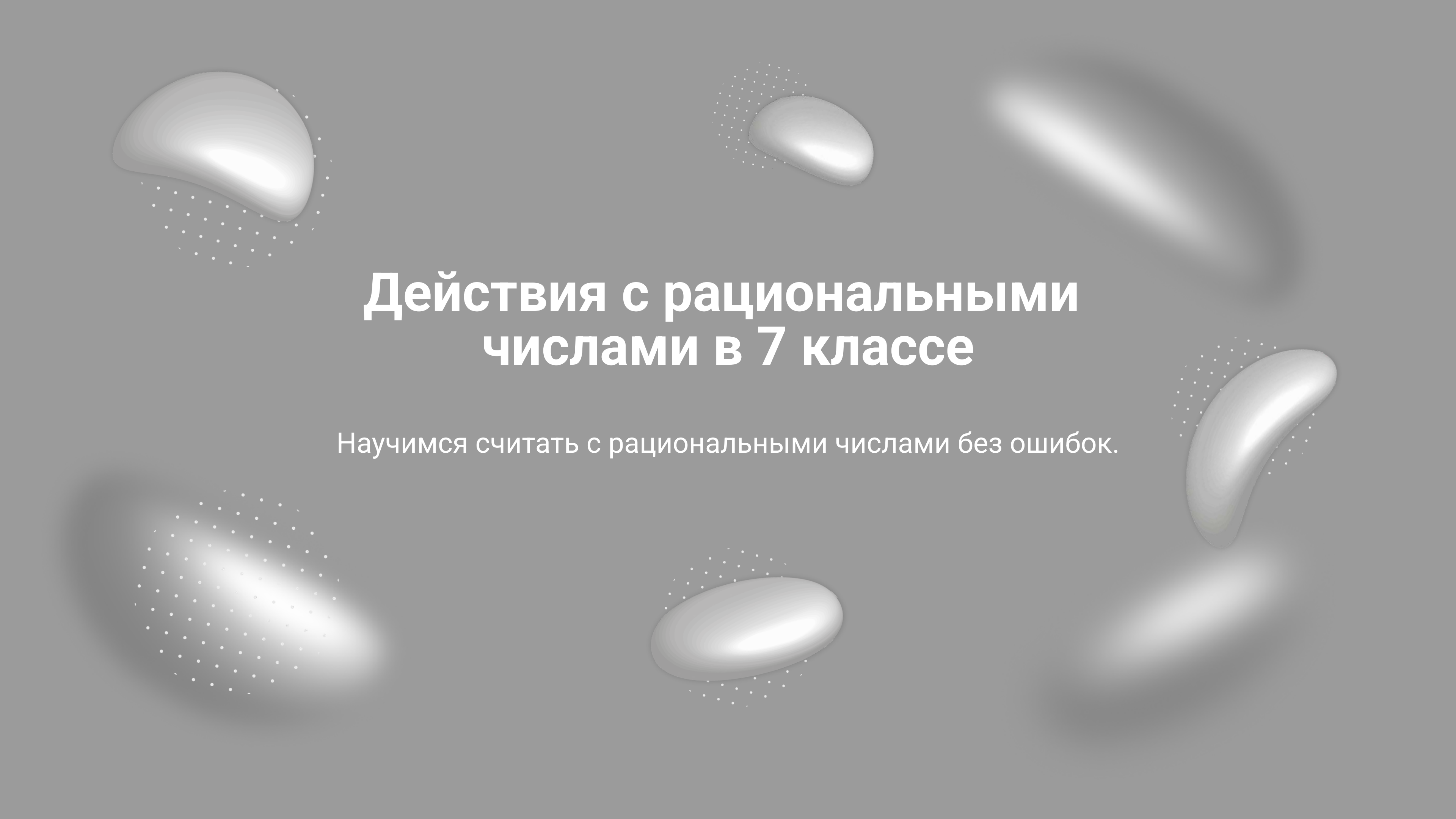




Действия с рациональными числами в 7 классе

Научимся считать с рациональными числами без ошибок.

