

# Степень с натуральным показателем

Краткая запись повторяющегося умножения  
и её правила



# Почему степень нужна в 7 классе

Степень помогает записывать выражения короче, быстрее считать и лучше понимать формулы. Она встречается в геометрии, при работе с большими числами и в сравнении величин, поэтому это важная базовая тема алгебры.



# Определение степени

## Что означает запись

Запись  $a^n$  показывает, что число  $a$  умножают само на себя  $n$  раз. Такая форма делает выражение короче и удобнее, чем длинная цепочка одинаковых множителей.

## Основание степени

Основание — это число, которое повторяется в умножении. Именно оно определяет, какие множители входят в произведение и какое значение получится после вычисления степени.

## Показатель степени

Показатель показывает, сколько раз основание нужно взять множителем. Если показатель увеличивается, в произведении появляется больше одинаковых чисел, а значение степени меняется.

## Пример вычисления

Например,  $3^4$  означает  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ . После перемножения получается 81. По этому примеру легко увидеть, как запись степени связана с обычным умножением.

# Основание и показатель на примере $2^5$

## Основание равно 2

В записи  $2^5$  основание — число 2. Оно повторяется в произведении и показывает, какой именно множитель используется при вычислении степени.

## Показатель равен 5

Показатель 5 говорит, что число 2 нужно взять пять раз. Поэтому в произведении появляются пять одинаковых множителей, а не меньше и не больше.

## Как это запомнить

Полезно представлять степень как ряд одинаковых предметов: пять кубиков, пять кружков или пять карточек. Тогда сразу видно, что основание повторяется столько раз, сколько указано в показателе.



# Первые степени числа 2

Значения показывают, как меняется результат при увеличении показателя на 1.

Каждый следующий результат вдвое больше предыдущего: при основании 2 степень растёт очень быстро.

Определение степени и последовательное умножение

|         |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---------|--|--|--|--|--|----------|--|--|--|--|--|--|--|--|
|         |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Степень |  |  |  |  |  | Значение |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2^1     |  |  |  |  |  | 2        |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2^2     |  |  |  |  |  | 4        |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2^3     |  |  |  |  |  | 8        |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2^4     |  |  |  |  |  | 16       |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2^5     |  |  |  |  |  | 32       |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |  |

