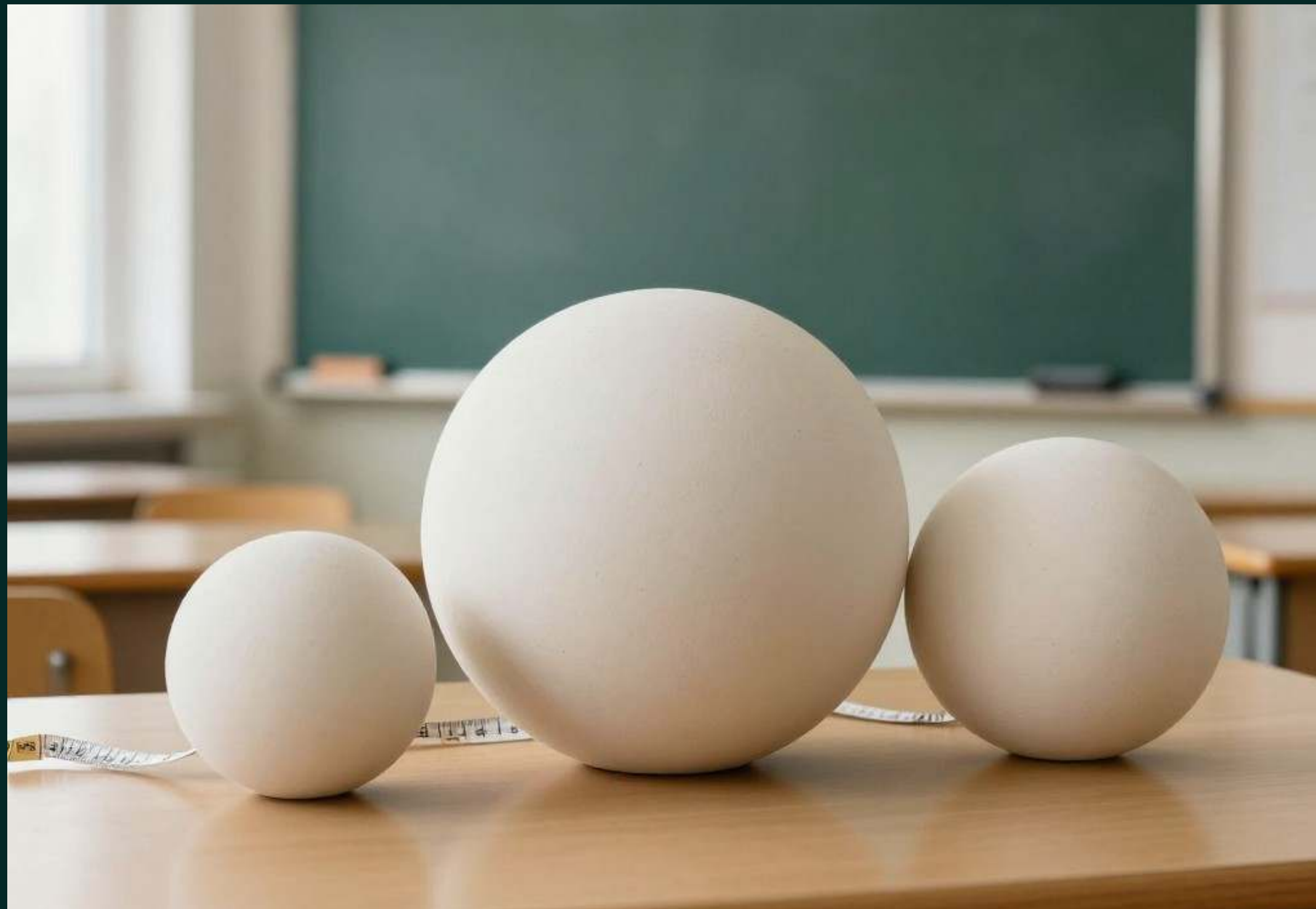


Объём шара: основная тема урока геометрии



Шар и сфера — ключевые фигуры:
научимся вычислять объём $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ и
понимать зависимость от радиуса.

