

Полярные координаты

Точка задаётся расстоянием и углом, а не только числами x и y .

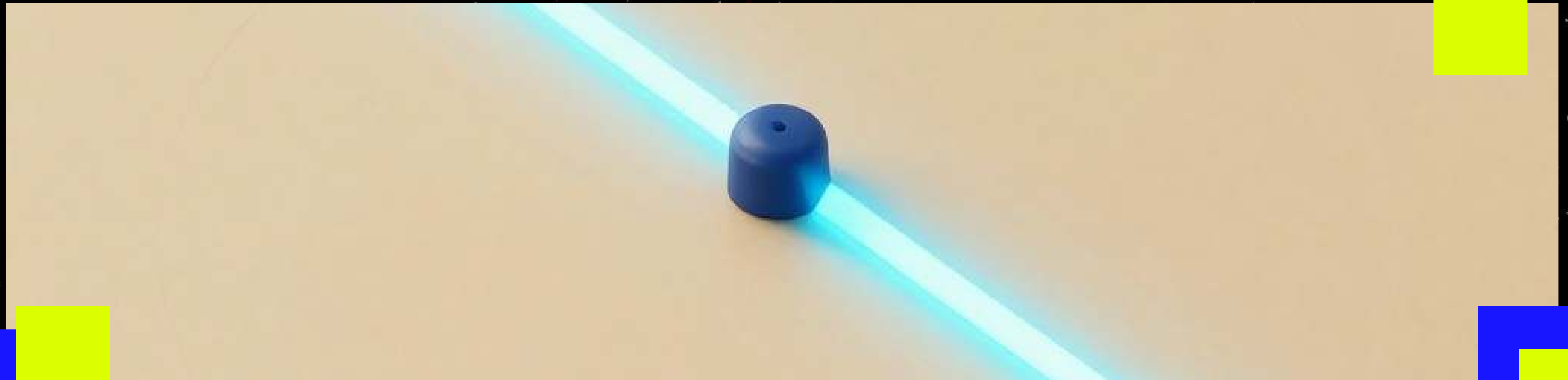


Где встречаются полярные координаты



Полярные координаты помогают там, где важны направление и расстояние от центра: в задачах с окружностями, на картах, в схемах движения и простых технических моделях.

Что обозначают полюс, полярная ось и радиус-вектор



Полюс

Полюс — это точка O , от которой отсчитывают расстояние до любой другой точки. Именно с неё начинается вся полярная система координат.

Полярная ось

Полярная ось — выбранный луч, от которого измеряют угол. Он задаёт направление отсчёта и помогает определить положение точки на плоскости.

Радиус-вектор

Радиус-вектор — отрезок, соединяющий полюс с точкой. Его длина соответствует значению r , а направление показывает, куда нужно повернуть от оси.

Запись точки

Координаты записывают как (r, φ) : первое число показывает расстояние, второе — угол между полярной осью и радиус-вектором точки.

Основные обозначения в полярной системе

Таблица помогает быстро запомнить, что означает каждый элемент полярной записи и как он влияет на положение точки.

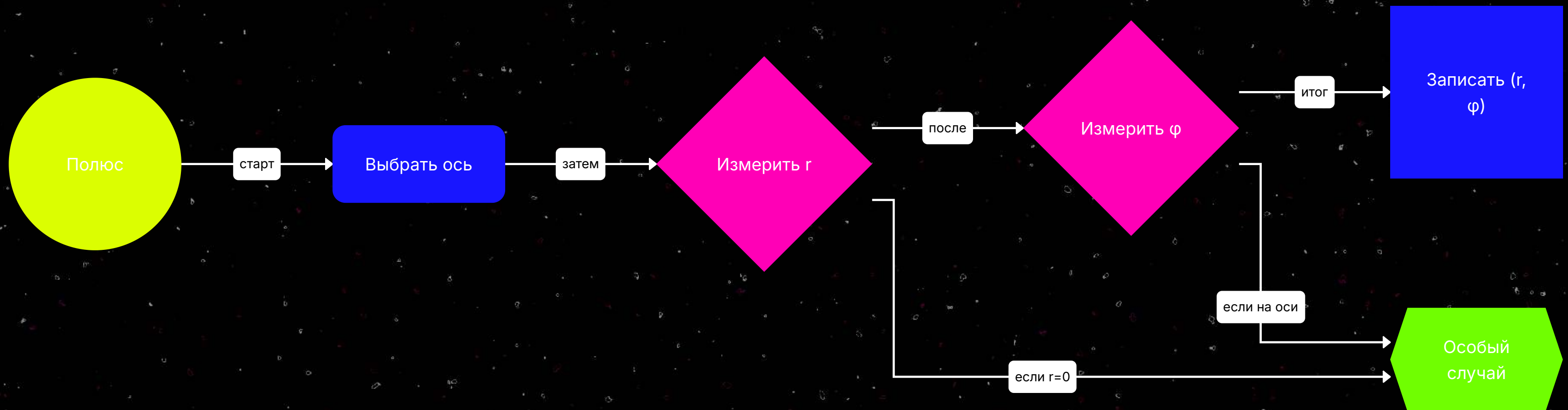
Положение точки задаётся не одной величиной, а сочетанием расстояния и направления.

