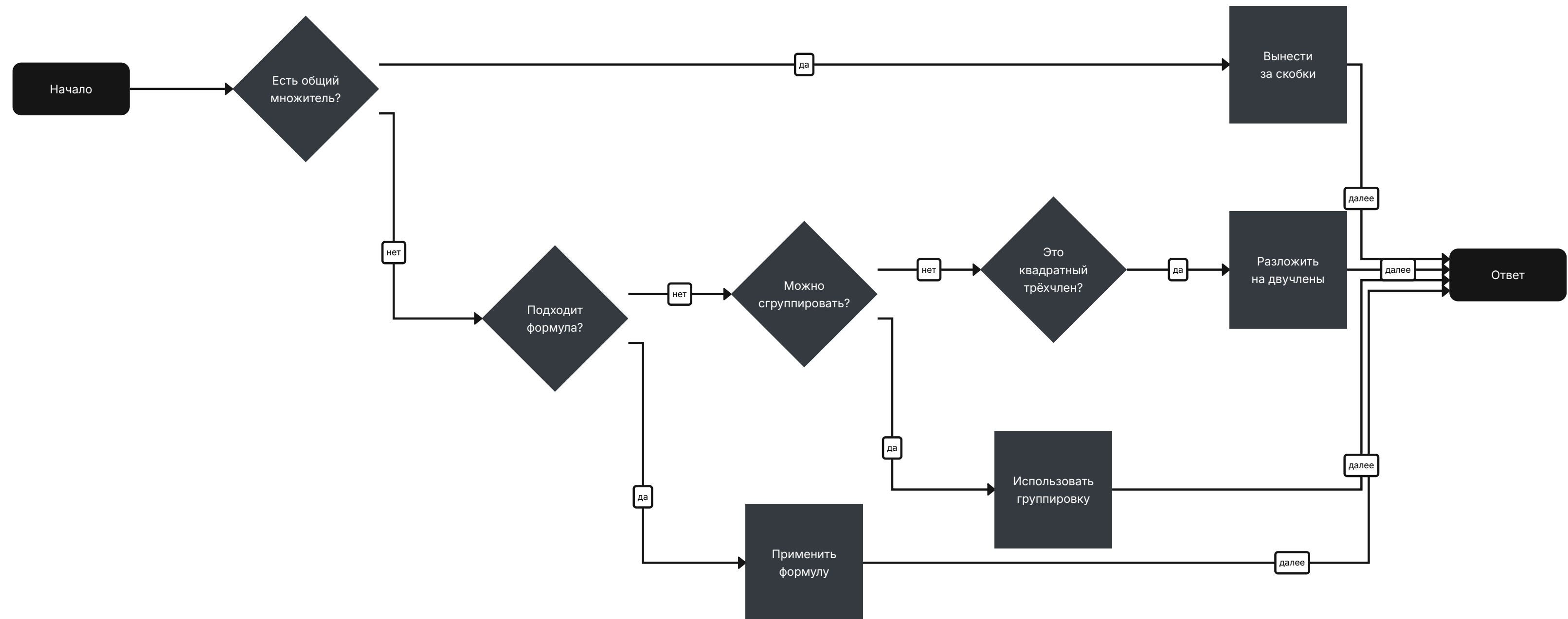
Когда применяется

Группировка особенно полезна, если у всего многочлена нет одного общего множителя. Чаще всего она встречается в выражениях из четырёх членов, где легко увидеть две похожие пары.



Как выбрать способ разложения

Схема показывает последовательность проверки вида многочлена и выбора подходящего приёма.



Формула разности квадратов

01

Основная запись

Если в выражении стоят два квадрата и между ними минус, его можно разложить по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Это один из самых быстрых способов преобразования.

02

Проверка на примерах

Например, $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$, потому что 49 — это 7^2 . Аналогично $9y^2 - 16 = (3y - 4)(3y + 4)$, ведь $9y^2 = (3y)^2$.

03

Когда применять

Формула подходит только тогда, когда оба слагаемых являются квадратами и между ними стоит знак минус. В таких случаях не нужно подбирать множители вручную.

