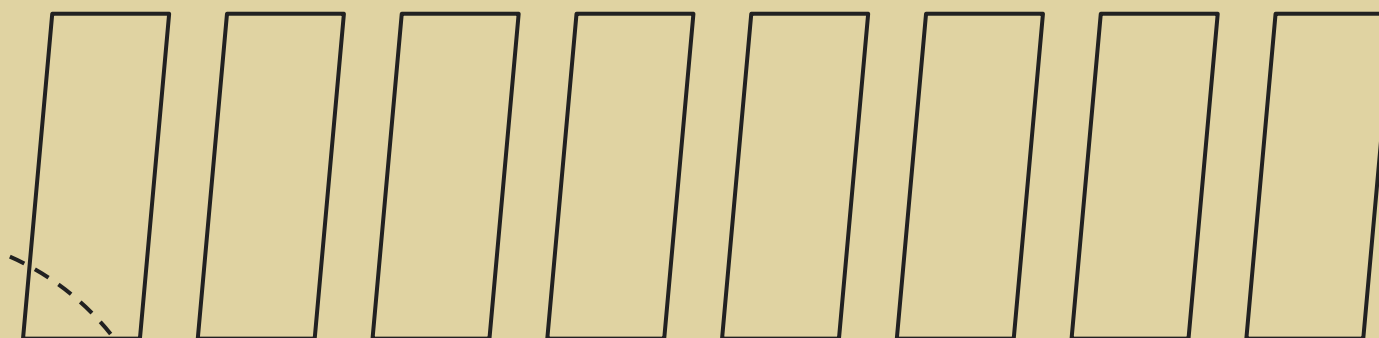


Дробные числа и действия над ними

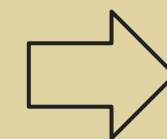
Научимся понимать дроби и уверенно работать с ними.



Дроби вокруг нас каждый день



Дроби помогают делить предметы, измерять время и длину, а также точно описывать части целого. В школьных задачах без них не обойтись.



Что такое дробь

01

Числитель показывает, сколько равных частей взяли от целого. Например, в дроби $\frac{3}{5}$ берут три части из пяти.

02

Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделили целое. Чем больше знаменатель, тем мельче одна часть при одинаковом целом.

03

Правильная дробь меньше 1, потому что числитель меньше знаменателя. Неправильная дробь не меньше 1 и часто связана со смешанными числами.

Запись дробей и их виды



Обыкновенная дробь

Обыкновенные дроби записывают через дробную черту. Такая запись удобна, когда нужно показать часть предмета, отрезка или величины.

Правильные, неправильные и смешанные числа

Если числитель меньше знаменателя, дробь правильная. Если числитель больше или равен знаменателю, дробь неправильная; рядом с ней часто используют смешанное число.