Обозначение	Смысл
Полюс	точка O
Полярная ось	луч отсчёта
r	расстояние
φ	угол поворота
(r, φ)	запись точки
+угол	против часовой

Определения полярной системы координат из школьного курса геометрии.

Как задаётся точка в полярных координатах

Последовательность построения точки по полярной записи.



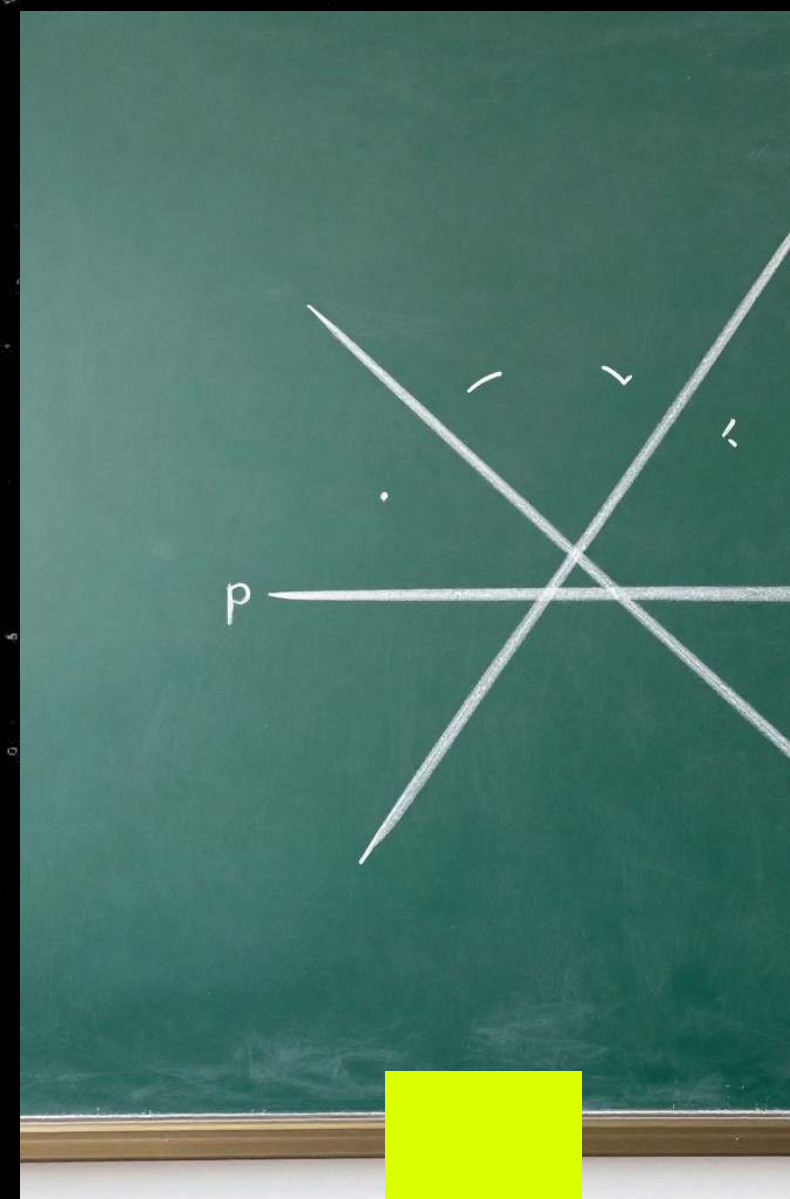
Построение точки по записи (г, ф)

Сначала угол

Сначала от полярной оси откладывают угол φ . После этого проводят луч в нужном направлении, чтобы получить линию, на которой будет лежать точка.

