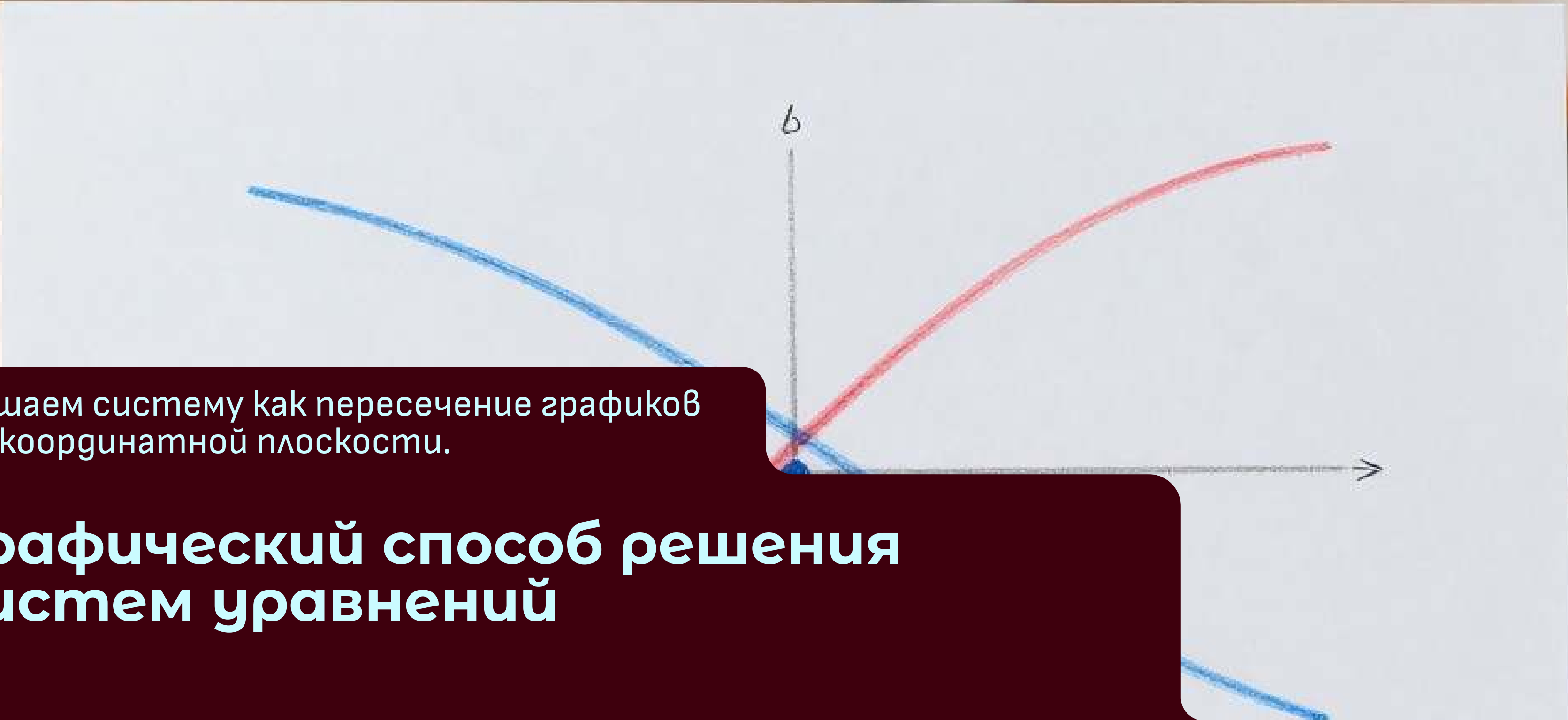


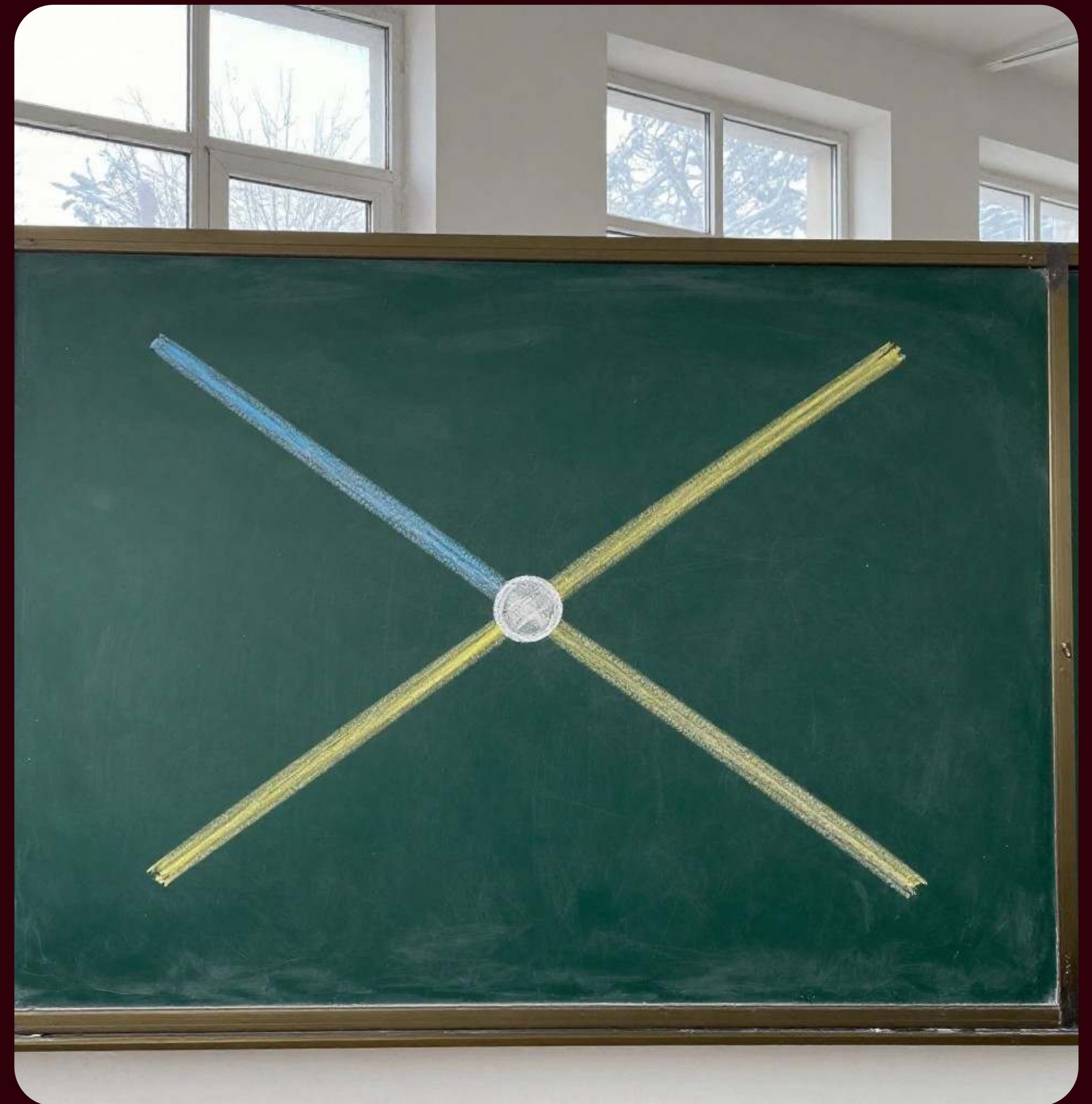


Решаем систему как пересечение графиков на координатной плоскости.

## Графический способ решения систем уравнений

# Системы уравнений в 7 классе

Тема объединяет координатную плоскость, линейные уравнения и чтение графиков. Она помогает увидеть решения на рисунке и понять, почему система может иметь одно, ноль или бесконечно много решений.



# Что называют системой уравнений

## Общее решение

Решением системы считают такую пару