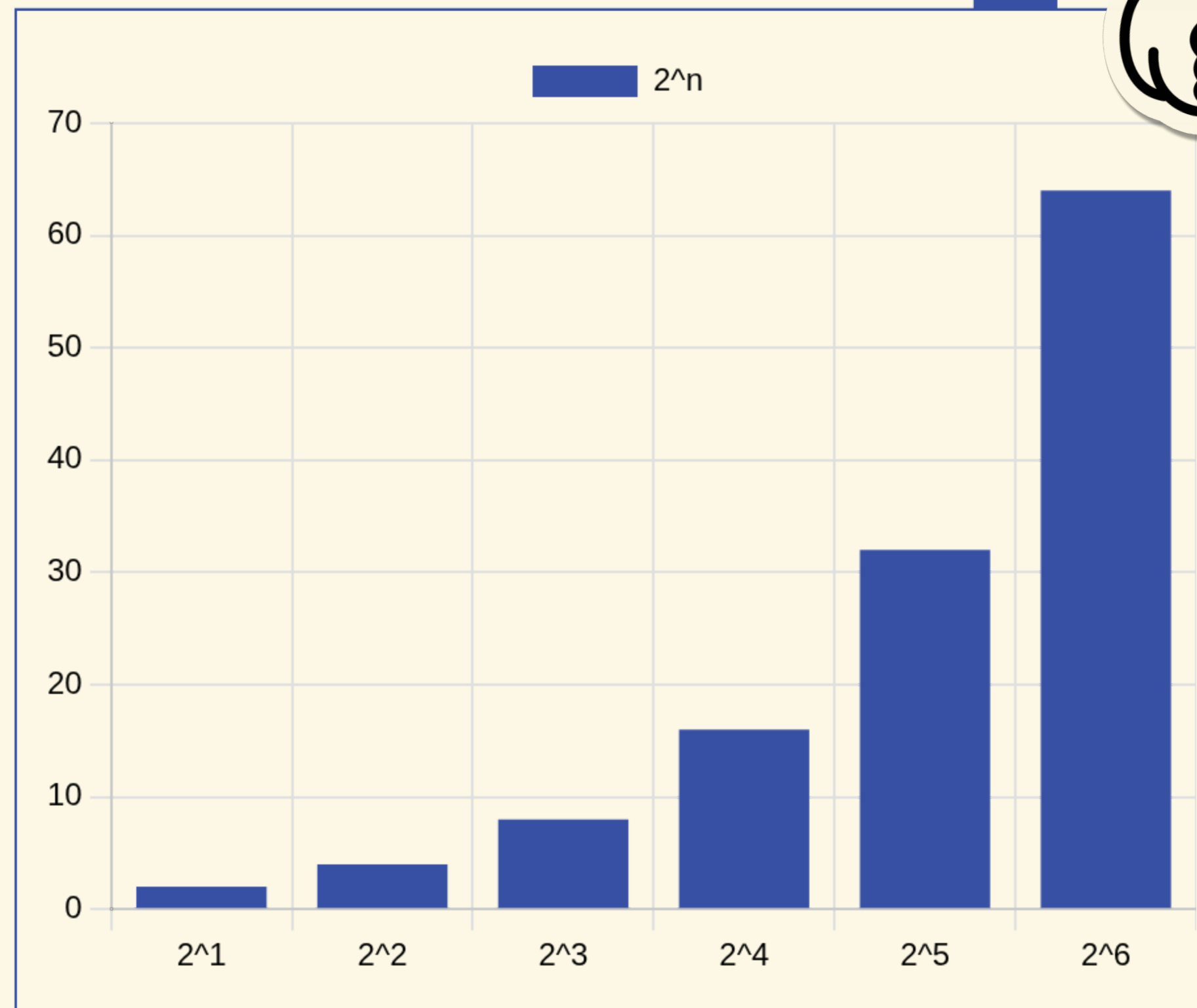
# Как быстро растут степени числа 2



Даже небольшое основание даёт заметный рост, если показатель увеличивается. Это хорошо видно при сравнении соседних степеней.

Значения удваиваются на каждом шаге, поэтому рост намного быстрее обычного прибавления по единице.

Определение степени; значения  $2^1$ – $2^6$



# Как читать и записывать степень



## 1 Правильное чтение

Запись  $3^2$  читают «три во второй степени», а  $7^3$  — «семь в третьей степени». Такое чтение помогает сразу понять, что речь идёт о повторяющемся умножении.

## 2 Значение первой степени

Запись  $2^1$  равна 2, потому что число берётся множителем один раз. Здесь нет длинного произведения, но правило степени сохраняется полностью.

## 3 Зачем нужна краткая запись

Степенная форма позволяет заменить длинное выражение с одинаковыми множителями одной компактной записью. Это экономит время и упрощает чтение математических выражений.

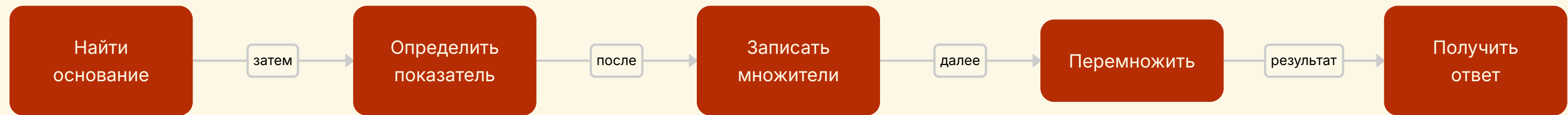
## 4 Что важно не перепутать

Нужно различать основание и показатель: основание — это само число, а показатель — сколько раз оно повторяется. Ошибка в одном символе меняет весь ответ.