Где встречается шар и зачем уметь находить его объём

Шарообразные формы — от мыльных пузырей до планет — помогают описывать мир количественно. Умение находить объём нужно и в геометрии 11 класса, и в задачах по физике: достаточно связать радиус с V .



Определение шара, сферы, радиуса и диаметра

Шар и радиус

Шар — это множество всех точек пространства, расстояние от которых до центра не превышает радиус. Радиус — величина, задающая «размах» тела относительно центра.

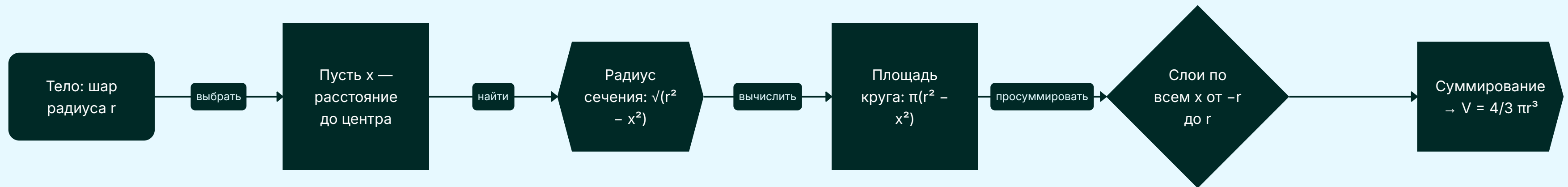
Сфера и диаметр

Сфера — это поверхность шара, то есть множество точек, удалённых от центра ровно на радиус. Диаметр равен $2r$ и проходит через центр; для объёма достаточно знать r .



Логика получения формулы объёма шара

Идея: суммируем площади круговых сечений по высоте шара.



г в 2 раза

При таком увеличении объём становится в 8 раз больше, потому что он зависит от куба радиуса.

Объём шара определяется формулой $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. Число π связано с круговыми сечениями, а ключевая особенность — кубическая зависимость от r .

Классическая формула объёма шара $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Как меняется объём при разных радиусах

