



Многочлены: основные идеи и первые правила

Познакомимся с многочленами, их видами и основными действиями.

Как многочлены помогают в задачах

Многочлены удобны, когда нужно записать зависимость между величинами: длину, площадь, стоимость или скорость. Они делают выражения короче, а вычисления — понятнее.



Основные понятия

Одночлен

Одночлен состоит из числа, букв и их степеней, соединённых умножением. Примеры: $7x$, $-3a^2$, $5mn$. Это «кирпичик», из которого строятся более сложные выражения.

Многочлен

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов. Например: $3x+5$, x^2-4x+7 , $2a^2b-3ab+1$. Между его частями стоят знаки «+» и «-».

Член многочлена

Каждый одночлен внутри многочлена называется его членом. У многочлена может быть один, два, три и больше членов, но все они записаны в одном выражении.

Коэффициент

Число перед буквенной частью одночлена называют коэффициентом. В записи $6x^2$ коэффициент равен 6, а в $-a$ — коэффициент равен -1 , хотя он не написан явно.

Стандартный вид многочлена

Объедините одинаковые части

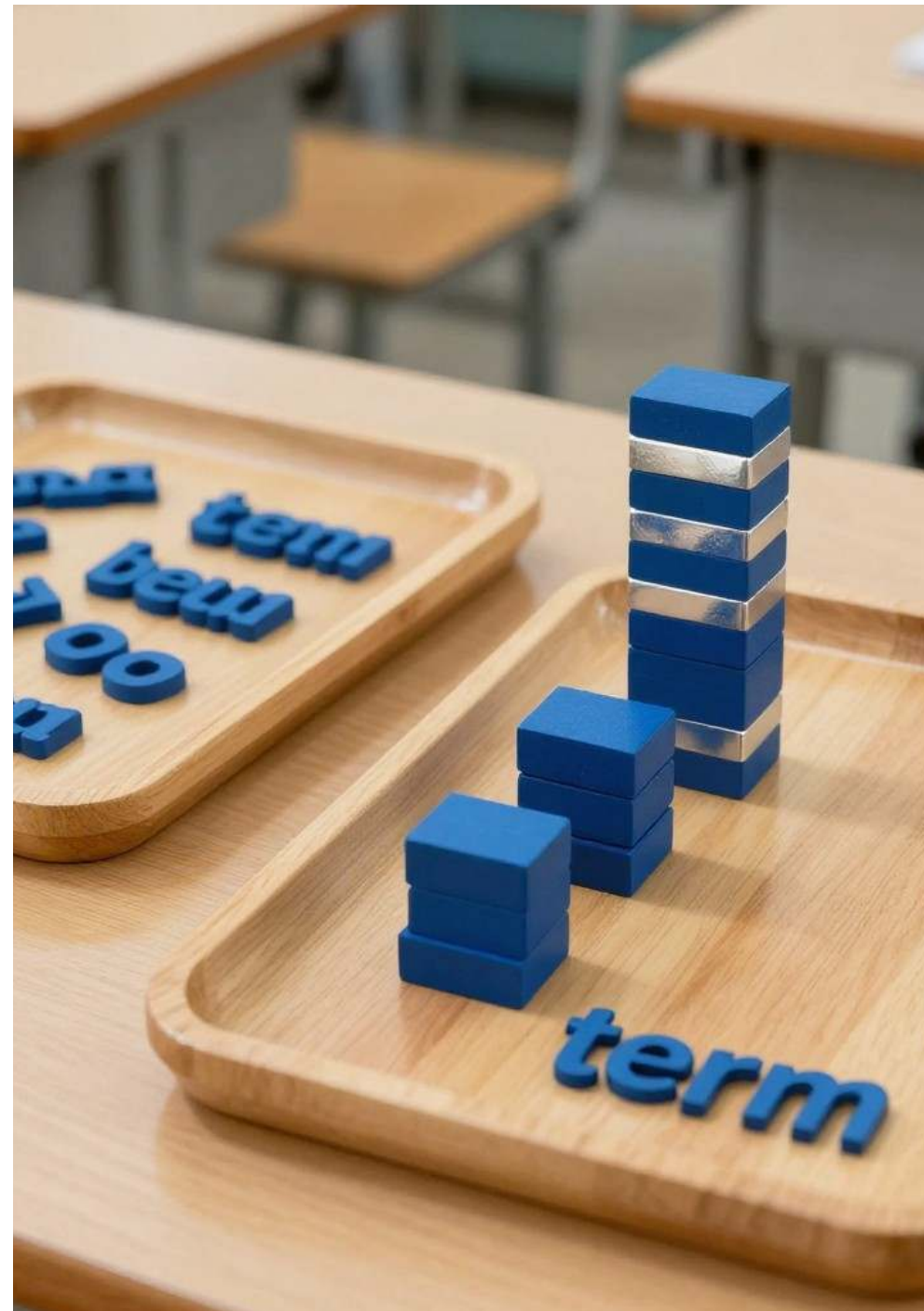
Сначала находят подобные члены и складывают или вычитают их коэффициенты. Это сокращает запись и помогает избежать лишних повторов в выражении.