# Как вычислять степень по шагам

*Алгоритм основан на определении степени и повторном умножении одинаковых множителей.*



# Особые случаи при вычислении степеней

## Первая степень

Любое число в первой степени равно самому себе:  $a^1 = a$ . Это удобно помнить, когда нужно быстро проверить запись или ответ без лишних вычислений.

## Ноль в степени

Если основание не равно нулю, то  $0^n = 0$  для натурального  $n$ . Здесь важно помнить, что ноль остаётся нулём при повторном умножении.

## Для самопроверки

Такие случаи помогают замечать ошибки: если ответ не совпадает с известным правилом, значит, где-то неправильно выбран показатель, основание или выполнено умножение.

# Степень в геометрии



## Квадрат и площадь

Если сторона квадрата равна 6 см, его площадь можно записать как  $6^2$ . Это значит  $6 \cdot 6$ , то есть  $36 \text{ см}^2$ . Степенная запись сразу показывает, что площадь зависит от двух одинаковых сторон.



## Куб и объем

Для куба со стороной 3 см используется запись  $3^3$ . Это означает  $3 \cdot 3 \cdot 3$ , поэтому объем равен  $27 \text{ см}^3$ . Такая запись помогает увидеть, что в объеме учитываются три одинаковых измерения.

# Сравнение умножения и степени

Одинаковые выражения можно записать длинно или коротко. Таблица показывает, что степенная запись сохраняет смысл, но делает запись компактнее и удобнее для чтения.

Во всех примерах значение выражения одинаково, но степень позволяет сократить запись и быстрее воспринимать выражение.

*Определение степени как записи повторяющегося умножения.*

| Умножение | Степень         |
|-----------|-----------------|
| 5·5·5·5   | 5 <sup>4</sup>  |
| 2·2·2     | 2 <sup>3</sup>  |
| 10·10     | 10 <sup>2</sup> |
|           |                 |

# Порядок действий в выражениях со степенями

## 1 Сначала степень

Если в выражении есть степень, её вычисляют раньше сложения, вычитания, умножения и деления. Это правило действует в записи без скобок и помогает получить верный результат с первого раза.

## 2 Проверь на примере

Например, в выражении  $2 + 3^2$  сначала находят  $3^2 = 9$ , а затем прибавляют 2. Получается 11, а не 25 или 13, как при неправильном порядке действий.

## 3 Не путай с обычным счётом

Ошибка в порядке вычислений меняет ответ даже в короткой записи. Поэтому при работе со степенями важно всегда помнить: сначала выполняют возведение в степень, а уже потом остальные действия.