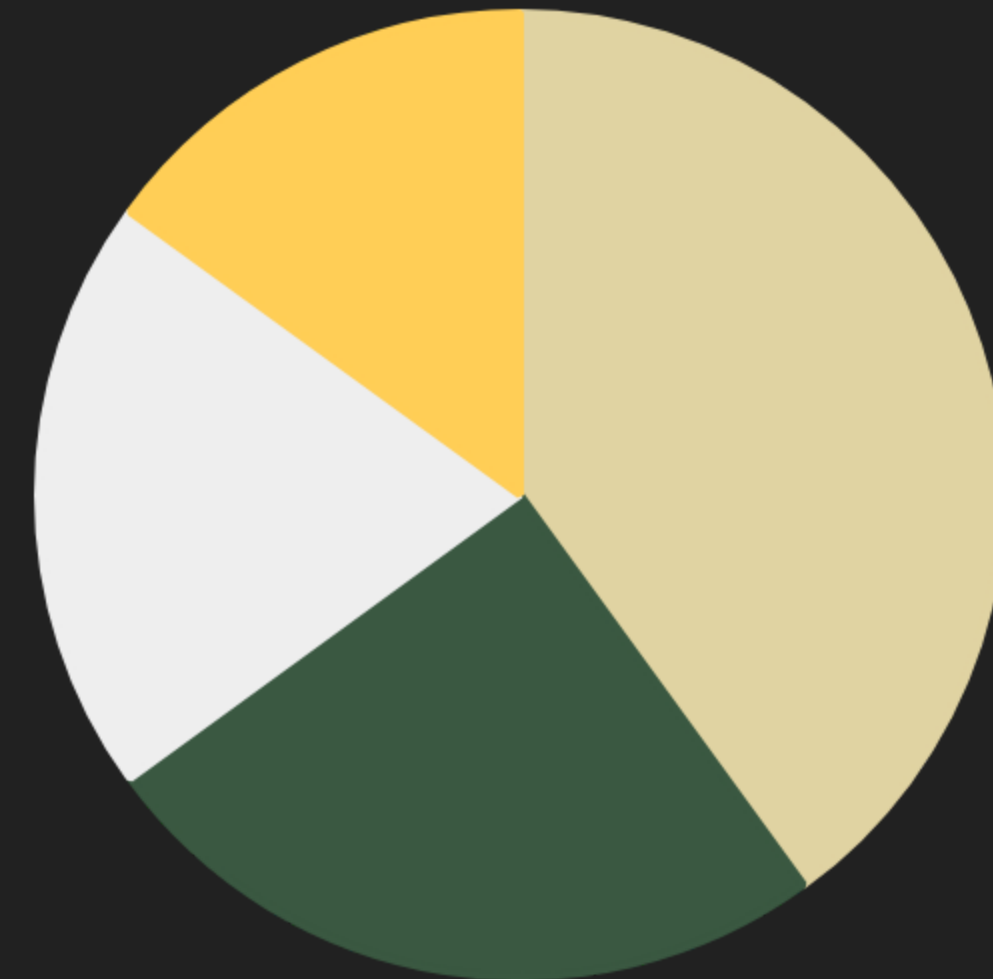


Какие дроби чаще встречаются в учебных заданиях

✕
Диаграмма показывает, какие записи чаще всего появляются в примерах и задачах.

✕
В учебной практике особенно часто нужны правильные дроби и смешанные числа.

Правильные дроби Смешанные числа
Неправильные дроби Десятичные дроби



Учебная выборка примеров по теме «Дробные числа и действия над ними»

**— это одна и та же
величина, записанная
по-разному.**

Одинаковая дробь может выглядеть
иначе, если числитель и знаменатель
изменить на одно и то же число.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \\ = \frac{6}{9}$$

Как сокращать дроби

✖ Последовательность действий при сокращении дроби на примере 12/18.



Сравнение дробей в простых примерах

В таблице показаны два основных способа сравнения: по числителям и по знаменателям.

При одинаковых знаменателях больше дробь с большим числителем, а при одинаковых числителях — с меньшим знаменателем.

Дроби	Способ	Результат
$\frac{2}{7}$ и $\frac{5}{7}$	знаменатель	$\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$
$\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{8}$	числитель	$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$
$\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{6}$	знаменатель	$\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$
$\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{6}$	равны	$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

Как сравнивать дроби

01

Если знаменатели одинаковые, сравнивают только числители. Больше та дробь, у которой числитель больше, потому что части одинакового размера.

02

Если числители одинаковые, сравнивают знаменатели. Меньший знаменатель означает более крупные части, поэтому такая дробь больше.

03

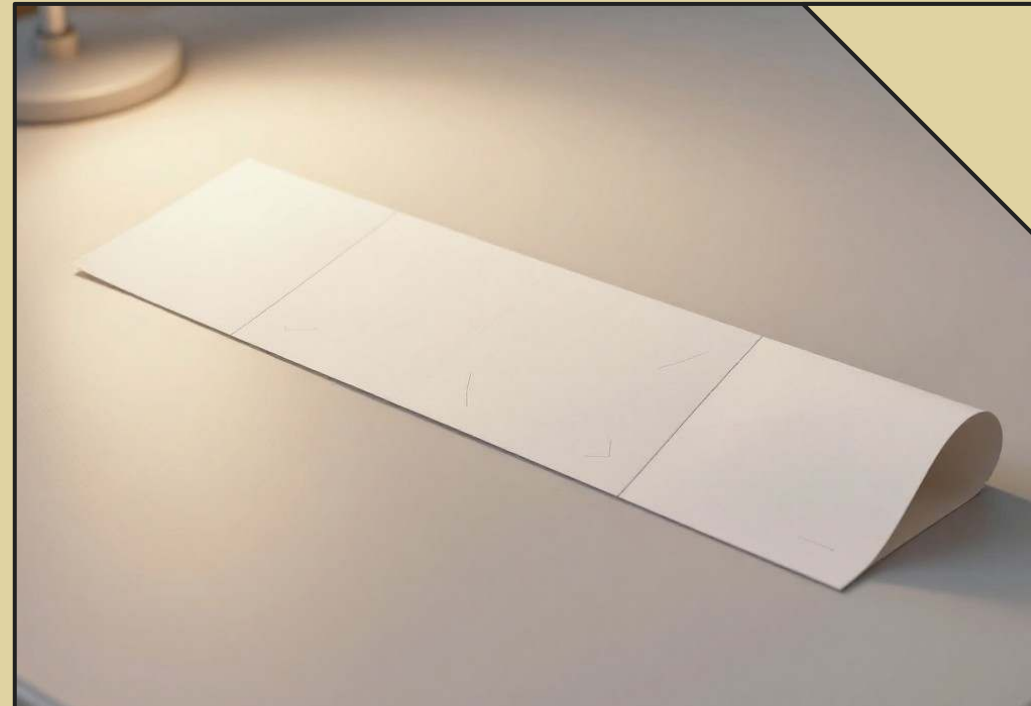
Если знаменатели разные, дроби приводят к общему знаменателю. На числовой прямой больше та дробь, которая расположена правее.