1

Проверьте свободный член

Число без буквенной части называют свободным членом. Оно записывается отдельно и не влияет на степень многочлена, но важно для правильной формы записи.

3



Расположите по степени

После объединения члены записывают по убыванию степени: сначала старшие, затем младшие. Так многочлен читается быстрее и выглядит аккуратно.

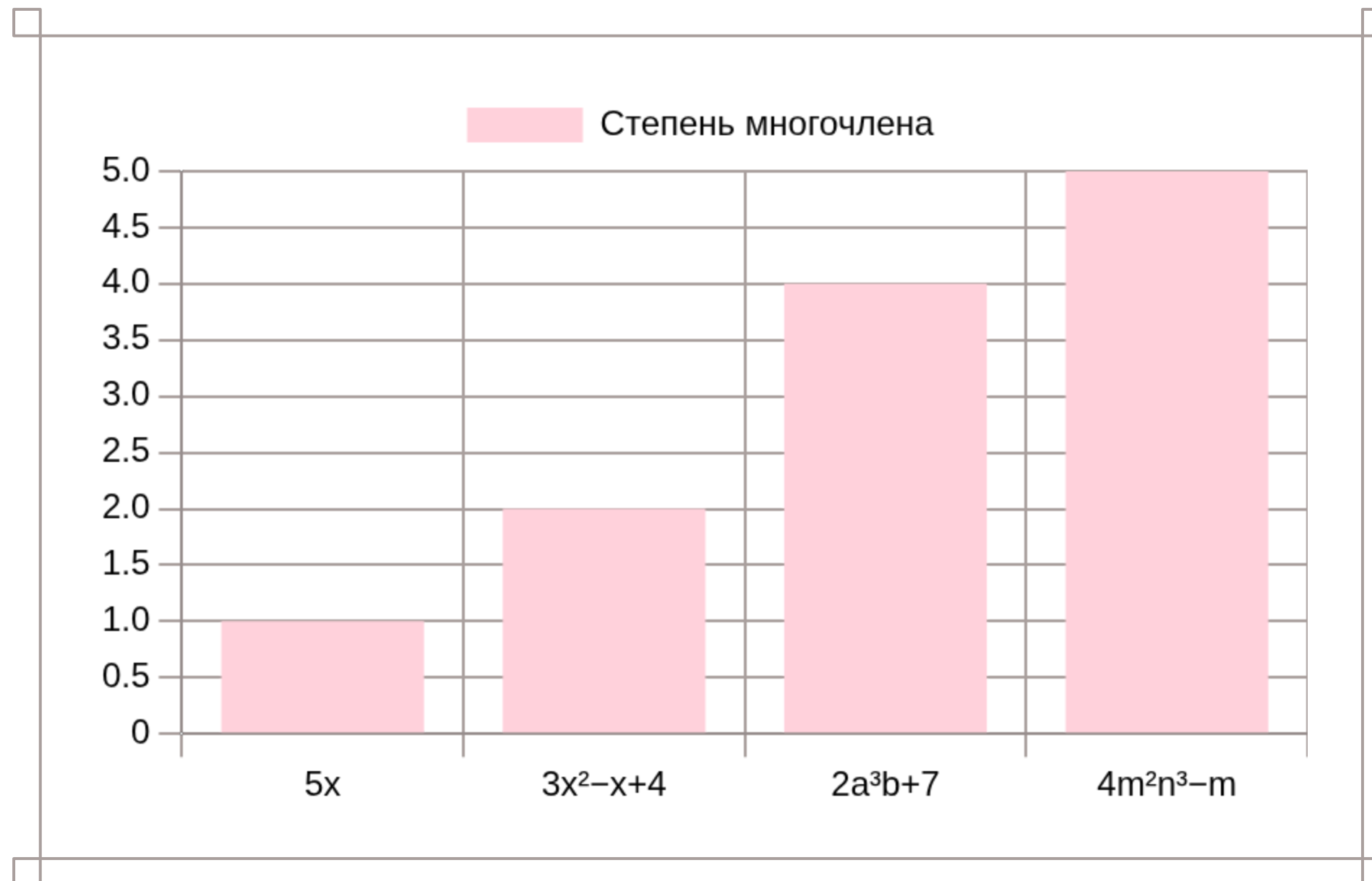
2

Сравните с исходной записью

Если выражение выглядит неупорядоченным, например $8+5x^2-3x$, его переставляют и приводят к виду $5x^2-3x+8$. Такой вид называют стандартным.

4

Сравнение степеней многочленов на примерах



Степень многочлена определяется по его старшему одночлену: у него суммируют показатели степеней всех букв.

Чем выше степень старшего одночлена, тем выше степень всего многочлена.

По данным примеров из школьного курса алгебры.

Подобные члены и их признаки



Одинаковая буквенная часть

Подобные члены имеют одинаковые буквы и одинаковые показатели степеней.

Например, $2x$ и $-5x$ или $3a^2b$ и $8a^2b$ можно объединять, потому что их буквенная часть совпадает.



Меняются только коэффициенты

При сложении или вычитании подобных членов буквенная часть остаётся прежней, а изменяется только числовой коэффициент. Поэтому $4mn^2 - mn^2$ превращается в $3mn^2$ без изменения букв.