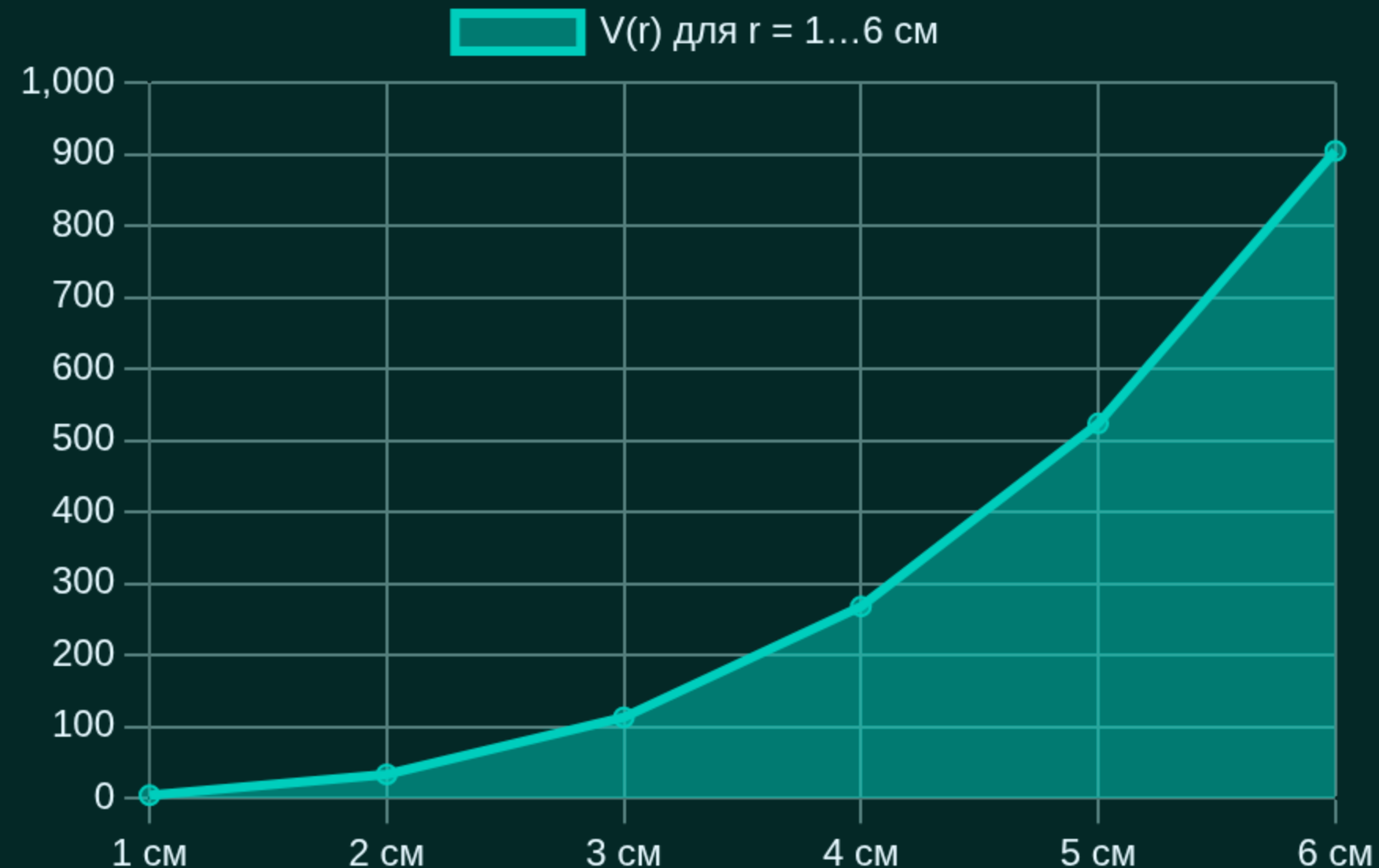
Подставьте r в формулу $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ и сравните результаты: рост объёма происходит нелинейно.

Увеличение радиуса приводит к заметно более быстрому росту объёма: он подчиняется закону кубической зависимости.

r	V (прибл.)
1 см	4,19 см ³
2 см	33,51 см ³
3 см	113,10 см ³
4 см	268,08 см ³
5 см	523,60 см ³

Вычисления по формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ($\pi \approx 3,1416$), округление до 0,01.

График зависимости объёма от радиуса



Точки рассчитаны по $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ($\pi \approx 3,1416$), округление до 0,01.

- Кривая заметно «круче» при больших r : каждый новый сантиметр радиуса добавляет всё больший прирост объёма.
- График подтверждает кубическую зависимость $V \propto r^3$: наклон увеличивается, а рост становится ускоренным.

Единицы измерения объёма и перевод величин



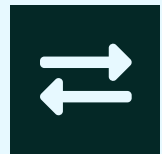
Сантиметры

Если радиус измерен в сантиметрах, то объём выражается в кубических сантиметрах (см^3). Так вы сохраняете согласованность единиц после возведения радиуса в третью степень.



Метры

Если радиус дан в метрах, то итог будет в кубических метрах (м^3). При решении важно не смешивать метры и сантиметры в одной формуле.



Переход $\text{дм}^3 \leftrightarrow \text{см}^3$

Для переводов полезны соотношения: $1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$. Это соответствует тому, что каждый «шаг» по длине в 10 раз меняет объём в 1000 раз.



мм^3 и см^3

Также верно $1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$. Если ответ требуется в миллиметрах кубических, корректно выполните перевод перед округлением результата.