Какие способы встречаются чаще

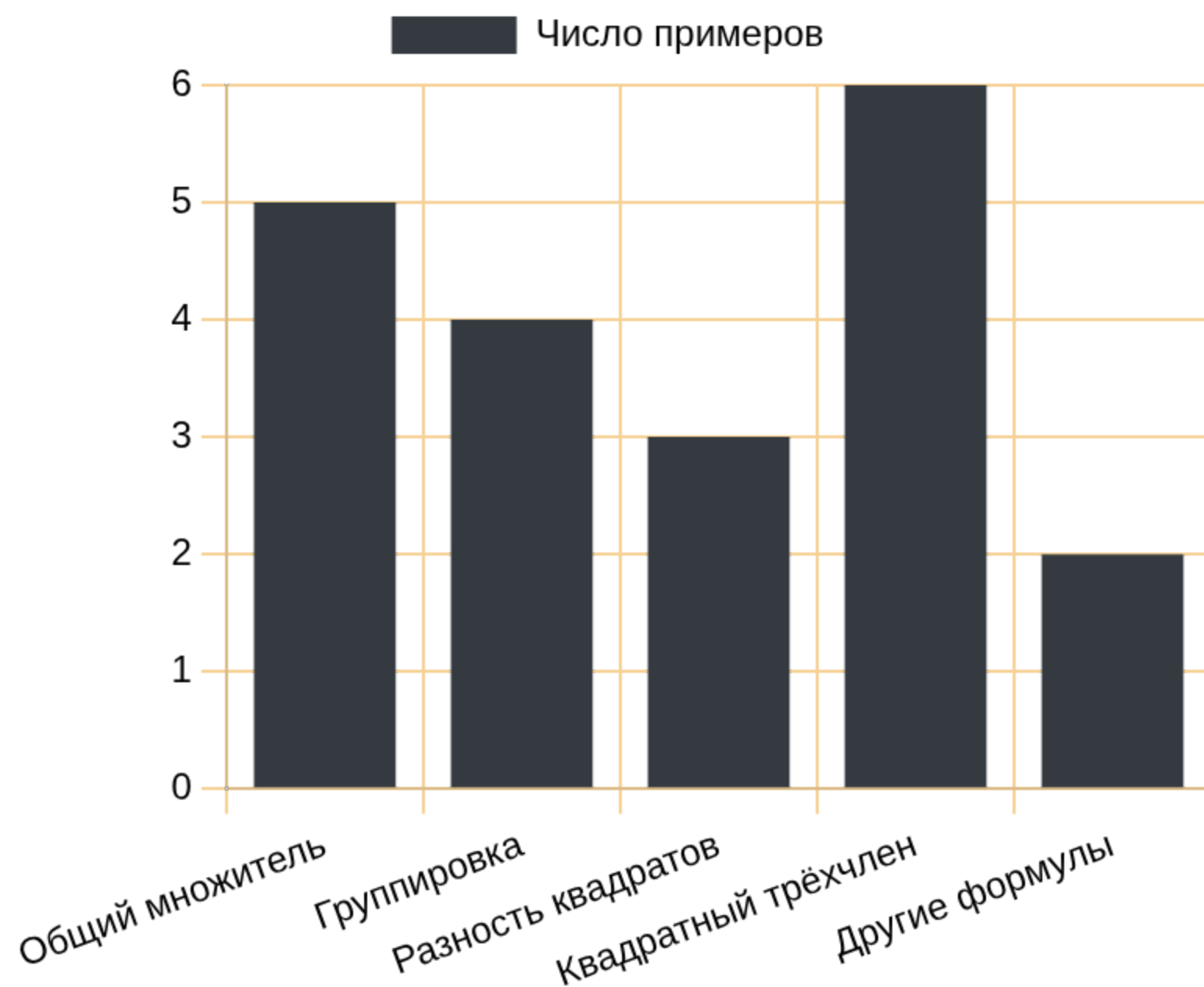


Диаграмма помогает увидеть, какие приёмы чаще попадают в упражнения и требуют более уверенного владения.

Наибольшее внимание стоит уделить общему множителю и квадратному трёхчлену: именно эти случаи встречаются чаще остальных.

Учебная подборка примеров по теме разложения многочленов

Квадрат суммы и квадрат разности

Как распознать

Сначала сравнивают первый и последний члены: если это квадраты, есть шанс на полный квадрат. Затем смотрят на средний член и проверяют, подходит ли он к формуле.

1

Две формулы

Формулы выглядят так:
 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
и $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$. Они позволяют быстро узнать многочлен, который уже записан в развёрнутом виде.

2

Примеры проверки

Записи $x^2+10x+25=(x+5)^2$ и $y^2-6y+9=(y-3)^2$ показывают, что достаточно сопоставить крайние члены и убедиться, что средний член совпадает.