чисел, которая одновременно подходит каждому уравнению. Если хотя бы одно уравнение не выполняется, пара не является решением.

## Нет общих точек

Если графики не имеют ни одной общей точки, подобрать пару чисел, подходящую всем уравнениям сразу, невозможно. В этом случае говорят, что решений нет.

## Несколько уравнений

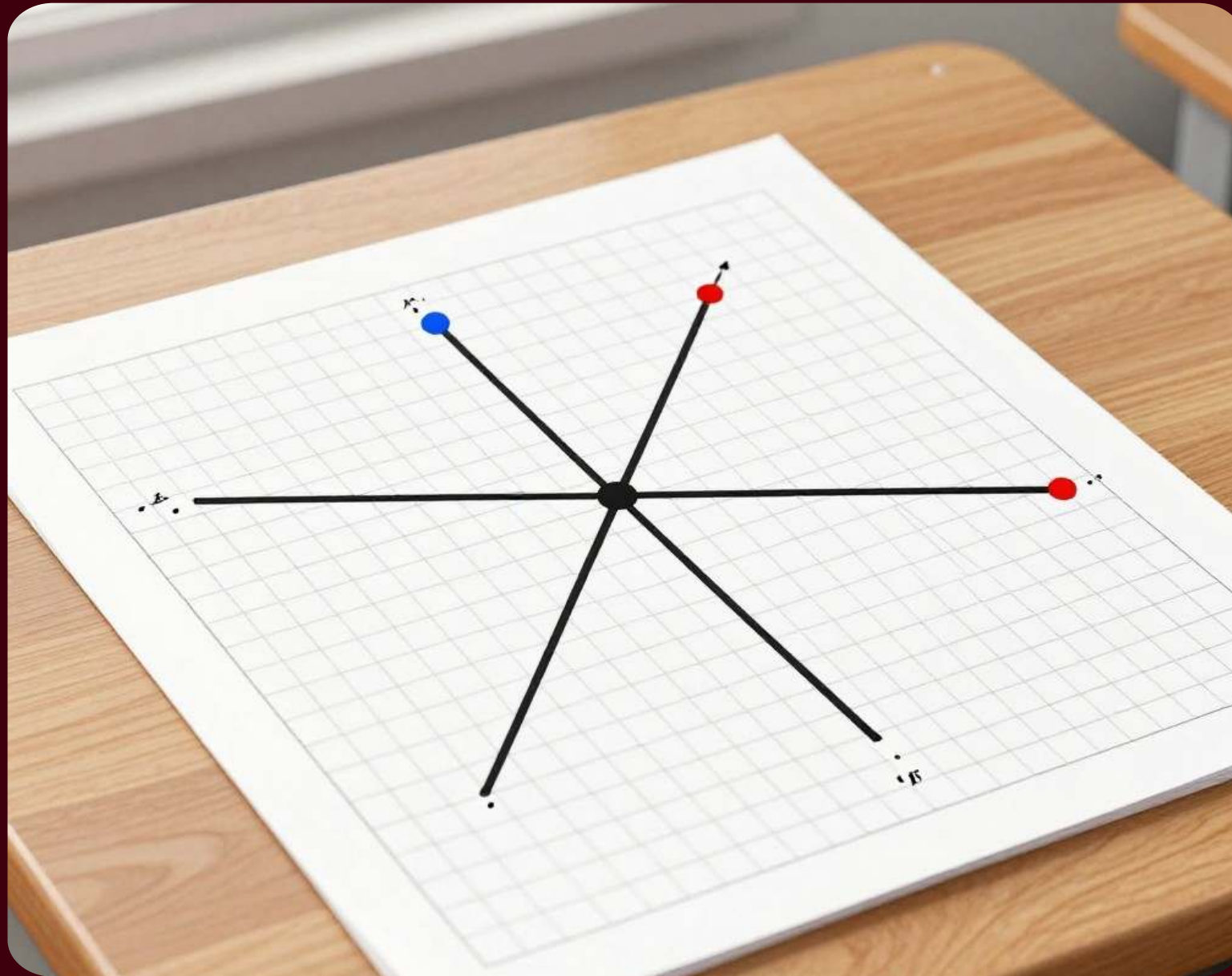
Система состоит из двух или большего числа уравнений, в которых используются одни и те же неизвестные. Все уравнения рассматриваются вместе, а не по отдельности.