Затем расстояние

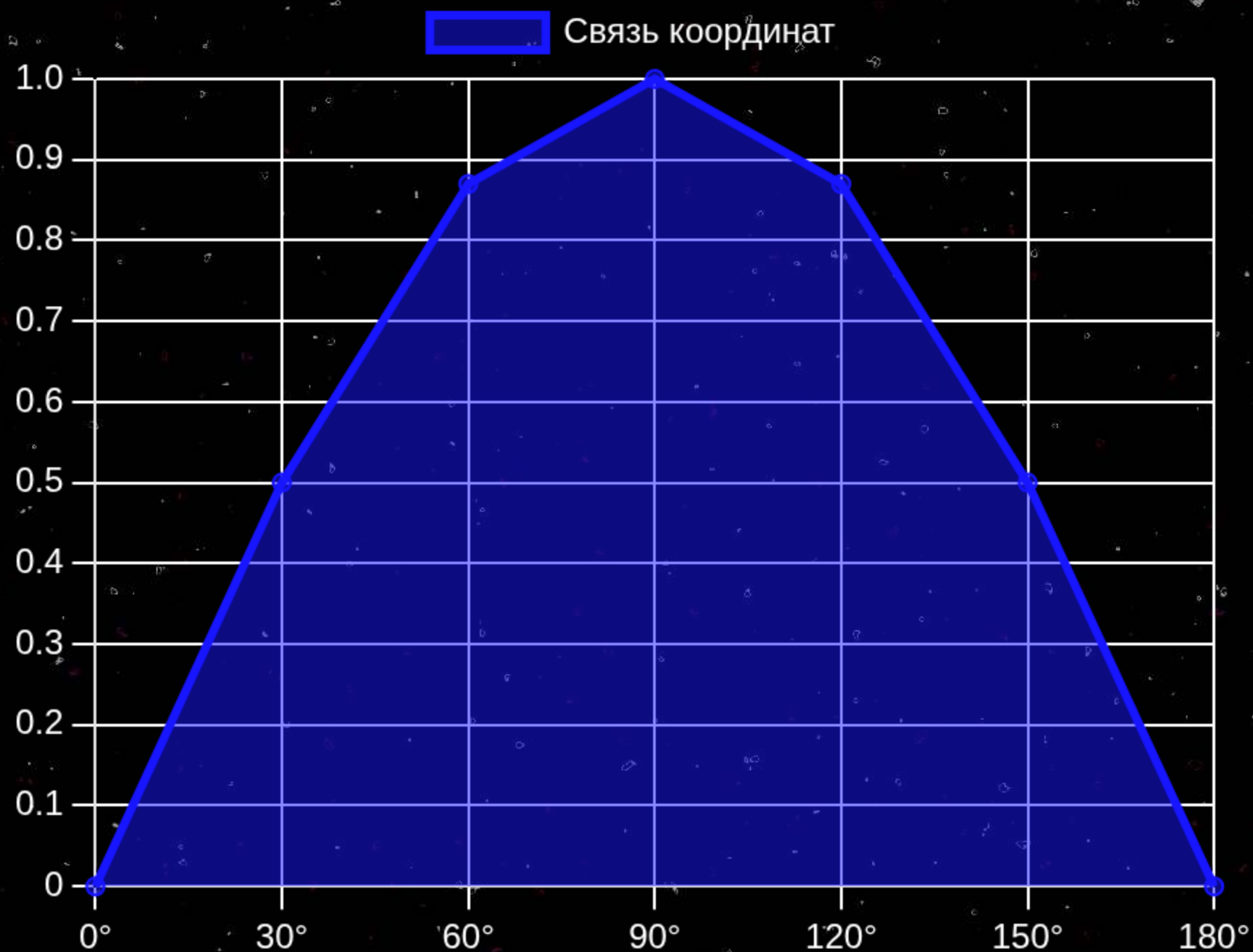
На построенном луче откладывают расстояние $г$ от полюса. Так находят точное положение точки, например $(4, 60^\circ)$, которая лежит на нужном луче.



Проверка рисунка

Полезно сверить построение с чертежом: полюс должен быть в начале, угол — отложен от оси, а отрезок до точки — равен $г$.

Связь полярных и декартовых координат



Формулы $x = r \cos \varphi$ и $y = r \sin \varphi$ показывают, как угол влияет на положение точки при неизменном расстоянии r .

При одном и том же r координаты меняются вместе с углом, поэтому направление и расстояние работают как единая система.

Школьные формулы перехода между полярными и декартовыми координатами.

Как перейти от декартовых координат к полярным



Найти расстояние

Сначала вычисляют расстояние до полюса по формуле $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Оно показывает, насколько далеко точка находится от начала отсчёта.