3

Формулы сокращённого умножения в задачах

Вид	Формула	Пример
Разность квадратов	$a^2 - b^2$	$16 - x^2$
Квадрат суммы	$a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + 8x + 16$
Квадрат разности	$a^2 - 2ab + b^2$	$y^2 - 12y + 36$

Таблица показывает, как по виду выражения сразу выбрать нужную формулу и получить более короткую запись.

Эти формулы помогают быстро узнавать структуру многочлена и сразу записывать его в компактном виде.

Составлено по формулам сокращённого умножения для 7 класса

Разложение квадратного трёхчлена

Идея подбора

Для трёхчлена вида x^2+bx+c ищут два числа: их сумма должна равняться b , а произведение — c . Затем записывают многочлен как произведение двух скобок.

Проверка примера

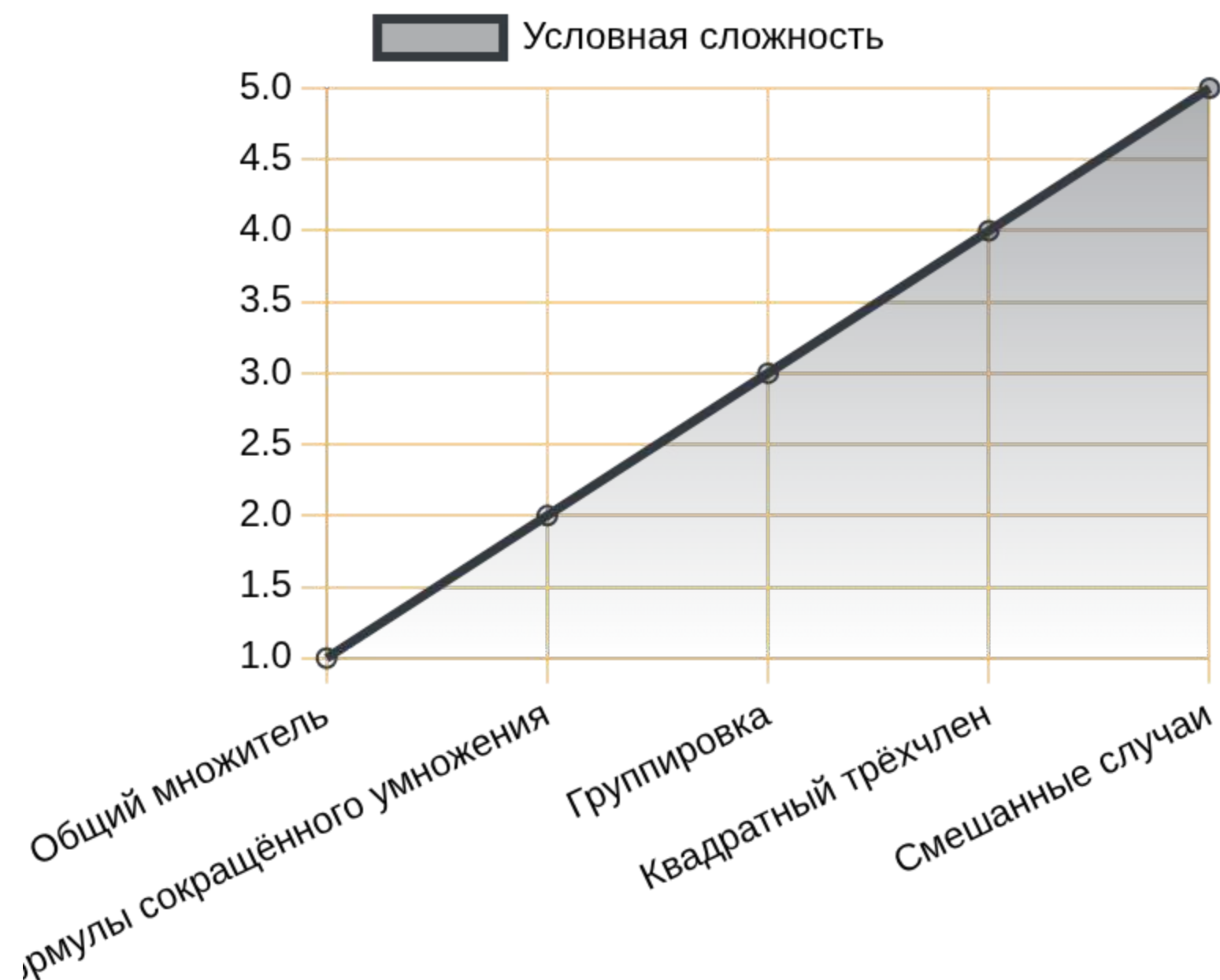
В выражении $x^2+7x+12$ подходят числа 3 и 4, потому что $3+4=7$ и $3\cdot 4=12$. Поэтому разложение имеет вид $(x+3)(x+4)$.