## Графический смысл

На координатной плоскости решение системы совпадает с общей точкой графиков всех уравнений. Именно поэтому график позволяет увидеть ответ сразу, без длинных вычислений.

## Одна или много точек

Когда графики пересекаются в одной точке, система имеет одно решение. Если же графики совпадают полностью, общих точек бесконечно много, значит и решений бесконечно много.



# Координатная плоскость и построение графиков

- **Оси и начало**

Для построения используют две взаимно перпендикулярные оси: горизонтальную  $x$  и вертикальную  $y$ . Их пересечение называют началом координат, от которого отсчитывают все точки.

- **Масштаб**

Перед построением выбирают масштаб, чтобы координаты удобно помещались на сетке. От него зависит, насколько точно можно отметить точки и увидеть пересечение графиков.

- **Точки по координатам**

Каждая точка задаётся парой чисел: сначала указывают  $x$ , затем  $y$ . На плоскости её находят по клеткам, а затем проверяют положение относительно осей.

- **Пересечение графиков**

Если на одном чертеже построить два графика, их общая точка показывает решение системы. На иллюстрации особенно полезны подписи осей, деления и выделенное место пересечения.

# Как решать систему графически

Последовательность действий при работе с двумя уравнениями на одной координатной плоскости



# Линейные уравнения и их графики

## 01 Прямая линия

Линейное уравнение с двумя переменными задаёт прямую на координатной плоскости. Поэтому по его графику легко увидеть, как меняются значения  $x$  и  $y$  вместе.

## 02 Форма $y = kx + b$

На уроках чаще всего встречается запись  $y = kx + b$ . Коэффициент  $k$  определяет наклон прямой, а число  $b$  показывает, где она пересекает ось  $y$ .