Где встречаются рациональные числа

Рациональные числа записывают в виде дроби и используют на уроках, в координатной прямой и при решении уравнений. Они помогают описывать изменения, сравнивать величины и выполнять точные вычисления.



Виды рациональных чисел

Целые числа

К рациональным относятся положительные и отрицательные целые числа, например -7 , 0 и 12 . Любое целое число можно представить дробью со знаменателем 1 .

Обыкновенные дроби

Дроби вида $3/5$, $-2/7$ или $9/4$ тоже являются рациональными, потому что их можно записать как отношение двух целых чисел при ненулевом знаменателе.

Десятичные записи

Конечные десятичные дроби, например $2,4$, и периодические, например $0, (3)$, относятся к рациональным числам. Их можно преобразовать в дробную форму.

Смешанные числа

Смешанные числа тоже связаны с рациональными: $2 \frac{1}{3}$ можно представить как дробь. Поэтому один и тот же результат часто записывают разными способами.

Примеры из записи

Числа -7 , $3/5$, $2,4$ и $0, (3)$ показывают, что рациональные числа бывают не только целыми. Главное, чтобы число можно было выразить дробью.

Числовая прямая и модуль числа

4

Положение чисел

На числовой прямой числа, расположенные правее, больше чисел, находящихся левее. Ноль служит точкой отсчёта и отделяет положительные числа от отрицательных.

Положительные и отрицательные

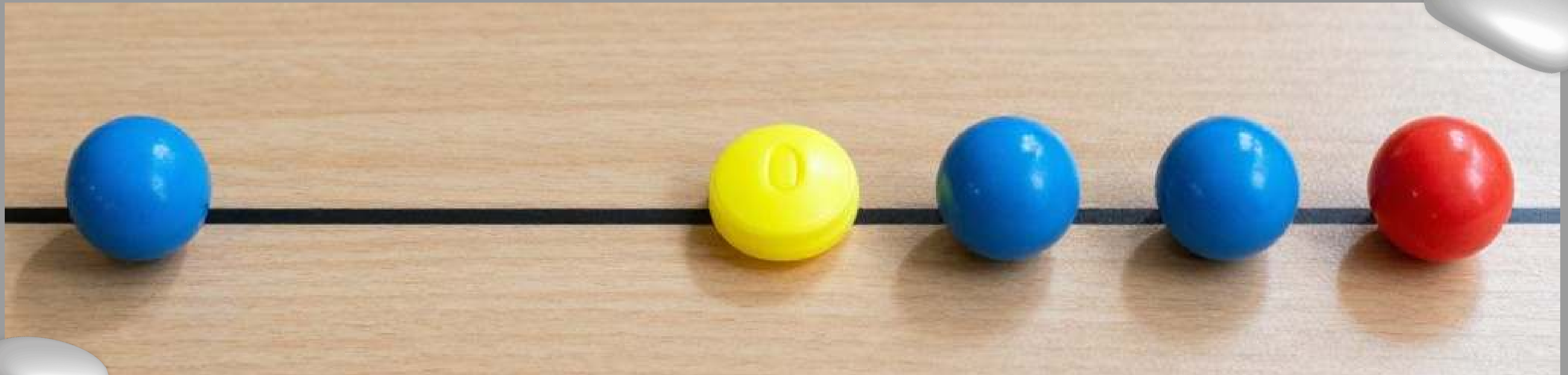
Положительные числа находятся справа от нуля, а отрицательные — слева. Чем дальше число от нуля вправо, тем оно больше; чем дальше влево, тем меньше.

Что показывает модуль

Модуль числа — это расстояние от него до нуля. Поэтому $|-5| = 5$, $|3| = 3$, а $|0| = 0$. Знак при этом не учитывается.