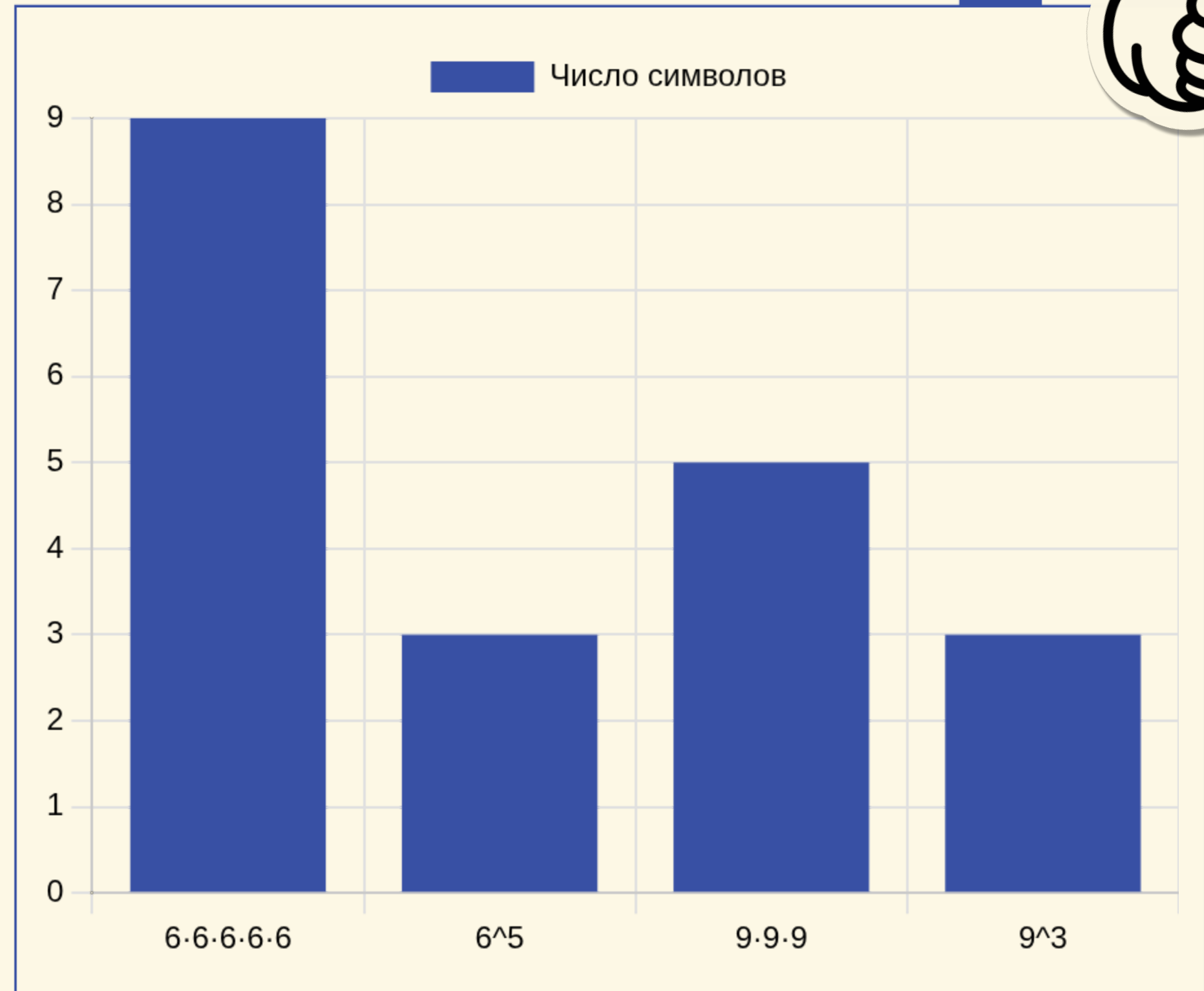
# Почему степенная запись короче



На диаграмме видно, что сокращение особенно заметно в выражениях с большим числом одинаковых множителей. Это экономит место и упрощает чтение формул.

Степенная запись уменьшает длину выражения без потери смысла, поэтому она удобнее в длинных вычислениях и формулах.

*Сравнение длины записи по определению степени; условный подсчёт символов.*



# Типичные ошибки при работе со степенями



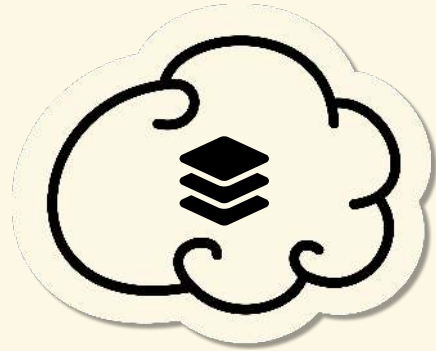
## Путают элементы записи

Иногда основание и показатель называют неправильно. В записи  $a^n$  основание — это  $a$ , а показатель —  $n$ , который показывает, сколько раз число берут множителем.