Наглядное представление дробей



Пицца и шоколадка

Когда пиццу или плитку шоколада делят на равные части, дробь становится понятной сразу. Половина, четверть и восьмая часть легко видны на рисунке, поэтому такие примеры помогают быстро сравнивать доли и объяснять, почему части разного размера не равны.



Бумажная полоска

На бумажной полоске удобно отмечать одинаковые отрезки и показывать, как одна и та же длина делится по-разному. Если полоску разделить на 2, 4 и 8 частей, видно, что чем больше делений, тем меньше каждая отдельная часть.

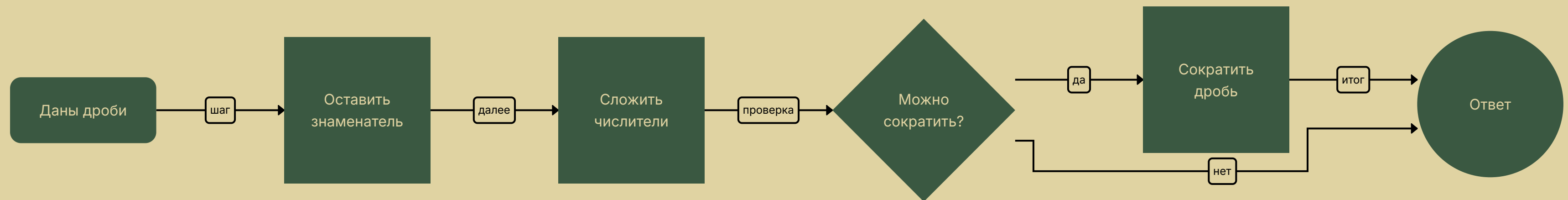


Числовая прямая

На числовой прямой дроби располагаются по порядку, как обычные числа. Это помогает увидеть, что $1/2$ находится правее $1/4$ и $1/8$, а значит, больше их. Такой способ особенно полезен при сравнении дробей и проверке ответов.

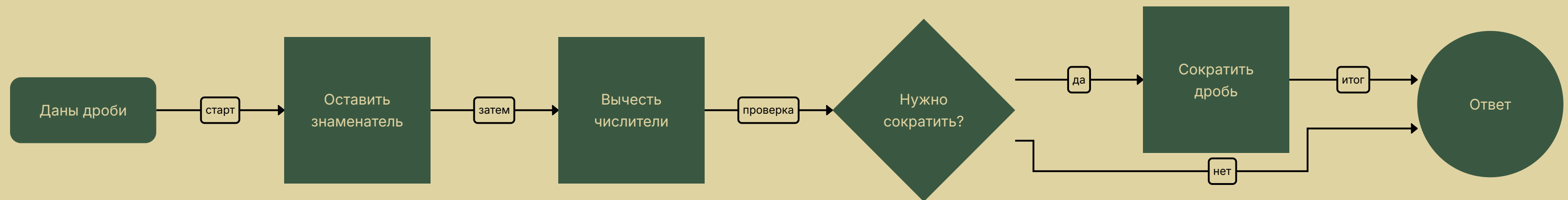
Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

✗ Пошаговая схема показывает, как складывать дроби с одинаковыми знаменателями и при необходимости сокращать результат.



Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

✗ Схема показывает порядок вычитания дробей с одинаковыми знаменателями и проверку результата на сокращение.



Общий знаменатель при сложении и вычитании



Сравнение частей

Разные знаменатели означают, что целое разделено на неодинаковые части. Чтобы сложить или вычесть дроби, нужно сначала выразить их через одинаковые доли.