Связь площади поверхности и объёма шара

Площадь поверхности шара вычисляется по формуле $S = 4\pi r^2$, а объём — по формуле $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Здесь r входит в квадрат и в куб, поэтому сравнение размеров становится нетривиальным.

При увеличении радиуса объём растёт быстрее площади: рост объёма определяется третьей степенью r , а площади — второй. Это помогает, например, оценивать, как меняется «количество вещества» и «размер оболочки» при одном радиусе.



Пример вычисления объёма по радиусу

Пусть радиус равен $r = 6$ см. Тогда по формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ получаем $V = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 216 = 288\pi$.

Далее выполняем приближение: $\pi \approx 3,14$. Получаем $V \approx 288 \cdot 3,14 = 904,32$ см³, сохраняя кубические единицы измерения.

В школьных задачах важно соблюдать порядок действий: сначала куб радиуса, затем умножение на $\frac{4}{3}$ и π . Число обычно округляют до сотых, если точность не задана иначе.

Типовые задачи на объём шара

Дано	Радиус r	Объём V
$r = 4 \text{ см}$	4 см	$\approx 268,08 \text{ см}^3$
$d = 10 \text{ см}$	5 см	$\approx 523,60 \text{ см}^3$
$r = 7 \text{ см}$	7 см	$\approx 1436,76 \text{ см}^3$
$d = 14 \text{ см}$	7 см	$\approx 1436,76 \text{ см}^3$

Вычисления по формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ($\pi \approx 3,14$)

Вычисления всегда начинаются с радиуса: если в условии указан диаметр, его нужно разделить пополам. Далее подставляют радиус в формулу объёма шара $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Во всех примерах видна одинаковая логика: прежде всего находят r , а затем выполняют однотипную подстановку в кубическую по r формулу.

Если в задаче дан диаметр

Диаметр шара обозначают d . Радиус выражается через него простой связью $r = d/2$: именно радиус участвует в формуле объёма, потому что расстояние от центра определяет радиусы круговых сечений.

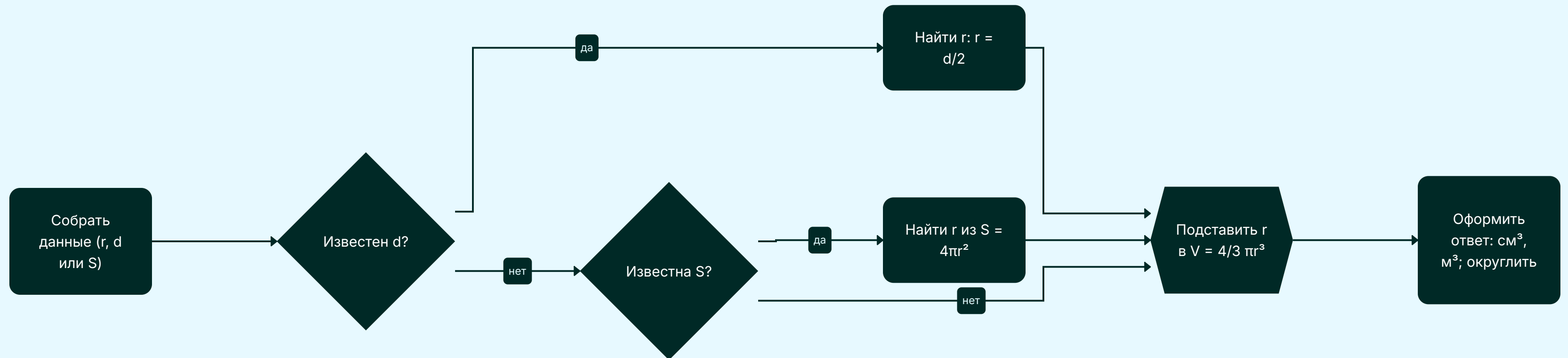
Если известен диаметр, удобно перейти к записи объёма через d . Подстановка $r = d/2$ в $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ даёт $V = \pi d^3/6$ — так меньше шагов при вычислениях.