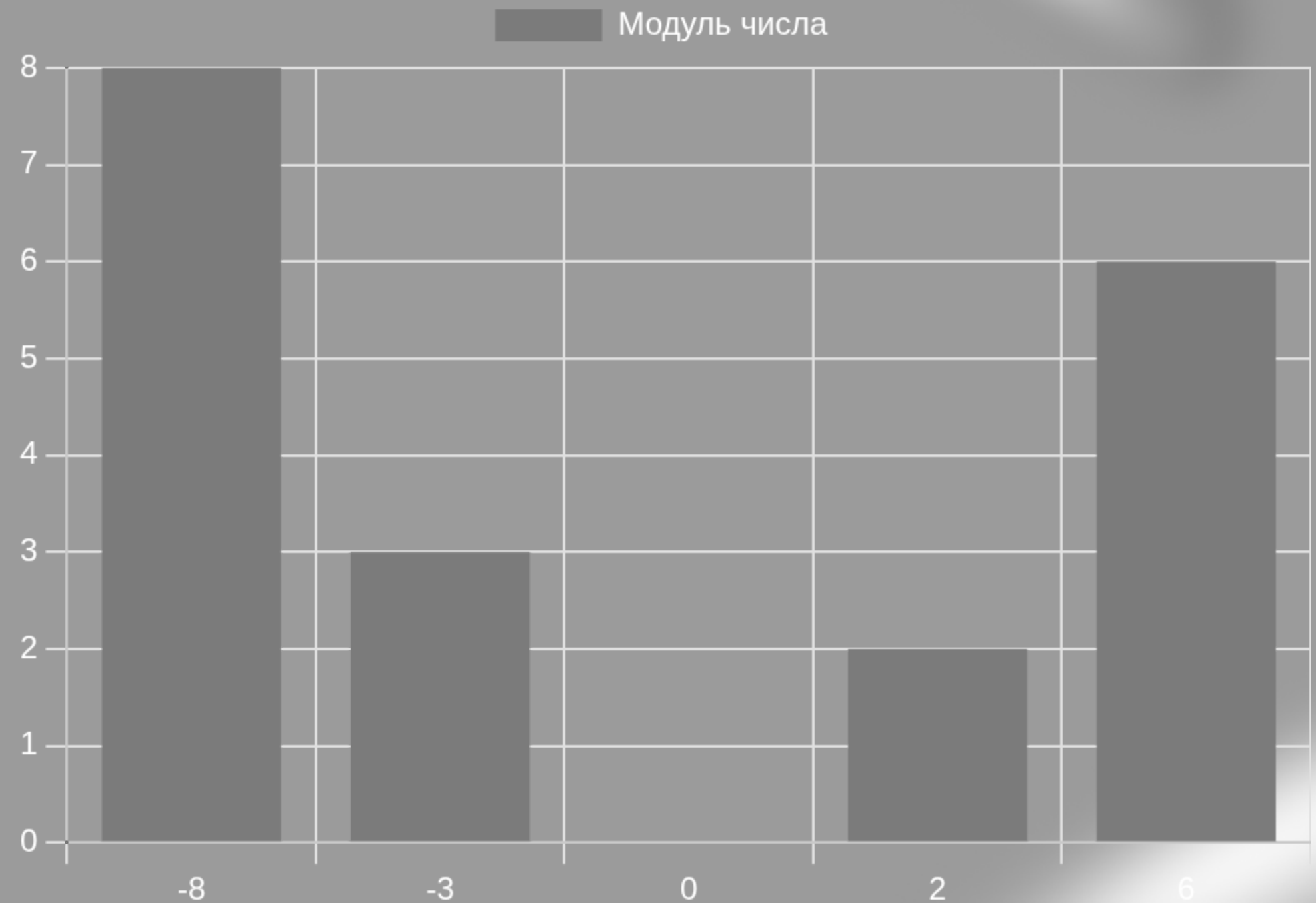
Зачем это нужно

Числовая прямая помогает сравнивать числа, а модуль — понимать их удалённость от нуля. Эти два понятия особенно полезны при сложении и вычитании.