Наименьший общий знаменатель

Удобнее брать наименьший общий знаменатель: он делает вычисления короче и уменьшает риск ошибки. После приведения дроби легко складывать или вычитать по привычному правилу.



Пример вычисления

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
приводят к $\frac{4}{12}$ и $\frac{3}{12}$, затем получают $\frac{7}{12}$.
Такой же приём используют и при вычитании, когда знаменатели у дробей разные.

Типичные ошибки при работе с дробями



Ошибки особенно часто появляются, когда ученик торопится и выполняет действие по аналогии с целыми числами.



Чаще всего затруднения связаны не с вычислением, а с неверным пониманием смысла знаменателя и правил преобразования дробей.



По материалам школьных упражнений по теме «Дробные числа и действия над ними»

Умножение дробей

Перемножить числа

Числители умножают на числители, а знаменатели — на знаменатели. Так получают новую дробь, которая выражает результат умножения.



Записать множители

Сначала рассматривают обе дроби или дробь и натуральное число, если оно дано в выражении. Это помогает не потерять порядок вычислений.



Сократить ответ

Если дробь можно упростить, её сокращают и при необходимости выделяют целую часть. Например, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

Деление дробей

01

При делении на дробь вторую дробь заменяют обратной и выполняют умножение. Это правило работает всегда и удобно переводится в короткую запись с символом умножения.

02

В примере $3/4 \div 2/5$ сначала переворачивают $2/5$, затем считают $3/4 \times 5/2$. Получают $15/8$, то есть $1\frac{7}{8}$.

03

Такой способ позволяет узнать, сколько раз одна дробь содержится в другой. Он тесно связан с умножением и помогает не путаться в вычислениях.

Смешанные числа и неправильные дроби

- ✖ В таблице показано, как переводить смешанное число в неправильную дробь и проверять равенство записей.
- ✖ Перевод нужен, когда удобнее выполнять вычисления в одной форме записи. Он также помогает сравнивать дроби и проверять результаты действий.

Смешанное	Дробь	Проверка
$1 \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$= 1 \frac{1}{2}$
$2 \frac{3}{5}$	$\frac{13}{5}$	$= 2 \frac{3}{5}$
$4 \frac{1}{4}$	$\frac{17}{4}$	$= 4 \frac{1}{4}$

Школьные примеры перевода смешанных чисел в неправильные дроби

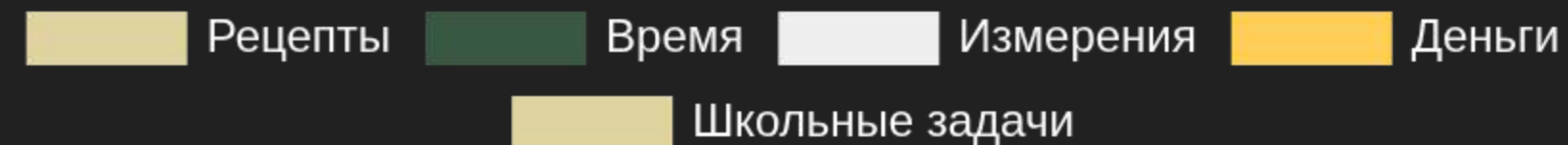
Дроби в реальных задачах



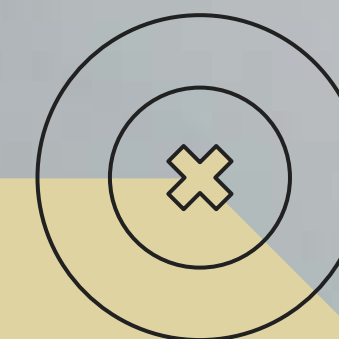
В повседневных ситуациях дроби помогают точно записывать долю продукта, времени или расстояния, когда целого числа недостаточно.



Больше всего дроби нужны там, где важна точность деления на части. Поэтому они часто встречаются в быту и на уроках математики.



Обобщение типичных учебных и бытовых примеров по теме дробей



Памятка по действиям с дробями

Как выбрать нужное правило

Сначала определите вид дробей и сравните знаменатели. Если они разные, приведите к общему знаменателю. Потом выполните нужное действие и не забудьте сократить результат.

Что проверить в ответе

После вычисления проверьте запись: числитель и знаменатель должны быть на своих местах, а дробь — в удобном и, если возможно, несократимом виде.

Дроби: точный язык долей

- Дроби помогают описывать части целого, сравнивать величины и выполнять точные вычисления. Если уверенно пользоваться правилами, задачи на дроби становятся понятными и решаемыми.