## Читают как умножение

Запись  $a^n$  нельзя читать как  $a \cdot n$ . Степень означает повторное умножение, поэтому  $2^4$  — это  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ , а не  $2 \cdot 4$ .



## Пропускают множители

При вычислении ученики иногда забывают один из одинаковых множителей. Тогда ответ становится меньше правильного, например  $2^4$  ошибочно принимают за 8 вместо 16.

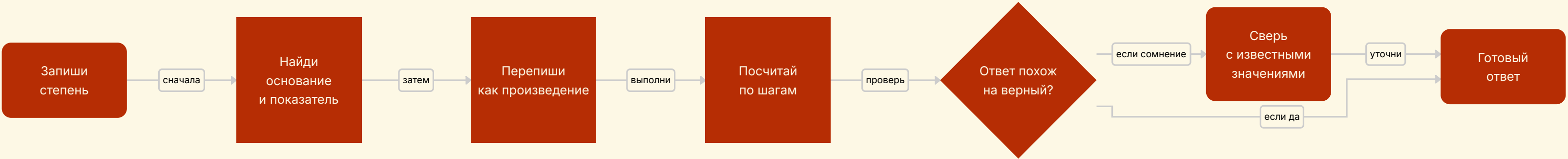


## Не делают проверку

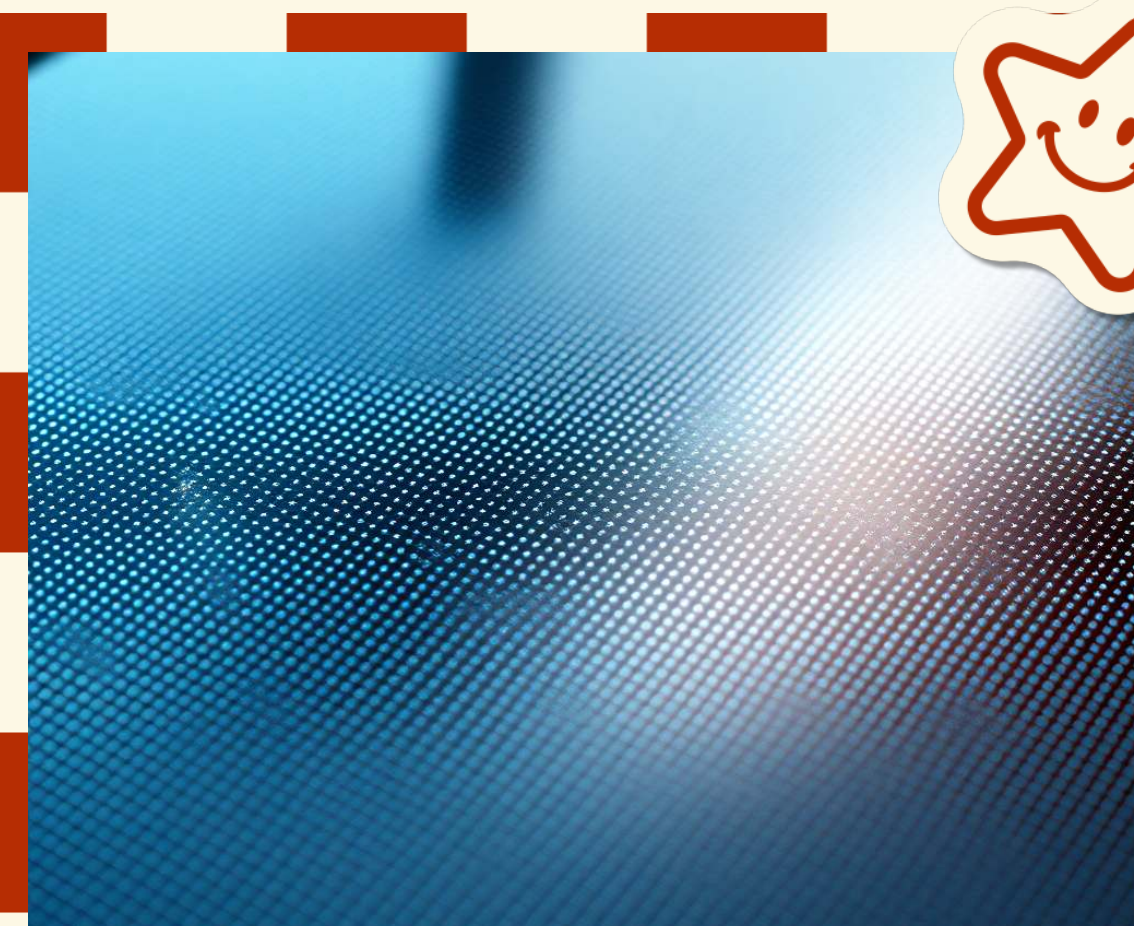
Самый простой способ избежать ошибки — переписать степень в виде произведения и посчитать заново. Такая проверка быстро показывает, где допущена неточность.