Эта форма особенно практична для задач о мячах и сферических предметах: нередко реальный размер сообщают по диаметру, а не по радиусу, и требуется быстро перевести условие в расчёт.

При вычислениях контролируйте, что кубруется именно d . Частая причина ошибок — перепутать r и d при подстановке, либо забыть, что степень относится к радиусу в исходной формуле.

Алгоритм решения задач на объём шара

Алгоритм подходит, если даны r , d или площадь поверхности S .



Сравнение объёмов шаров разных радиусов



Вычисления по формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ($\pi \approx 3,14$)

- Обратите внимание: при увеличении радиуса объём растёт существенно быстрее, чем линейно. Причина – кубическая зависимость V от r .
- Переход от r к $2r$ увеличивает V в 8 раз, а дальнейший рост делает различия между шарами ещё более наглядными: объём резко «раздувается» с увеличением r .

Практические применения формулы объёма шара



Физика и измерение объёма капель

Объём шара используется при оценке объёмов капель, шариков и мелких частиц. Зная радиус, можно перейти к массе или количеству вещества через плотность и V .



Астрономия и прикидочные модели планет

В астрономии сферические приближения помогают быстро оценивать размеры и объёмы тел. Формула даёт понятный масштаб, когда точная форма отличается от идеальной сферы.



Инженерия сферических резервуаров

При проектировании сферических резервуаров и элементов часто важен общий внутренний объём. Формула позволяет связать геометрический параметр — радиус — с полезной ёмкостью.



Химия и биология: модели клеток и пузырьков

Шарообразные модели применяют при расчётах и оценках объёма пузырьков, капель и клеточных структур. Это облегчает сравнение разных объектов по их «геометрическому» объёму.



Масса по плотности через V

Когда известны плотность ρ и объём V , масса определяется формулой $m = \rho V$. Значит, умение находить V напрямую поддерживает расчёты в задачах по естественным наукам.

Типичные ошибки при решении задач

01

Самая частая ошибка — подстановка диаметра вместо радиуса. В формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ участвует r , поэтому при d нужно обязательно перейти к $r = d/2$ перед вычислениями.