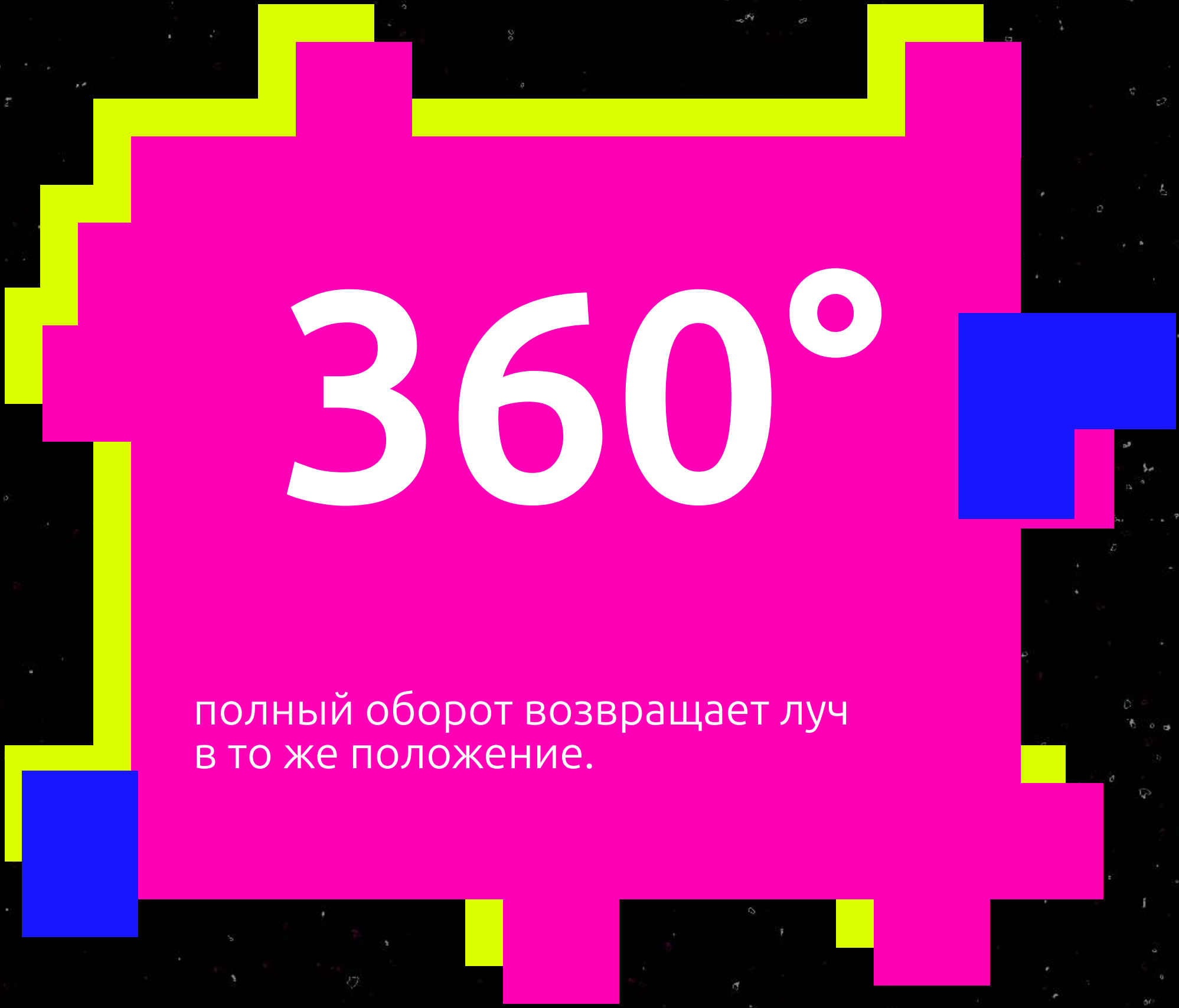
Определить угол

Затем находят угол ϕ по отношению сторон прямоугольного треугольника. При этом обязательно учитывают, в какой четверти лежит точка.

Проверить пример

Для точки (3, 4) получаем $r = 5$, потому что $3^2 + 4^2 = 25$. Угол связан с треугольником 3–4–5 и его острыми углами.

Поэтому одна и та же точка
может записываться по-разному:
к углу можно добавить полный
оборот, и положение
не изменится.



360°

полный оборот возвращает луч
в то же положение.

Свойства углов в полярной системе координат.

Примеры одинаковых точек в разных записях

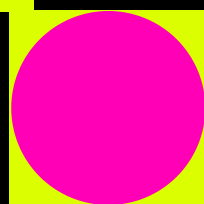
Первая запись	Вторая запись
$(2, 30^\circ)$	$(2, 390^\circ)$
$(2, 30^\circ)$	$(-2, 210^\circ)$
$(5, 0^\circ)$	$(5, 360^\circ)$
$(0, \varphi)$	полюс

Эти примеры показывают, что одна точка может иметь несколько корректных полярных записей.

Одинаковую точку можно задать разными парами чисел, если учесть поворот на 360° или смену направления луча.

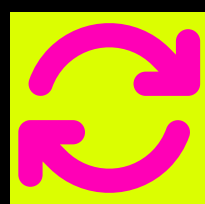
Свойства полярных координат: полный оборот и отрицательный радиус.