Сравнение чисел и их модулей

- Модуль показывает только величину расстояния до нуля, поэтому он одинаково описывает числа с разными знаками.
- Чем больше модуль, тем дальше число от нуля; знак влияет на положение, но не на величину модуля.



Составлено по правилам модуля числа для 7 класса.

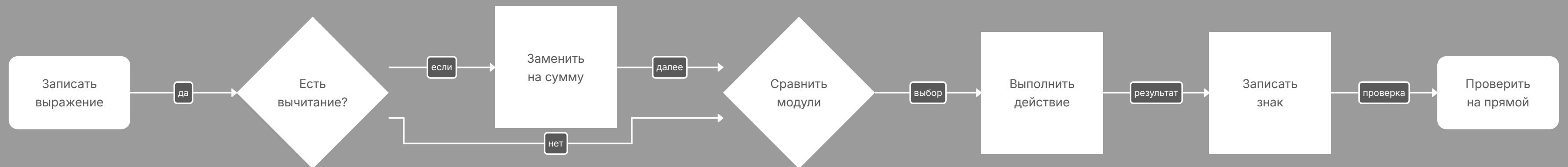
Правила сложения рациональных чисел

Случай	Действие	Результат
Одинаковые знаки	Складываем модули	Общий знак
Разные знаки	Вычитаем модули	Знак большего
Пример	$-4 + (-7)$	-11
Пример	$9 + (-5)$	4

- Таблица показывает основные случаи сложения и помогает быстро определить знак и модуль результата.
- При одинаковых знаках модули складываются, а при разных — вычитаются; знак берут по числу с большим модулем.

Как складывать и вычитать числа

Последовательность действий для выражений с положительными и отрицательными числами.



Вычитание как прибавление противоположного числа

1

Основное правило

Разность $a - b$ можно заменить суммой $a + (-b)$. Это превращает вычитание в более знакомое действие и помогает не путаться со знаком результата.

2

Работа с отрицательными числами

Если вычитают положительное число, его записывают с противоположным знаком. Например, $7 - 12$ превращается в $7 + (-12)$, после чего вычисление становится проще.