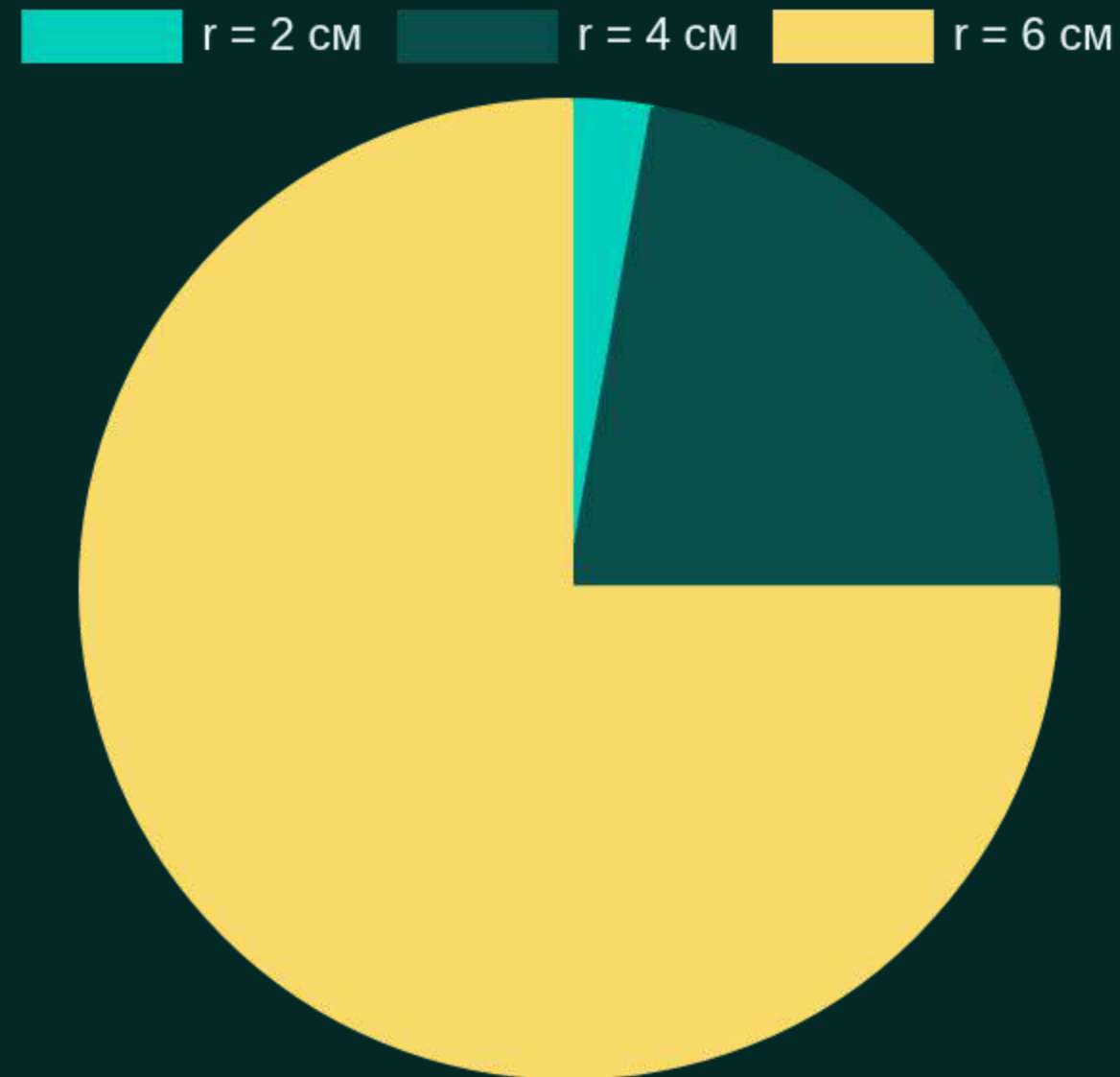
02

Другая распространённая проблема — забыть куб у радиуса. Если вместо r^3 подставить r^2 или r , результат сильно исказится, и отличия будут заметны даже при прикидке порядка величины.

03

Нередко путают единицы измерения: пишут см^2 вместо см^3 или получают ответ без кубических единиц. Дополнительно бывают ошибки из-за смешения формул площади поверхности и объёма.

Наглядное сравнение прироста объёма



Вычисления по формуле $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ($\pi \approx 3,14$)

- Крупнейшая доля принадлежит шару с радиусом 6 см: его объём заметно больше суммарного вклада меньших радиусов. Это демонстрирует, как работает кубическая зависимость.
- Площадь кругов увеличивается медленнее, чем объём, поэтому в «сферическом» росте доминируют большие радиусы. Диаграмма помогает интуитивно увидеть нелинейность.

Шар как реальный объект и геометрическая модель

В реальной жизни шар редко встречается как строго идеальная математическая фигура, однако во многих случаях его удобно приближать сферой. Так поступают, когда форма объекта почти круглая и размеры стабильны.

Практические примеры — футбольный мяч, настольные шары, капли воды и некоторые декоративные предметы. Геометрическая схема с центром и радиусом связывает чертёж с формулой объёма, делая задачу управляемой.



27

При увеличении радиуса втрое
объём возрастает в 27 раз,
потому что он пропорционален
кубу радиуса.

Для самопроверки полезно
помнить масштабный
множитель. Также можно
быстро перепроверить
радиус, если дана
величина диаметра.

Логика следует из $V = \frac{4}{3} \pi r^3$: $(3r)^3 = 27r^3$

Объём шара: ключевая формула и главный смысл

Объём шара задаётся радиусом и вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. Кубическая зависимость означает: небольшие изменения r заметно меняют V , а связи с d и S помогают решать задачи точнее.