## 03 Положение прямых

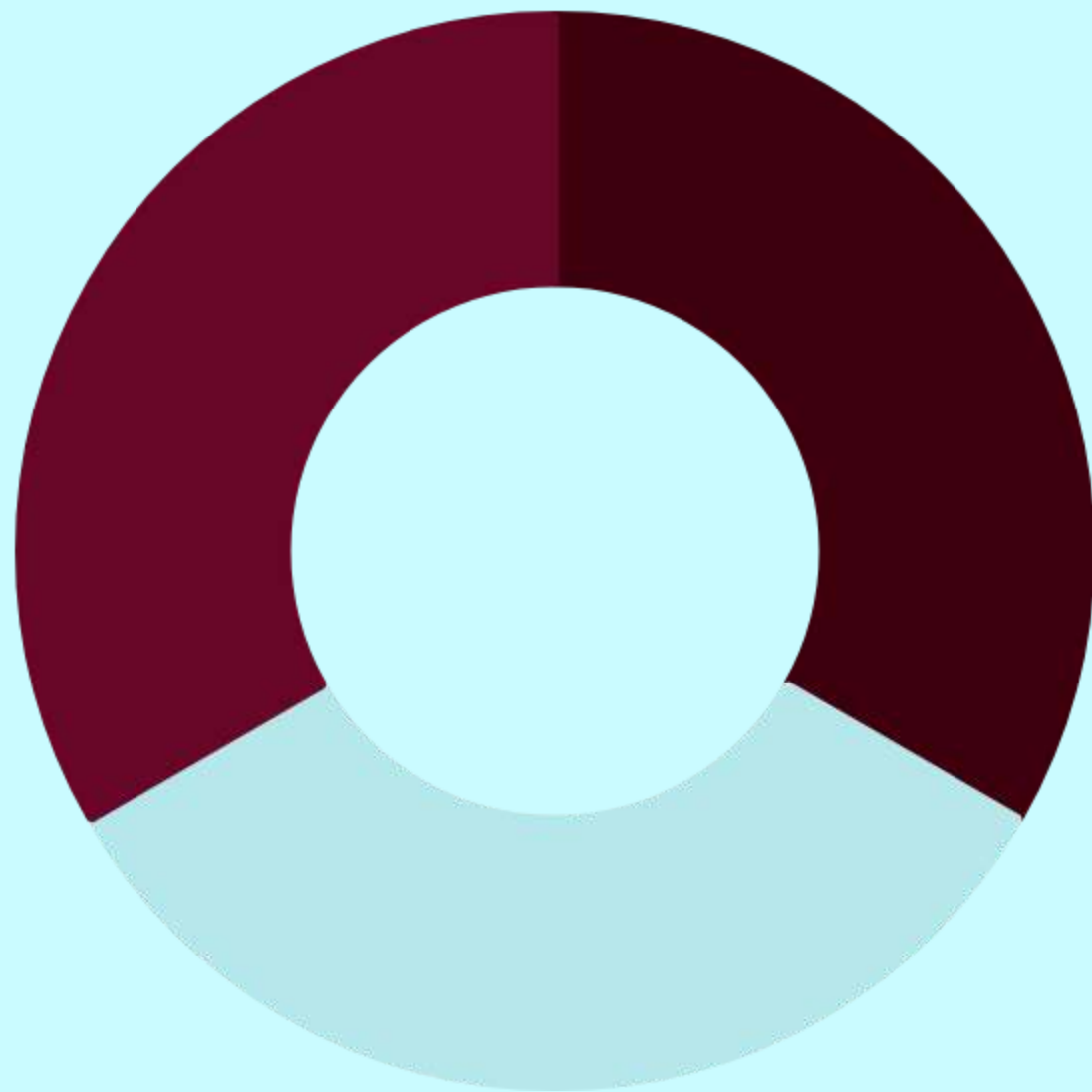
Две прямые могут пересекаться, быть параллельными или совпадать. Это не просто рисунок, а признак того, сколько решений получит система уравнений.

## 04 Связь с ответом

Если прямые имеют одну общую точку, решение одно. При параллельных прямых общих точек нет, а совпадающие прямые дают бесконечно много общих точек.

# Сколько решений бывает у системы двух прямых

■ Пересечение ■ Параллельные ■ Совпадающие



Каждый сектор показывает отдельный случай расположения двух прямых на плоскости. Сами размеры секторов равны, потому что все три ситуации рассматриваются как равноправные варианты.

Число решений определяется не видом уравнений, а взаимным положением графиков: одна общая точка, отсутствие пересечения или полное совпадение.

**Подстановка  $x = 2$  показывает, что оба уравнения дают одинаковое значение  $y$ , значит найденная пара действительно подходит системе.**

Проверка системы  $y = 2x + 1$  и  $y = -x + 7$

**5**

— ордината точки пересечения графиков, которая подтверждает решение системы.