Какие фигуры удобно задавать в полярной форме



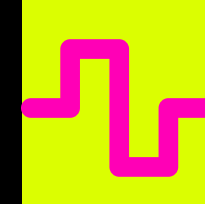
Окружности

Уравнение $r = 2$ описывает все точки, находящиеся на одинаковом расстоянии от полюса. Поэтому в полярной форме окружность задаётся очень коротко и без дополнительных построений.



Спирали

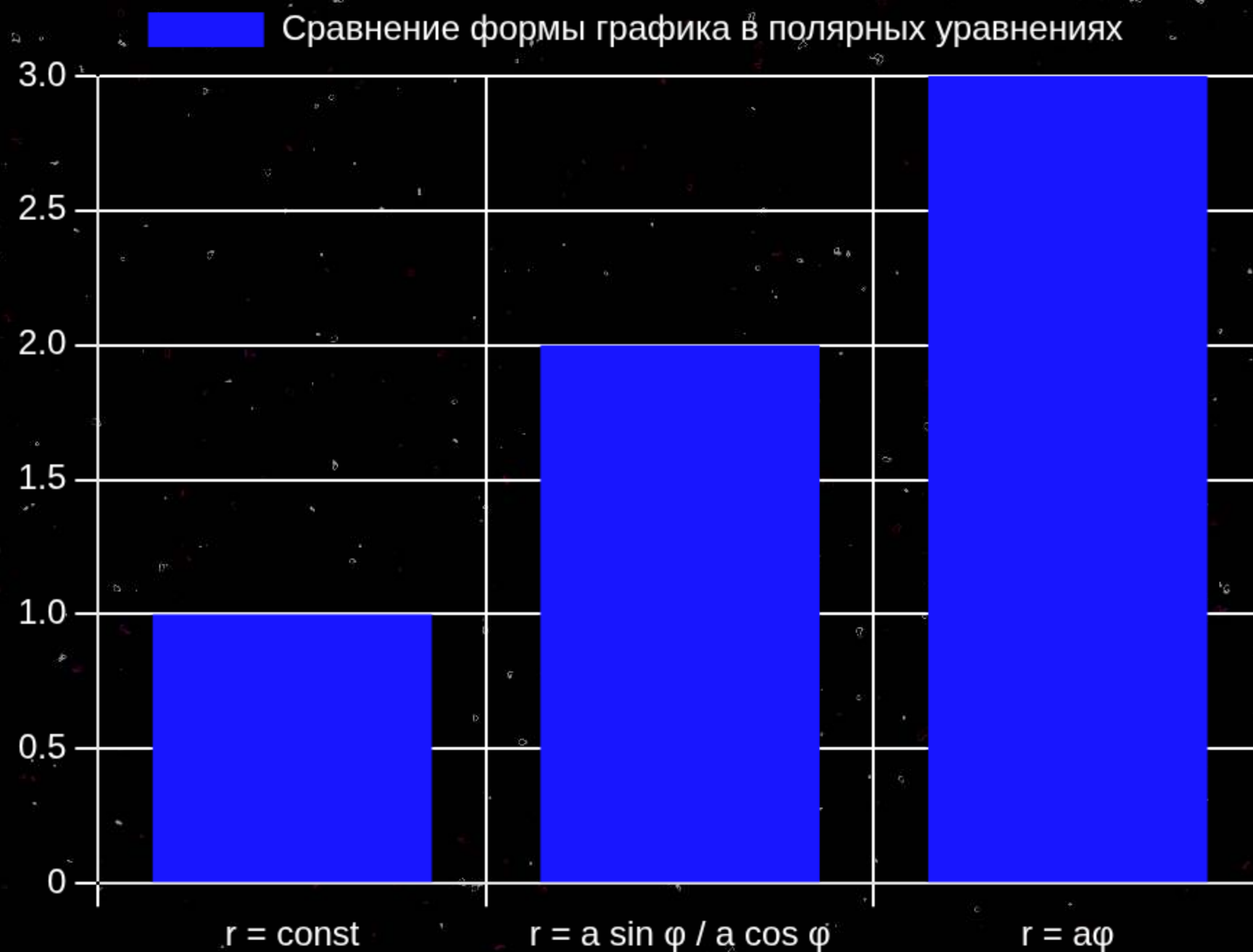
Формула $r = a\varphi$ показывает, что расстояние до центра растёт вместе с углом. Получается спираль, которая постепенно удаляется от полюса и наглядно отражает вращательное движение.



Симметричные кривые

Записи $r = a \sin \varphi$ и $r = a \cos \varphi$ часто дают фигуры с повторяющимися дугами и выраженной симметрией. Такие графики удобно анализировать по углу поворота.