Знак свободного члена

Если свободный член положительный, часто оба числа имеют одинаковый знак. При положительных b и c обычно берут положительные числа, а при отрицательном c — разные знаки.



Как усложняются способы разложения



Чем больше признаков нужно одновременно заметить, тем внимательнее приходится выбирать приём разложения и проверять результат.

Самые быстрые случаи связаны с общим множителем и готовой формулой; наиболее трудные требуют нескольких последовательных шагов.

Составлено по учебному материалу по алгебре 7 класса

Разложение с вынесением знака минус

01

Сначала меняют знак

Если первый член отрицательный, удобно вынести минус перед скобками. Тогда многочлен сразу принимает более привычный вид, в котором легче увидеть подходящую формулу или общий множитель.

02

Приведение к стандарту

Запись $-x^2+9$ можно преобразовать в $-(x^2-9)$, а затем применить формулу разности квадратов. Так выражение быстро раскладывается без сложного подбора множителей.

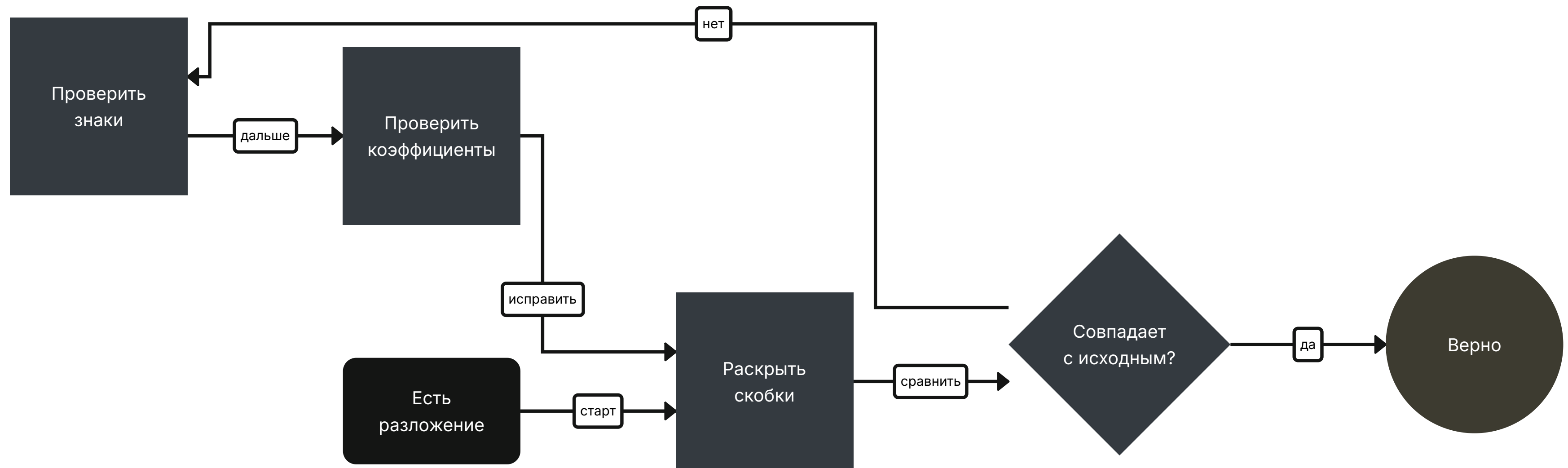
03

Польза при решении

Этот приём особенно полезен, когда нужно распознать стандартную форму многочлена. Он помогает не пропустить знакомую структуру и уменьшает риск ошибки в знаках.

Проверка разложения через раскрытие скобок

Последовательность проверки: от найденного разложения к исходному многочлену.



Типичные ошибки при разложении

Пропущенный множитель

Иногда забывают вынести общий множитель или не замечают его часть. Из-за этого скобки выглядят неверно, а исходное выражение после раскрытия уже не совпадает с ответом.

Неверный знак

Одна ошибка в знаке может полностью изменить результат, особенно в формулах сокращённого умножения. Например, для разности квадратов нельзя перепутать порядок скобок и знаки внутри них.