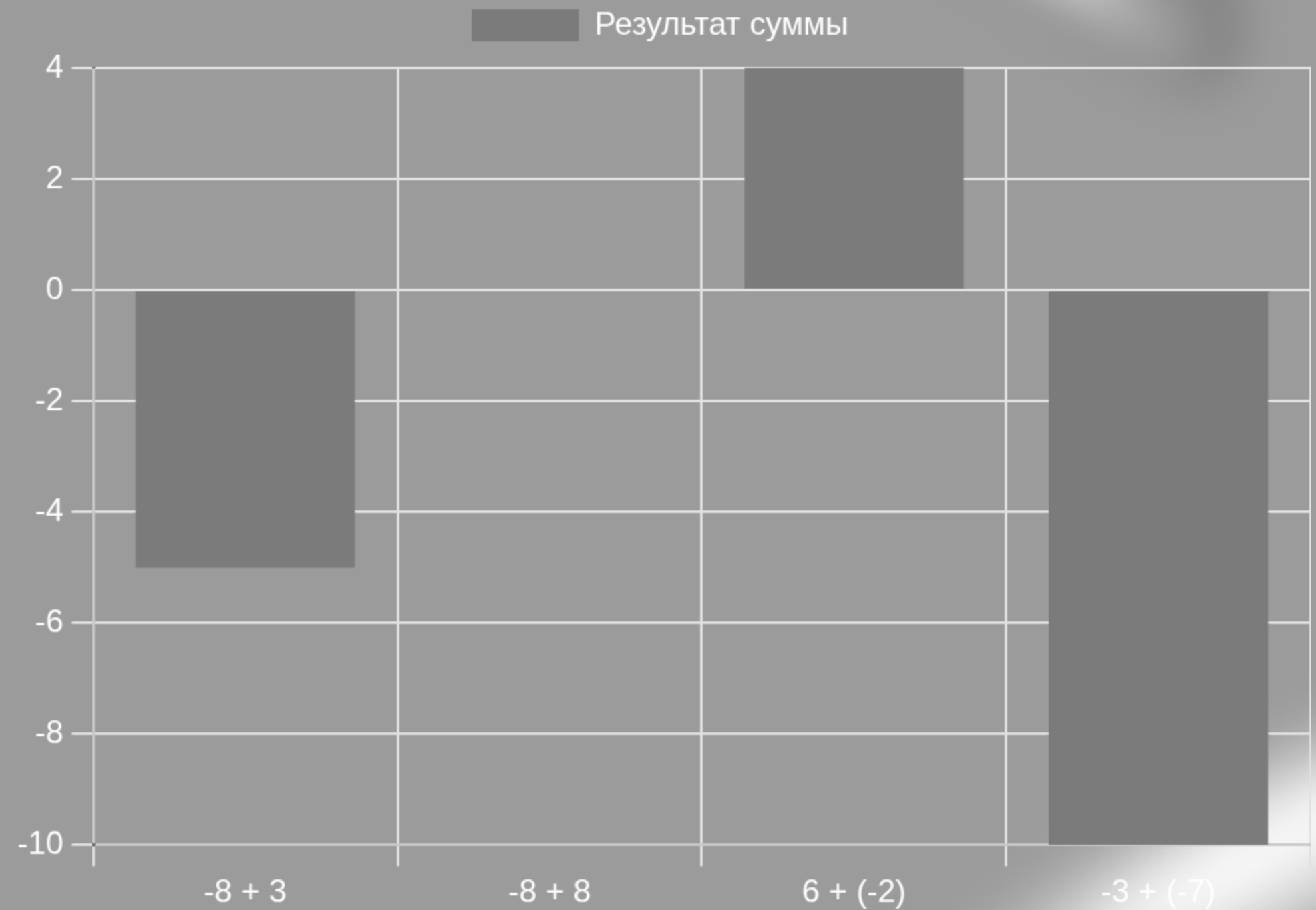
3

Польза преобразования

Такой приём удобен при раскрытии скобок и в более длинных выражениях. Он позволяет последовательно выполнять действия и быстрее находить правильный ответ.

Примеры сумм с рациональными числами

- На диаграмме видны случаи уменьшения, полного взаимного погашения и усиления отрицательного значения.
- Противоположные числа дают ноль, а знак результата зависит от того, какое слагаемое по модулю больше.



Примеры составлены по правилам сложения рациональных чисел для 7 класса.

Умножение рациональных чисел

10



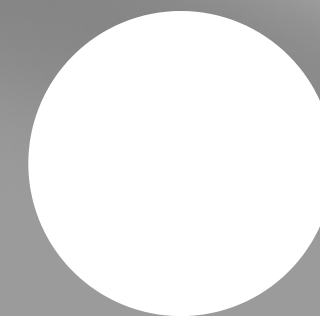
Одинаковые знаки

Если множители имеют одинаковые знаки, произведение положительное. Так работают примеры $(-3) \cdot (-5) = 15$ и $4 \cdot 2 = 8$: знак результата не меняется.



Разные знаки

При умножении чисел с разными знаками получается отрицательный результат. Например, $(-4) \cdot 2 = -8$ и $6 \cdot (-2) = -12$, потому что знаки отличаются.



Умножение на ноль

Любое число, умноженное на 0, даёт 0. Это правило важно запомнить сразу: ноль «обнуляет» результат независимо от знака и величины множителя.

Правила знаков при умножении и делении

- Таблица показывает, как определяется знак результата при умножении и делении рациональных чисел. Для одинаковых знаков результат положительный, для разных — отрицательный. Примеры помогают быстро проверить правило на практике.
- Знак результата зависит только от сочетания знаков, а не от величины чисел; для деления действуют те же закономерности, что и для умножения.