Запись становится короче

После приведения подобных членов выражение легче читать и вычислять. Короткая запись помогает быстрее замечать ошибки и сразу видеть главный результат преобразования.

Сравнение нескольких многочленов

Выражение	Членов	Степень	Св. член
$4x+9$	2	1	9
x^2-3x+1	3	2	1
$6a^3-2a$	2	3	—
$7m^4+2m^2-m+5$	4	4	5

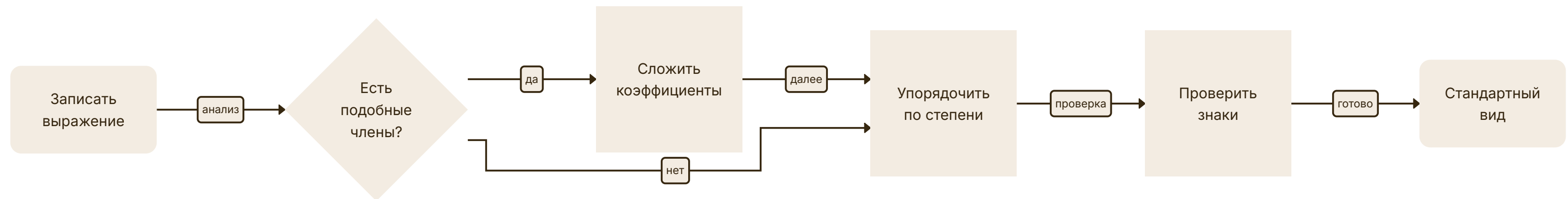
В таблице показано, как у разных выражений меняются число членов, степень и наличие свободного члена.

Степень задаёт старший член, а свободный член может быть не у каждого многочлена.

Примеры по теме «Многочлены» из школьного курса.

Как привести многочлен к стандартному виду

Последовательность шагов при преобразовании выражения.



Сложение многочленов

1

Раскройте скобки

Если перед скобками стоит знак «+», знаки внутри не меняются. Нужно аккуратно переписать каждый член обоих многочленов, чтобы не потерять исходную структуру выражения.

3

Сложите коэффициенты

Коэффициенты подобных членов складывают или вычитают, а буквенную часть сохраняют. Так из $2x^2$ и x^2 получается $3x^2$, потому что складываются только числа перед буквами.

2

Найдите подобные члены

После раскрытия скобок ищут одинаковые буквенные части. Именно они складываются между собой, а разные по виду члены остаются в записи без изменений.