# Как проверить вычисление степени

Последовательность подходит для самопроверки в классе и дома, когда ответ нужно быстро и надёжно проверить.



# Степени вокруг нас



## Клетки и порядок

Клетки в тетради образуют ровную сетку, где легко заметить повторяющиеся ряды и столбцы. Если представить число клеток в прямоугольнике, степенная запись помогает быстро описать одинаковые повторения и не считать каждый элемент по отдельности.

## Одинаковые предметы в упаковке

Коробки с карандашами, кубиками или конфетами часто содержат одинаковые предметы, разложенные по рядам. Здесь степень удобно показывает, сколько раз повторяется одно и то же количество, когда важно кратко записать общий объём.

## Экран и пиксели

Изображение на экране состоит из множества маленьких точек — пикселей. Чем их больше, тем точнее картинка, а степенная запись помогает компактно выражать большие числа, связанные с такими сетками и изображениями.

# Тренировка на примерах

Реши несколько примеров и сравни их с таблицей. Здесь важно увидеть, как меняется значение при разном основании и показателе.

Значение степени растёт при увеличении показателя, если основание больше 1, и это хорошо видно на примерах.

Определение степени и последовательное умножение одинаковых множителей.

|           |  |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------|--|--|--|--|--|--|----------|--|--|--|--|--|--|--|
|           |  |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |
| Выражение |  |  |  |  |  |  | Значение |  |  |  |  |  |  |  |
| 4^2       |  |  |  |  |  |  | 16       |  |  |  |  |  |  |  |
| 3^3       |  |  |  |  |  |  | 27       |  |  |  |  |  |  |  |
| 5^2       |  |  |  |  |  |  | 25       |  |  |  |  |  |  |  |
| 2^6       |  |  |  |  |  |  | 64       |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |          |  |  |  |  |  |  |  |