Сочетание знаков	Результат	Пример
+ и +	+	$6 \cdot 2 = 12$
— и -	+	$(-15) : (-3) = 5$
+ и -	-	$18 : (-6) = -3$
— и +	-	$-12 : 3 = -4$

Почему деление на ноль невозможно



Нельзя собрать «пустые группы»

Представим, что нужно разделить 12 конфет поровну. Если групп нет, распределение выполнить невозможно: нечего делить и некуда раскладывать. Поэтому деление на ноль не имеет смысла в обычных вычислениях и не даёт ответа.

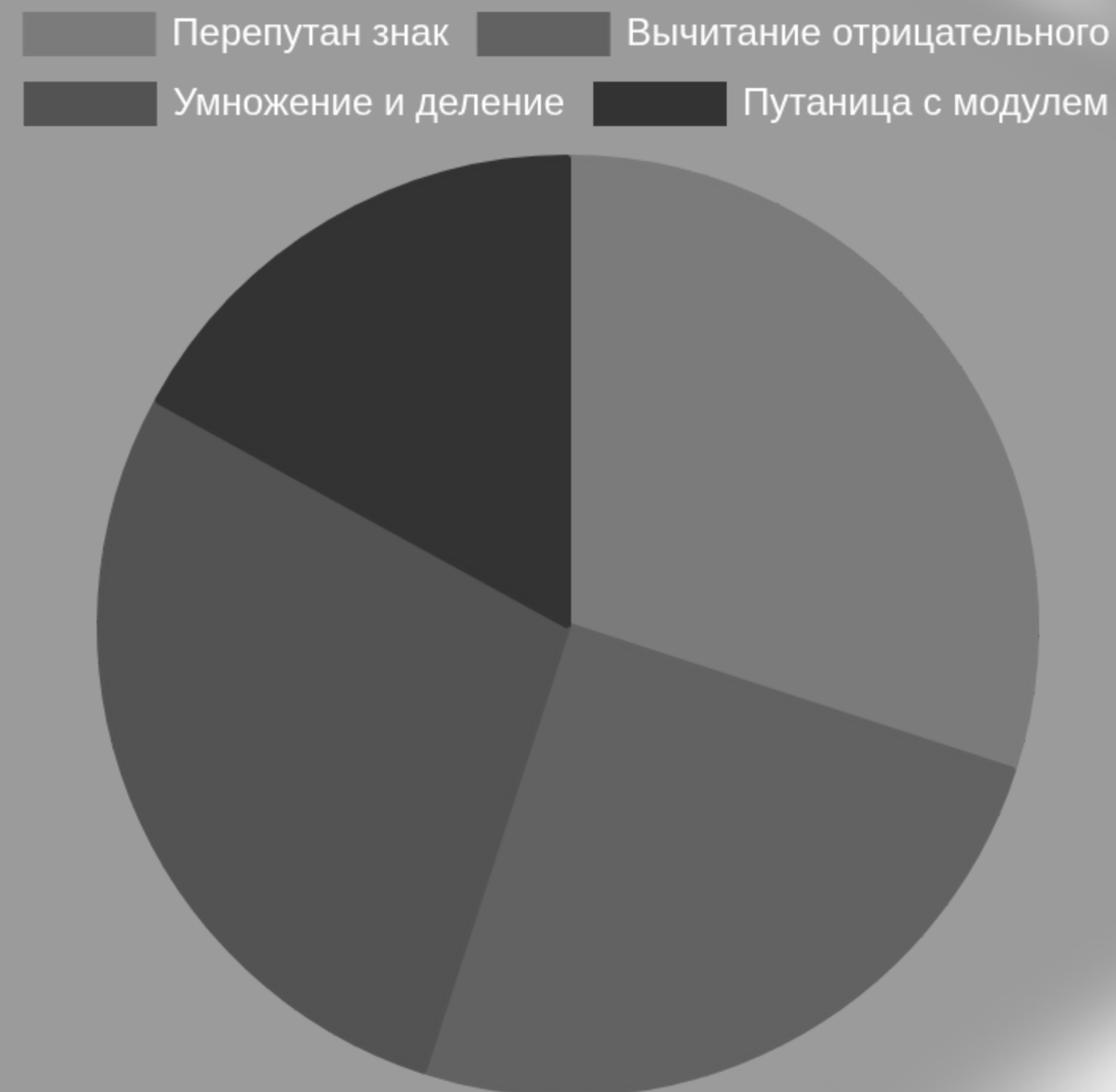
Проверка через умножение

Деление всегда связано с умножением: если $12:3 = 4$, то $3 \cdot 4 = 12$. Но для числа 0 такого обратного действия нет, потому что $0 \cdot x$ всегда равно 0, а не 12.

Типичные ошибки при вычислениях

13

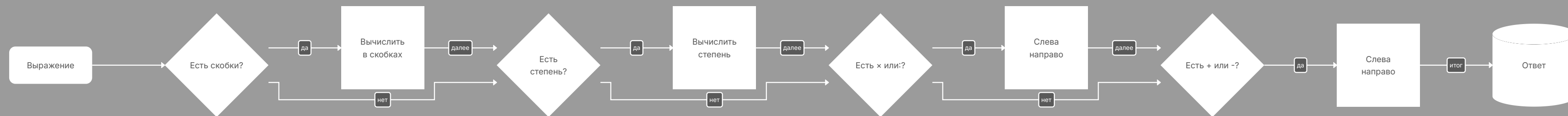
- Диаграмма помогает увидеть, где чаще всего возникают неточности. Особенно внимательно стоит проверять выражения с минусом и действия с модулем числа.
- Наибольшую долю занимают ошибки со знаками и вычитанием отрицательных чисел; значит, именно эти правила требуют дополнительной тренировки.



Порядок действий в выражениях

Последовательность вычислений для выражений с рациональными числами

14



Дроби и десятичные дроби в вычислениях

15

1

Единые правила

Обыкновенные и десятичные дроби подчиняются тем же правилам, что и целые числа: учитываются знак, порядок действий и удобная форма записи. Это позволяет считать без лишних преобразований.

2

Смешанные записи

Если выражение неудобно считать в исходном виде, числа можно привести к одной форме. Так проще сравнивать, складывать и вычитать дроби, не теряя точность ответа.