Неправильный подбор

При разложении квадратного трёхчлена часто ошибаются в выборе чисел. Нужно проверить не только сумму, но и произведение, иначе полученное выражение не даст исходный многочлен.

Потерянный член

При группировке легко пропустить один из членов или объединить слагаемые неверно. Чтобы избежать этого, полезно сразу сравнить количество членов в исходной записи и в ответе.

Сравнение примеров разных способов

Пример	Способ	Ответ
$12x+18$	общий множитель	$6(2x+3)$
x^2-25	разность квадратов	$(x-5)(x+5)$
a^2+6a+9	полный квадрат	$(a+3)^2$
y^2+5y+6	квадратный трёхчлен	$(y+2)(y+3)$

Составлено по примерам из темы разложения многочленов

В таблице показано, как вид многочлена подсказывает подходящий приём разложения и помогает сразу проверить ответ.

Один и тот же результат можно получить разными приёмами, но выбор способа всегда определяется строением многочлена.

Как разложение помогает решать уравнения

Нулевая произведение

Когда произведение равно нулю, достаточно найти, какой из множителей обращается в ноль. Это превращает одно уравнение в несколько простых случаев, которые легко проверить.

Пример решения

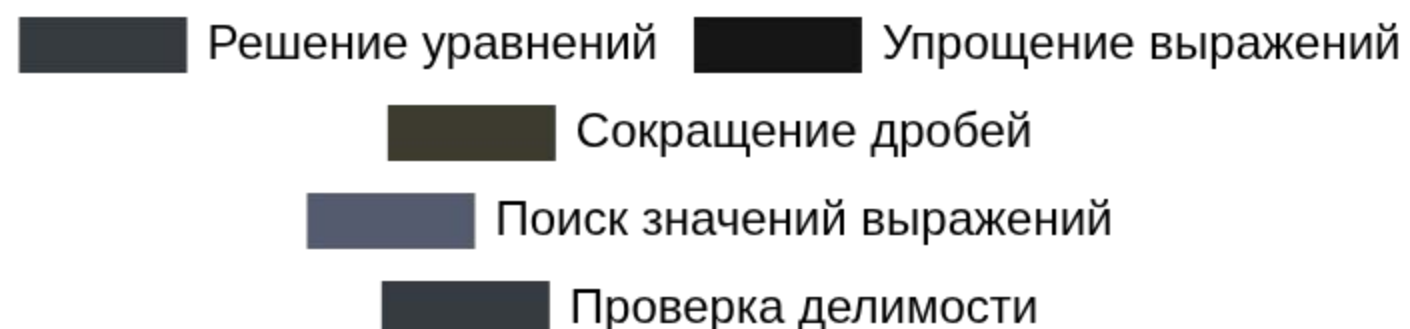
Если $(x-2)(x+5)=0$, то первый множитель даёт $x=2$, а второй — $x=-5$. Значит, уравнение имеет два корня, и оба нужно записать в ответ.

Польза при преобразованиях

Разложение на множители делает сложные выражения более удобными для дальнейшей работы. Особенно это важно при сокращении дробей и решении задач, где нужен быстрый и понятный ответ.



Где применяется разложение на множители



Разложение встречается не только в упражнениях на преобразование выражений, но и в задачах, где нужно упростить вычисления и увидеть скрытую структуру записи.

Наибольшая доля приходится на решение уравнений, но остальные применения тоже важны для уверенной работы с алгебраическими выражениями.

Составлено по тематическому обзору заданий по алгебре 7 класса

Мини-набор примеров для закрепления

Общий множитель

В выражении $2x^2 - 8x$ видно, что оба слагаемых делятся на $2x$. После вынесения общего множителя получаем $2x(x - 4)$, и проверка раскрытием скобок подтверждает ответ.

1

Разность квадратов

Запись $m^2 - 81$ удобно представить как разность квадратов: $m^2 - 9^2$. Поэтому разложение имеет вид $(m - 9)(m + 9)$, без подбора дополнительных чисел.

2

Полный квадрат

В выражении $x^2 - 4x + 4$ первый и последний члены — квадраты, а средний член подтверждает формулу полного квадрата. Получается $(x - 2)^2$.

3

Группировка

В многочлене $ab + ac + db + dc$ удобно объединить первые два и последние два слагаемых. После вынесения общего множителя в группах получаем $(a + d)(b + c)$.

4

Разложение выбирают по структуре многочлена

Главное в этой теме — быстро увидеть строение выражения и подобрать подходящий способ. Тогда разложение на множители становится удобным инструментом для уравнений, упрощений и дробей.