Как меняется форма графика при разных значениях γ



Чем сильнее γ зависит от угла, тем заметнее изгиб и повторяемость линии. Это помогает заранее представить вид графика без полного построения.

Постоянный γ даёт окружность, периодическая зависимость — симметричный узор, а рост γ по углу приводит к спирали.

Схематическое сравнение по материалу урока; иллюстративная шкала для качественного сопоставления

Симметрия в полярных уравнениях

■ Синус и вертикаль

Если в уравнении стоит $\sin \varphi$, график часто зеркально повторяется относительно вертикальной оси. Это связано с тем, как меняется значение синуса при переходе к противоположным углам.

■ Косинус и горизонталь

Формулы с $\cos \varphi$ нередко дают симметрию относительно горизонтальной оси. При построении полезно сравнить точки для углов φ и $-\varphi$, чтобы увидеть совпадающие положения.

■ Замена угла

Некоторые кривые не меняются, если вместо φ подставить $-\varphi$ или $180^\circ - \varphi$. Такая проверка помогает быстро понять, какие части графика повторяются, а какие отражаются.

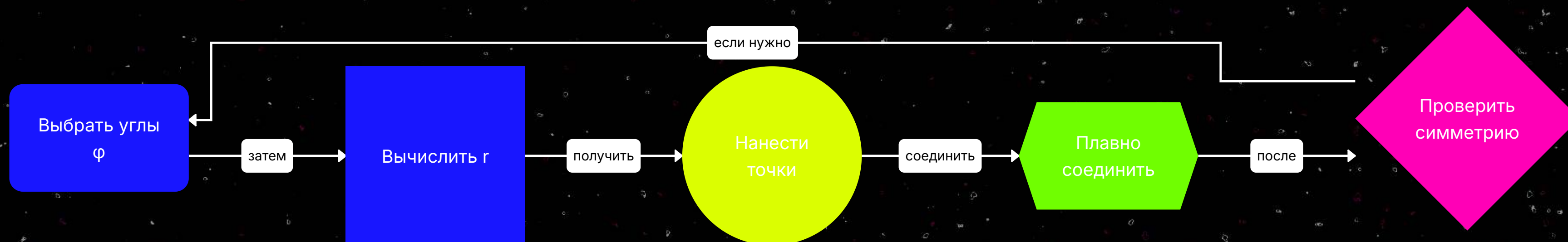
■ Проверка по точкам

Чтобы не ошибиться, удобно отметить несколько характерных значений угла и сравнить полученные точки. Если пары точек расположены зеркально, симметрия уравнения подтверждается.



Построение полярного графика: пошаговый алгоритм

Последовательность действий для построения простой кривой по уравнению $r = f(\varphi)$

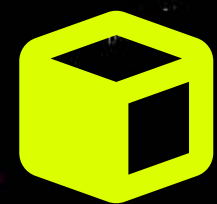


Полярные координаты в жизни и технике



Радар

На экране радара цель удобно задаётся двумя величинами: расстоянием до центра и направлением. Такая запись помогает быстро определить, где находится объект относительно станции наблюдения.



Компьютерная графика

При построении анимации и игровых сцен полярная форма помогает задавать вращение объектов, движение по окружности и циклические эффекты. Это делает расчёты и визуализацию более наглядными.