# Как записывается ответ в разных случаях

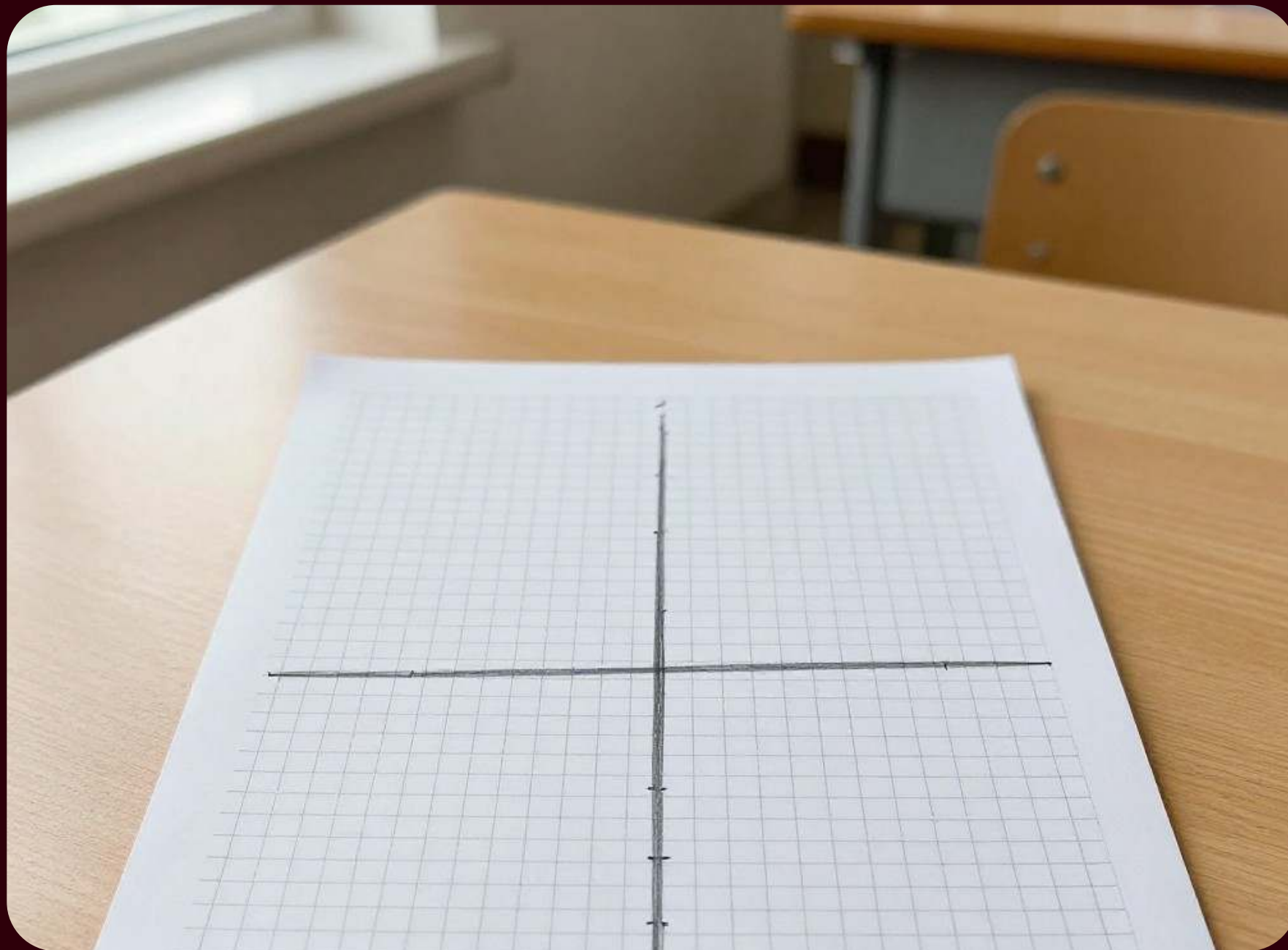
| Случай       | Решение  | Ответ       |
|--------------|----------|-------------|
| Одна точка   | 1        | $(x; y)$    |
| Параллельные | 0        | нет         |
| Совпадают    | $\infty$ | любая точка |

Таблица показывает, как вид графиков связан с числом решений и записью ответа.

По графику можно быстро определить, есть ли решение у системы и сколько их, не выполняя длинные вычисления.

Схема взаимного расположения графиков

# Точность построения графиков



## Правильный масштаб

Точность начинается с удачно выбранного масштаба. Если деления слишком крупные или слишком мелкие, координаты читаются хуже, а точку пересечения легче определить ошибочно.

## Аккуратные отметки

Каждую точку нужно ставить точно по клеткам и подписывать оси. Нечёткие отметки и смещение на одну клетку могут изменить весь результат построения.

## Ровные линии

Графики должны быть проведены аккуратно, без лишних изломов. Это особенно важно для прямых, потому что даже небольшая неточность мешает увидеть общую точку.

## Понятная иллюстрация

На изображении полезны подписанные деления, несколько опорных точек и хорошо заметное место пересечения. Тогда решение читается быстрее и понятнее даже без дополнительных вычислений.

# Проверка найденного решения

## Подставьте $x$ и $y$

01

Возьмите координаты точки, найденной на графике, и подставьте их в первое уравнение системы. Затем выполните такую же проверку для второго уравнения, не пропуская ни одного вычисления.

## Сравните оба результата

02

Если одна и та же пара чисел даёт верные равенства в обоих уравнениях, решение найдено правильно. Когда подходит только одно уравнение, точка пересечения определена неверно.