4

Приведите результат

В конце выражение записывают в стандартном виде. Например, $(2x^2+3x-1)+(x^2-5x+4)=3x^2-2x+3$. Это уже упрощённая и равносильная запись.

Вычитание многочленов

1

1. Исходная запись

Сначала внимательно записывают вычитаемое и замечают минус перед скобками. Именно он задаёт изменение всех знаков внутри второго многочлена.

2

2. Смена знаков

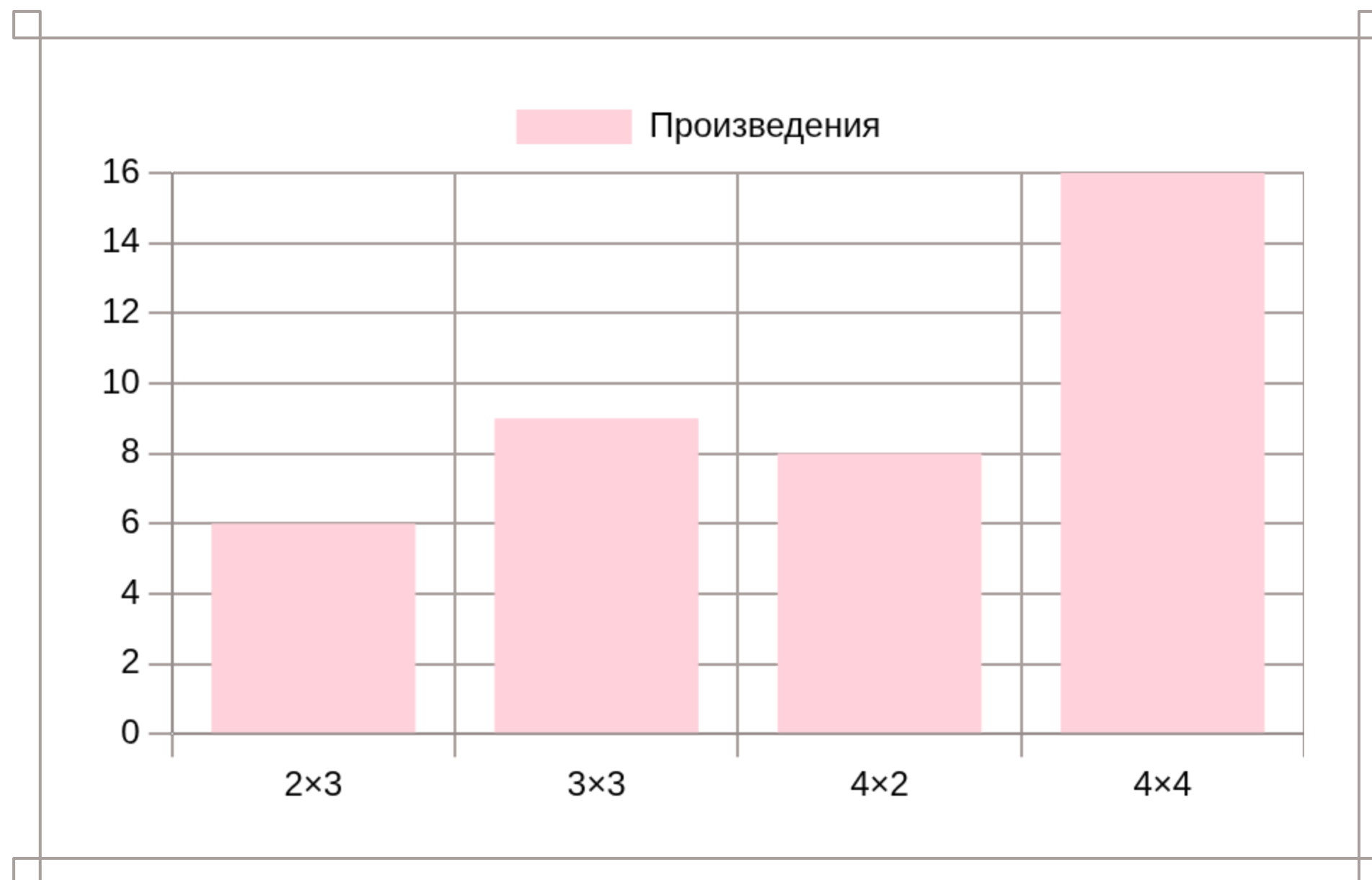
Каждый член вычитаемого заменяют на противоположный: плюс становится минусом, а минус — плюсом. Это главный шаг, где чаще всего допускают ошибку.