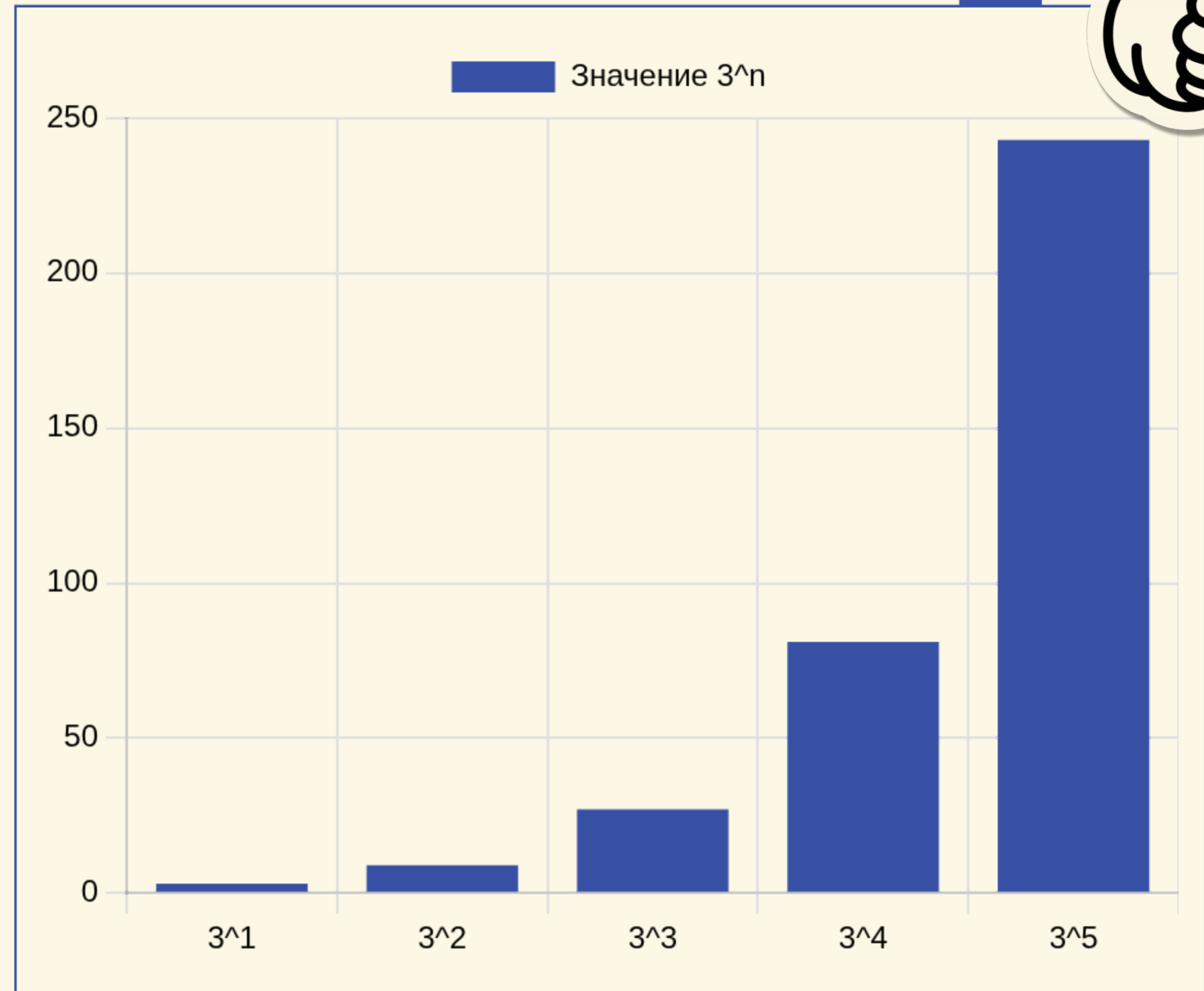
# Рост степени при одном и том же основании



Даже небольшое основание быстро даёт большие значения, если показатель увеличивается. Поэтому степени удобно использовать, когда нужно показать стремительный рост величин.

При одинаковом основании каждый новый показатель резко увеличивает результат, поэтому рост становится очень быстрым.

Последовательное умножение числа 3 само на себя:  $3^1$ – $3^5$ .



# 2

основных элемента есть  
у любой степени:  
основание и показатель.

Этого достаточно, чтобы правильно читать  
запись, вычислять значение и быстро проверять  
себя через повторное умножение.

*Определение степени с натуральным показателем.*





# Степень — короткая запись большого смысла

Степень с натуральным показателем помогает записывать повторяющееся умножение коротко и понятно. Если помнить основание, показатель и порядок действий, вычисления становятся быстрее, а ответы — надёжнее.