## Учтите погрешность чтения

03

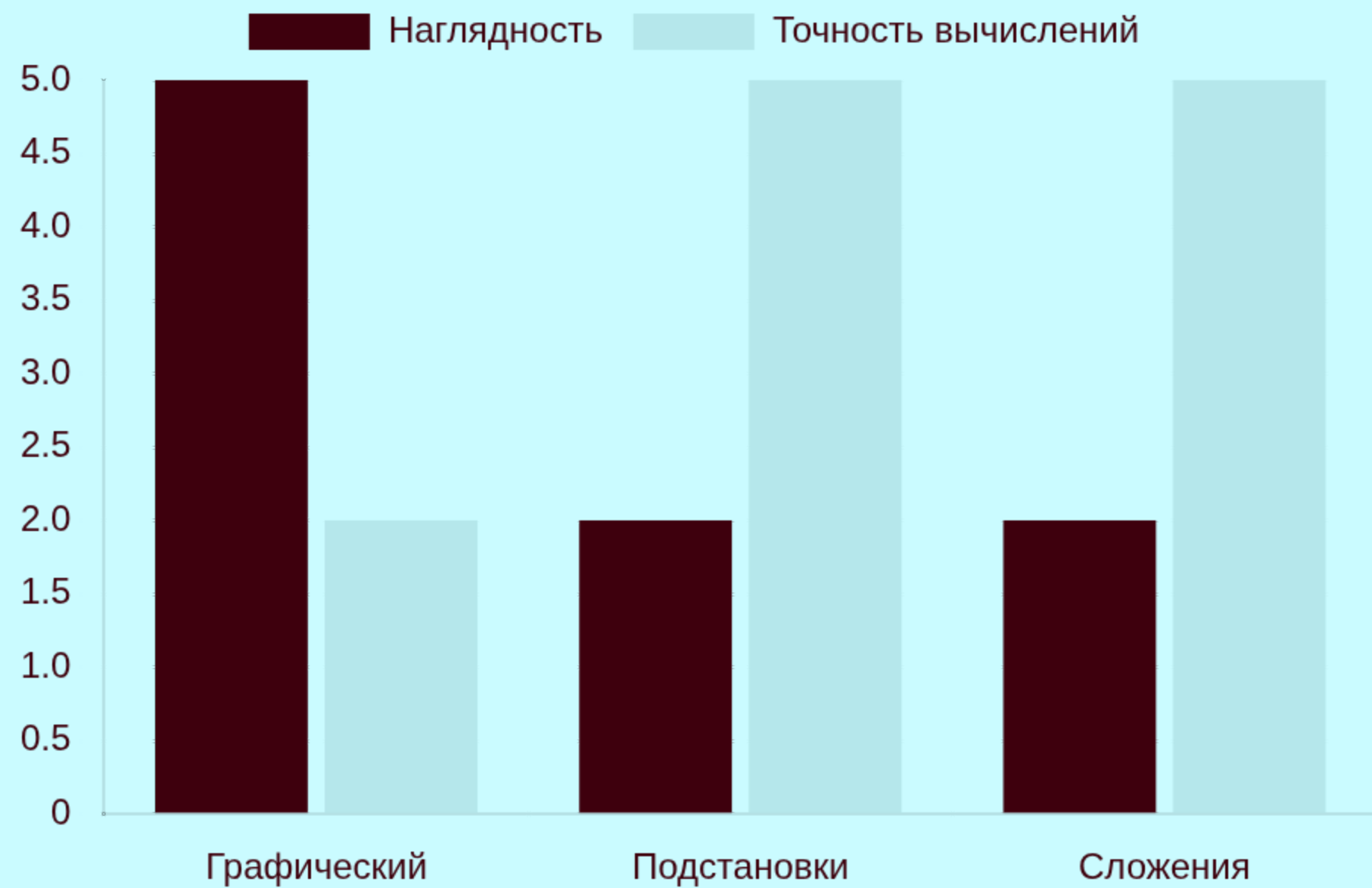
На чертеже точка пересечения часто видна не абсолютно точно: мешают толщина линий, клетка и выбранный масштаб. Поэтому даже небольшое расхождение нужно перепроверять вычислениями.

## Сделайте окончательный вывод

04

После проверки запишите ответ в привычной форме и убедитесь, что он соответствует виду системы. Такая привычка помогает избежать случайной ошибки и повышает точность решения.

# Сравнение способов решения систем



Графический метод лучше всего показывает взаимное положение графиков, а алгебраические способы удобнее, когда нужен точный вычислительный ответ без чтения координат с рисунка.

По учебным критериям каждый способ решает свою задачу: график объясняет смысл, подстановка и сложение обеспечивают точность.

# Система из прямой и параболы

## Линейное уравнение

Одно из уравнений задаёт прямую линию. Её легко построить по двум точкам, а затем использовать как часть системы для поиска общих решений.

## Квадратичное уравнение

Второе уравнение часто содержит  $x^2$  и изображается параболой. Её ветви могут быть направлены вверх или вниз, поэтому форма графика уже подсказывает возможные варианты пересечения.

## Точки встречи

Прямая и парабола могут пересекаться в двух точках, касаться в одной точке или не иметь общих точек. Именно это определяет число решений системы.