Навигация

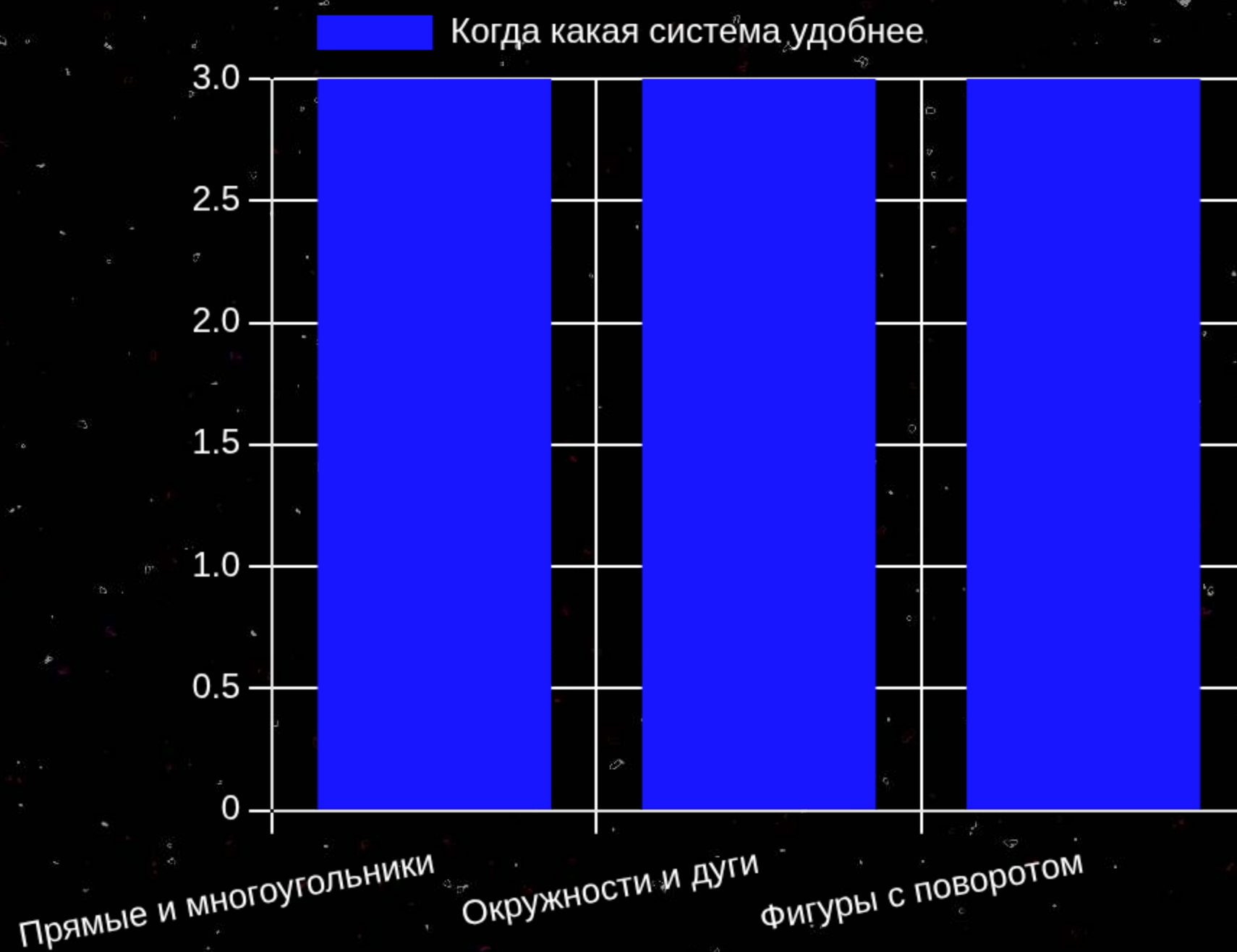
В задачах движения по кругу и при указании направления полярные координаты позволяют описывать положение компактно. Это полезно там, где важнее поворот и удалённость, чем прямоугольные числа.



Техника

В механизмах с вращением полярные координаты удобны для описания траектории деталей и изменения положения при повороте. Так проще связать движение с центром вращения.

Сравнение декартовой и полярной систем координат



Декартова запись обычно опирается на две оси, а полярная — на расстояние и угол. Выбор зависит от формы задачи и вида искомой фигуры.

Для прямолинейных построений чаще удобна декартова система, а для круговых и вращательных задач — полярная, потому что она короче и естественнее описывает движение.

Схематическое сравнение по материалу урока; качественная оценка удобства записи

Типичные ошибки при работе с полярными координатами

Неверное направление угла

Часто забывают, что угол откладывают от полярной оси в выбранном направлении. Из-за этого точка оказывается по другую сторону от нужного луча.

Путаница с четвертью

Даже при верном значении угла точка может попасть не туда, если не учесть, в какой четверти она должна находиться. Это особенно важно при переходе из декартовой системы.