3

Пример со смешанными числами

Вычисление $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ удобно выполнить после приведения к общему виду: получается 1,25. Главное — не менять значение числа при преобразовании записи.

4

Пример с десятичными дробями

В выражении $-2,5 + 0,7$ складываются числа с разными знаками, поэтому ищут разность модулей и ставят знак большего по модулю числа. Получается -1,8.

Рациональные числа в жизни школьника

Погода за окном

Температура утром может быть ниже нуля, например -6°C , а днём подняться выше. Такие числа помогают точно описывать изменения погоды и сравнивать значения на термометре без путаницы.



Покупки и скидки

В магазине рациональные числа встречаются в ценах, скидках и сдаче. Если товар подешевел на 15%, важно понимать, как меняется итоговая сумма и как проверить расчёт в чеке.



Спорт и география

На карте высот можно увидеть отметку 350 м, а в спорте — снижение скорости на 15 км/ч. В обоих случаях числа показывают изменение величины и помогают читать данные точно.



Примеры вычислений с рациональными числами

Выражение	Ответ	Правило
$-7 + 12$	5	Разные знаки
$14 - (-6)$	20	Вычитание отрицательного
$(-3) \cdot 4$	-12	Разные знаки
$(-18) : (-3)$	6	Одинаковые знаки

- В таблице собраны короткие примеры, в которых важно сразу определить правило действия и знак результата. Это помогает быстрее находить верный ответ и проверять себя по модулю числа.
- Во всех примерах ответ можно проверить по двум признакам: совпадает ли знак с правилом и соответствует ли модуль выполненному действию.