# Смысл точки пересечения в жизни



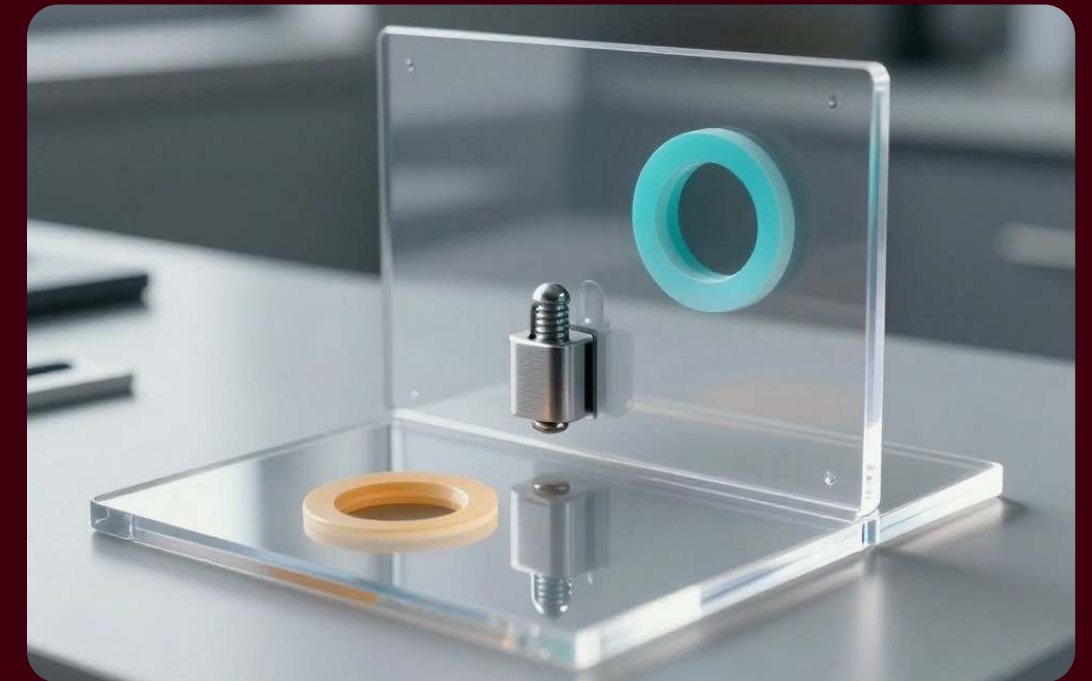
## Два пути ведут в одно место

На карте можно представить две дороги, которые сходятся в одном пункте. Если обозначить по одной оси время, а по другой расстояние, точка встречи покажет, где и когда оба пути совпали. В системе уравнений это и есть общее решение.



## Встреча в нужный момент

Два человека идут навстречу друг другу с разной скоростью. Графики их движения пересекутся там, где оба окажутся одновременно в одной точке пространства. Такая схема помогает понять, почему координаты пересечения имеют практический смысл.

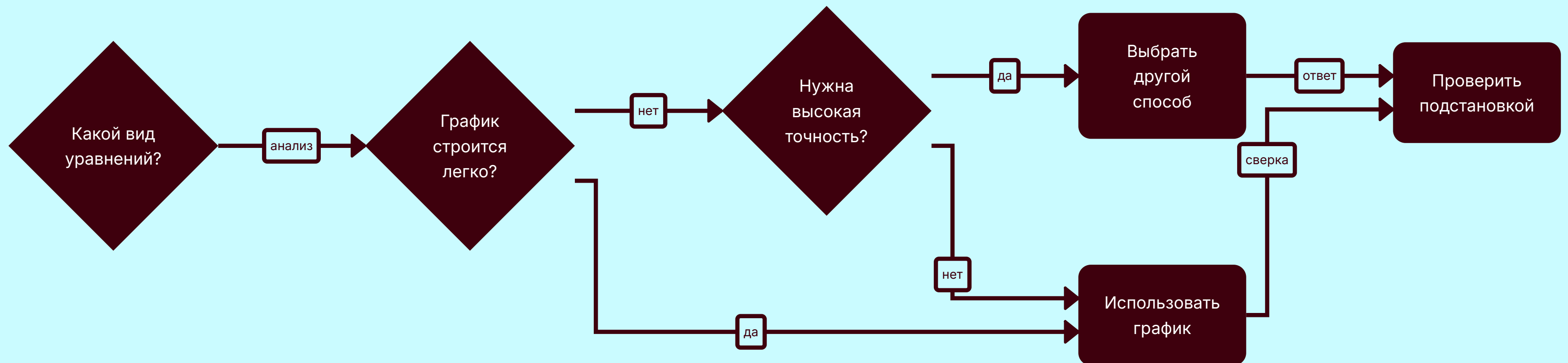


## Один ответ на два условия

Иногда задача требует, чтобы совпали сразу два признака: например, место и время, цена и количество, расстояние и скорость. Точка пересечения графиков показывает, что одно значение  $x$  и одно значение  $y$  удовлетворяют обеим зависимостям сразу.

# Когда графический метод особенно удобен

Схема показывает, как выбрать способ решения и когда лучше перейти к другому методу.



# Виды уравнений и их графики

Сравнение показывает, как по форме уравнения заранее представить вид графика и число возможных общих точек.

Форма графика помогает предсказать число решений ещё до вычислений: прямая даёт один тип поведения, парабола — более разнообразный.

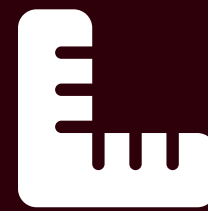
| Вид        | График   | Точки |
|------------|----------|-------|
| Линейное   | Прямая   | 0,1,∞ |
| Квадратное | Парабола | 0,1,2 |
| $y=kx+b$   | Прямая   | 0,1,∞ |

# Типичные ошибки при графическом решении



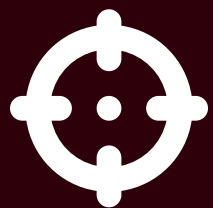
## Путают оси

Иногда значения  $x$  и  $y$  меняют местами, и тогда точка на плоскости оказывается не там, где должна быть. Из-за этого весь график строится неверно с самого начала.



## Берут неверный масштаб

Слишком крупный или слишком мелкий шаг сетки мешает точно отметить точки. В результате прямые выглядят иначе, а координаты пересечения читаются с ошибкой.



## Неточно читают точку

Если линия толстая или пересечение расположено между делениями, легко назвать приблизительные координаты вместо верных. Такая неточность особенно заметна в ответе по графику.