3

3. Приведение к виду

После раскрытия скобок приводят подобные члены и записывают ответ в стандартном виде. Например, получается $3x^2 - 4x + 8$.

Как растёт число промежуточных произведений при умножении



Чем больше слагаемых в многочленах, тем больше произведений нужно записать перед упрощением. Это делает вычисления длиннее, но поэтапными.

Количество промежуточных произведений растёт как произведение числа членов, поэтому особенно важны аккуратная запись и последующее приведение подобных членов.

Составлено по правилам умножения многочленов; расчёт примеров — учебная иллюстрация.

Умножение одночлена на многочлен



Умножаем по членам

Одночлен нужно умножить на каждый член скобок отдельно. Так используется распределительное свойство: результат получается суммой нескольких произведений, которые затем можно упростить.



Записываем результат

После перемножения всех членов выражение приводят к удобному виду. Например, $3x(2x-5)=6x^2-15x$, где каждый член получен отдельно и записан без пропусков.

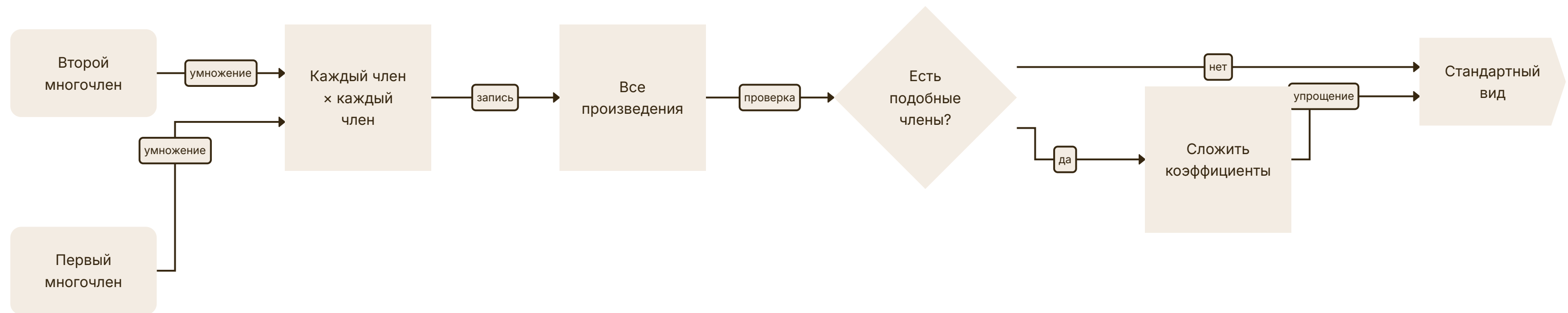


Работаем со степенями

Коэффициенты перемножаются как обычные числа, а одинаковые буквенные основания при умножении дают новую степень с суммой показателей. Это правило помогает не ошибиться в записи.

Умножение многочлена на многочлен

Схема показывает последовательность действий при раскрытии скобок по распределительному свойству.



Формулы сокращённого умножения

Квадрат суммы

Формула $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ помогает быстро раскрывать скобки, не перемножая всё по отдельности. Средний член всегда содержит удвоенное произведение двух слагаемых.

Квадрат разности

При формуле $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ важно внимательно следить за знаком среднего члена. Основа остаётся той же: квадраты крайних членов и удвоенное произведение.

Разность квадратов

Формула $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ особенно удобна, когда нужно упростить выражение без громоздких вычислений. Она сразу даёт результат в компактной форме.



Формулы сокращённого умножения на примерах

Формула	Раскрытие	Пример
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	$(x+3)^2=x^2+6x+9$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	$(a-4)^2=a^2-8a+16$
$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	$(m+2)(m-2)=m^2-4$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	$(y-5)^2=y^2-10y+25$

В таблице показано, как формулы работают в конкретных выражениях и почему они позволяют быстро получить результат.

Во всех примерах результат получается быстрее, чем при полном перемножении членов, а итог сразу приводится к более короткому виду.

Учебные формулы алгебры 7 класса; примеры вычислены по правилам раскрытия скобок.