Связь между действиями



Сложение и вычитание

Эти действия взаимно обратны: если к числу прибавили другое, то вычитанием того же числа можно вернуться к исходному значению. Это удобно при проверке вычислений.



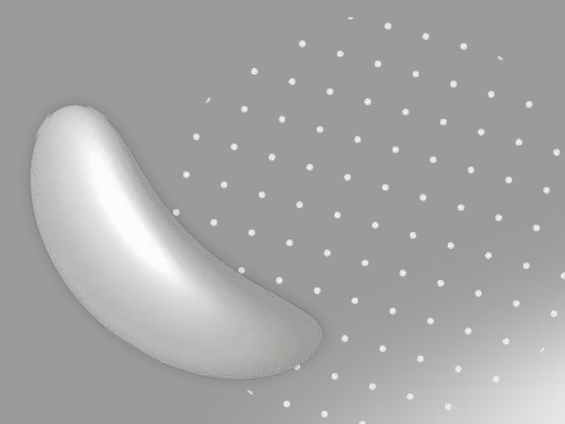
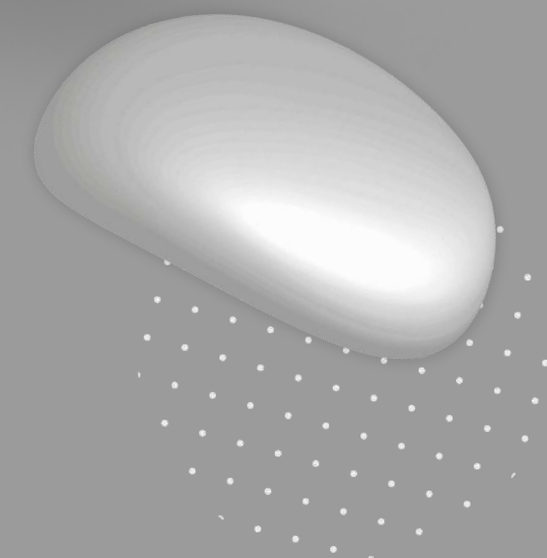
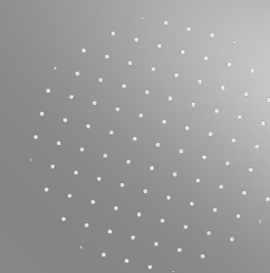
Умножение и деление

Если произведение известно, делением можно найти один из множителей. Поэтому проверка ответа часто сводится к обратному действию и сравнивает полученный результат с исходным выражением.



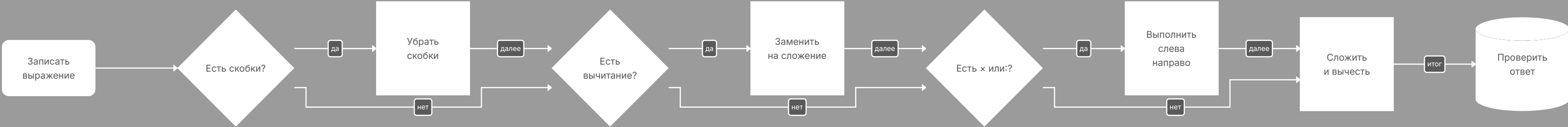
Проверка и уравнения

Связь между парами действий помогает находить неизвестные числа в уравнениях. Ученику достаточно выполнить обратное действие и убедиться, что равенство стало верным.



Как решать выражения с рациональными числами

Алгоритм вычисления для целых чисел, дробей и десятичных записей



Что важно запомнить

Рациональные числа помогают работать с дробями, десятичными записями и отрицательными значениями. Если помнить правила знаков, модуль и порядок действий, вычисления становятся точными и понятными.