## Не делают проверку

Без подстановки найденной пары чисел в оба уравнения можно не заметить ошибку. Проверка сразу показывает, действительно ли точка принадлежит обеим зависимостям.



## Не замечают особый случай

Параллельные прямые и совпадающие прямые выглядят по-разному, но их иногда путают. Тогда ученик ошибочно пишет ответ, хотя система либо не имеет решений, либо их бесконечно много.

# Результаты разных систем на координатной плоскости

Одно решение   Два решения   Ноль решений  
Бесконечно много

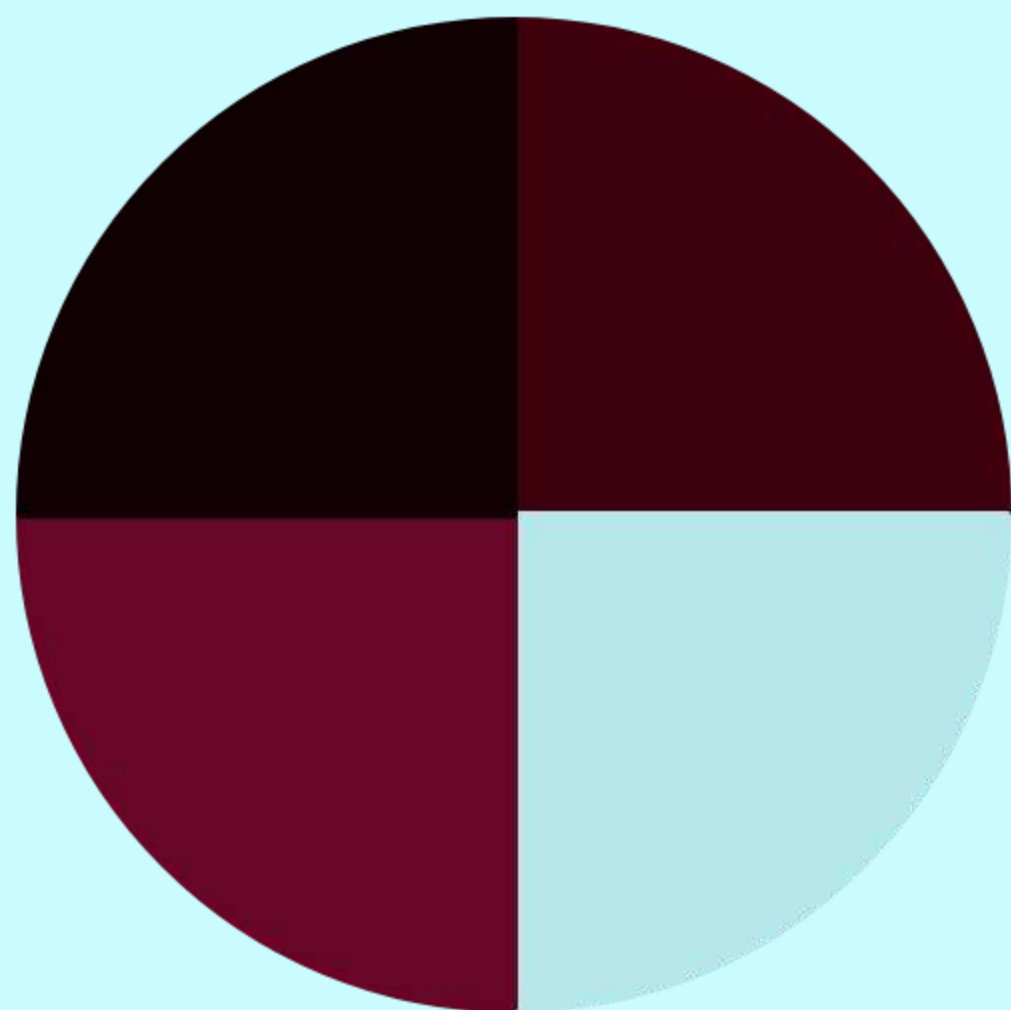


Схема не отражает статистику, а показывает учебные случаи, с которыми важно уметь работать на координатной плоскости.

Разное число решений связано с положением графиков: пересечение, касание, параллельность или полное совпадение.

# Зачем нужен графический способ



## 01 Учимся читать плоскость

Работа с графиками помогает уверенно находить координаты точек, различать оси и понимать, как на рисунке выражаются зависимости между двумя величинами.

## 02 Связываем формулу и рисунок

Когда ученик видит уравнение и его график рядом, становится понятнее, как алгебраическая запись превращается в наглядную линию или кривую на плоскости.

## 03 Полезно в других предметах

Такой способ встречается не только в алгебре. В физике по графикам изучают движение, а в других темах сравнивают изменения одной величины в зависимости от другой.

## 04 Готовимся к функциям

Для седьмого класса это важная основа дальнейшего изучения функций. Чем лучше освоен графический метод, тем легче понимать более сложные зависимости позже.

# График показывает ответ наглядно

Графический способ делает систему уравнений видимой: общая точка графиков сразу показывает решение. Он учит аккуратности, проверке и пониманию связи между формулой и изображением на плоскости.