Забытый полный оборот

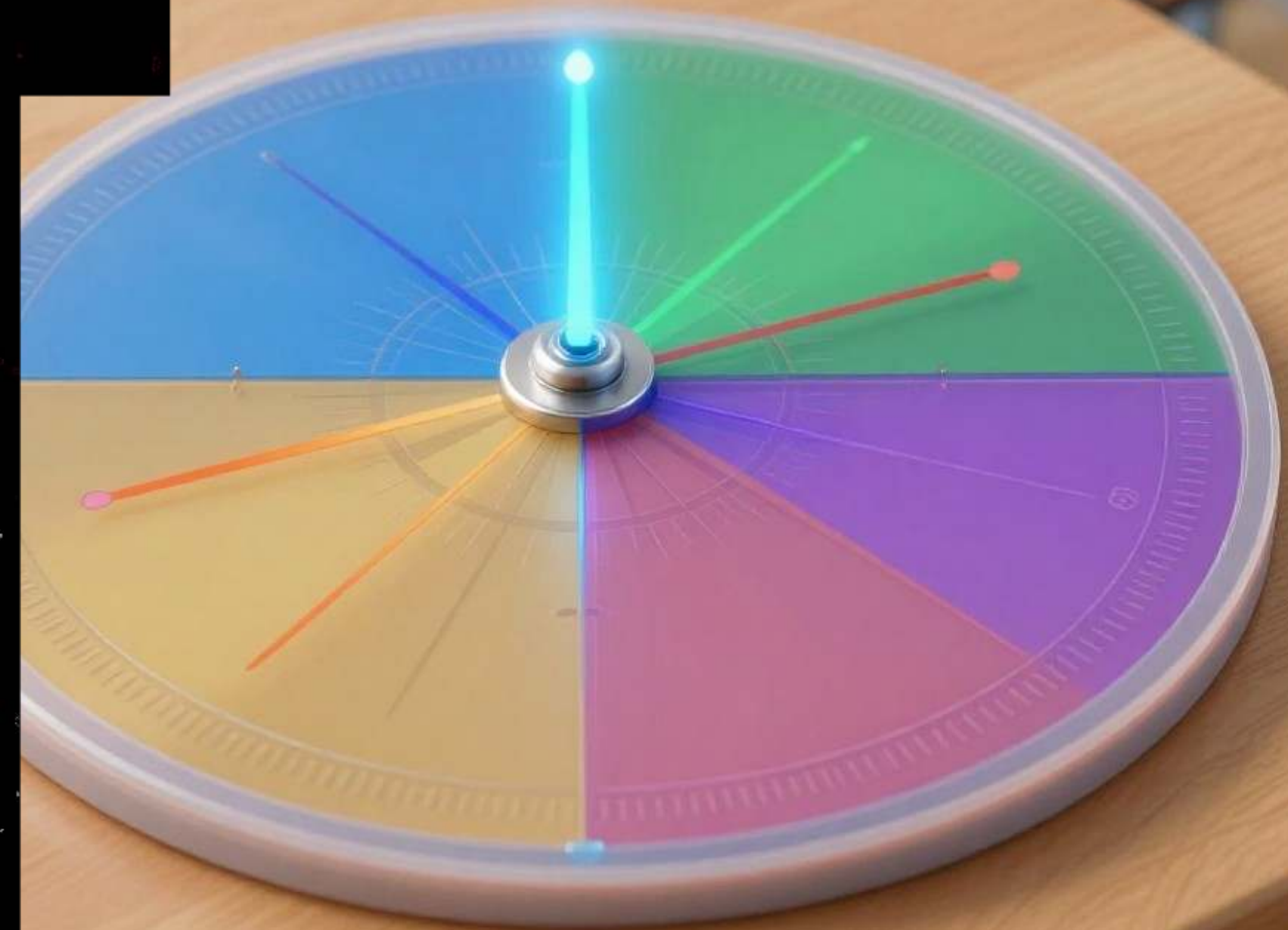
Если угол больше 360° , его нужно сравнить с эквивалентным меньшим углом. Иначе можно ошибочно принять одну и ту же точку за разные положения.

Неверный знак радиуса

Отрицательный радиус меняет направление луча на противоположное. Если не учесть это правило, запись будет прочитана неправильно, хотя сама точка может быть верной.

Точки на осях

Для точек, лежащих на полярной оси, легко перепутать 0° и 180° . Здесь особенно полезно сверяться с рисунком и проверять направление отсчёта.



Мини-набор заданий по теме

Короткие задания помогают проверить умение находить расстояние, угол и переводить точки между двумя системами координат.

В заданиях тренируются три ключевых навыка:
вычисление расстояния,
чтение угла и распознавание эквивалентных полярных записей.

Задание	Что найти
(1, 1)	Полярные
(4, 45°)	Построить
(3, 240°)	Декартовы
Две записи	Одинаковая точка

Задания по теме «Полярные координаты»

Что важно запомнить о полярных координатах

Два главных числа

Положение точки задают расстояние ρ и угол φ . Вместе они показывают, насколько точка удалена от полюса и в каком направлении она расположена.

Переход между системами

Полярную запись можно связать с декартовой через формулы пересчёта. Это помогает проверять ответы и понимать, как одна и та же точка выглядит в разных координатах.

Несколько записей одной точки

Полный оборот и отрицательный радиус позволяют описать ту же точку по-разному. Поэтому одинаковый результат может иметь несколько корректных полярных записей.

Где система особенно удобна

Полярные координаты особенно полезны для окружностей, симметричных фигур и задач, связанных с поворотами. Там, где важны направление и расстояние, они работают особенно наглядно.

1

2

3

4

Полярные координаты: короткая запись для точного положения

Полярные координаты показывают, как расстояние и направление вместе задают точку на плоскости. Эта система помогает легче понимать окружности, симметрию и движение вокруг центра, а также сравнивать разные записи одной точки.