Многочлены в задачах из реальной жизни

Площадь фигур

Если стороны прямоугольника выражены буквами, его площадь удобно записывать через многочлен или произведение. Такая запись помогает быстро менять значения и проверять формулы без лишних слов.

1

Периметр и длина

При составлении периметра складывают выражения для всех сторон. Многочлены позволяют сразу увидеть, какие части одинаковы, и объединить их в более короткую запись.

2

Стоимость покупок

Если цена одного предмета обозначена буквой, а количество известно, общую стоимость легко представить многочленом. Например, несколько одинаковых покупок и отдельная тетрадь записываются одной формулой.

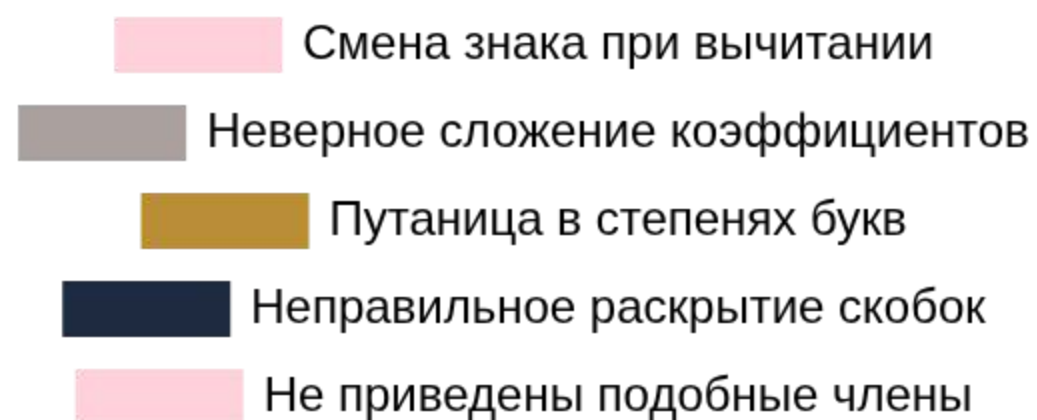
3

Движение и сравнение

В задачах на движение многочлены помогают описывать расстояние, время и скорость. Они делают условие точным и позволяют переходить от текста задачи к вычислениям без потери смысла.

4

Типичные ошибки при работе с многочленами



Большинство ошибок возникает не в самой идее, а в аккуратности записи. Особенно важно следить за знаками и степенями при каждом преобразовании.

Чаще всего ошибки связаны со знаками и раскрытием скобок, поэтому самопроверка должна начинаться именно с этих шагов.

Обобщение типичных ученических ошибок по теме «Многочлены»; данные иллюстративные.

Проверка ответа и самоконтроль

1

Подстановка числа

Подставьте вместо буквы простое число, чтобы проверить исходное и полученное выражение. Если преобразование выполнено верно, оба варианта дадут одинаковый результат.

3

Оценка формы ответа

Правильный результат обычно короче, чем исходная запись, и приведён к стандартному виду. Если выражение стало упорядоченным и без лишних слагаемых, это хороший признак.

2

Повторная проверка действий

Ещё раз просмотрите раскрытие скобок, сложение коэффициентов и перенос знаков. Такой контроль помогает найти ошибку даже тогда, когда ответ выглядит правдоподобно.

Что важно запомнить о многочленах



Состав многочлена

Многочлен образован одним или несколькими одночленами, соединёнными знаками сложения и вычитания. Каждый его член нужно читать внимательно, чтобы не потерять коэффициенты и буквенную часть.



Стандартный вид

Приведение к стандартному виду начинается с объединения подобных членов, а затем члены располагают по убыванию степени. Так выражение становится понятнее и удобнее для вычислений.



Основные действия

С многочленами выполняют сложение, вычитание и умножение, а также применяют формулы сокращённого умножения. Эти операции часто используются в алгебраических преобразованиях и задачах.



Основа для алгебры

Умение работать с многочленами понадобится дальше при изучении уравнений, функций и преобразований выражений. Поэтому важно не только знать правила, но и применять их уверенно.



Многочлены: уверенный старт в алгебре

Многочлены учат видеть закономерности в выражениях, сокращать вычисления и переводить текст задачи в точную алгебраическую запись. Эти умения становятся надёжной основой для дальнейшего изучения алгебры.