

Линейная функция: формула, график и основные свойства

Осваиваем формулу, график и смысл
коэффициентов линейной функции.



Зачем нужна линейная функция в 10 классе

Линейные зависимости помогают описывать движение, стоимость, температуру и другие процессы с постоянным темпом изменения. Этот раздел формирует основу для уравнений, неравенств, систем и анализа графиков.



Общий вид линейной функции и смысл переменных

1 Формула

Линейная функция записывается в виде $y = kx + b$. В этой записи две константы задают форму графика и его положение на координатной плоскости.

2 Переменные

Величина x является независимой переменной: её выбирают или задают в условии. Значение y зависит от x и меняется по правилу, указанному формулой.

3 Коэффициент k

Число k называют угловым коэффициентом. Оно показывает наклон прямой и определяет, возрастает функция или убывает при увеличении x .

4 Коэффициент b

Число b — свободный член. При $x = 0$ получаем $y = b$, поэтому точка $(0; b)$ всегда принадлежит графику линейной функции.

График линейной функции — прямая линия

Вид графика

Графиком любой линейной функции является прямая. Это означает, что все её точки лежат на одной линии без изгибов и разрывов.

Удобные опорные точки

Чаще всего берут точку пересечения с осью Oy и ещё одну точку, найденную подстановкой простого значения x , например 1 или 2.

Достаточно двух точек

Чтобы построить прямую, достаточно найти две точки. Через две различные точки можно провести только одну прямую, поэтому построение становится однозначным.

Чтение наклона

Положение прямой сразу показывает направление изменения функции: линия может подниматься вправо, опускаться вправо или идти горизонтально, если значение не меняется.

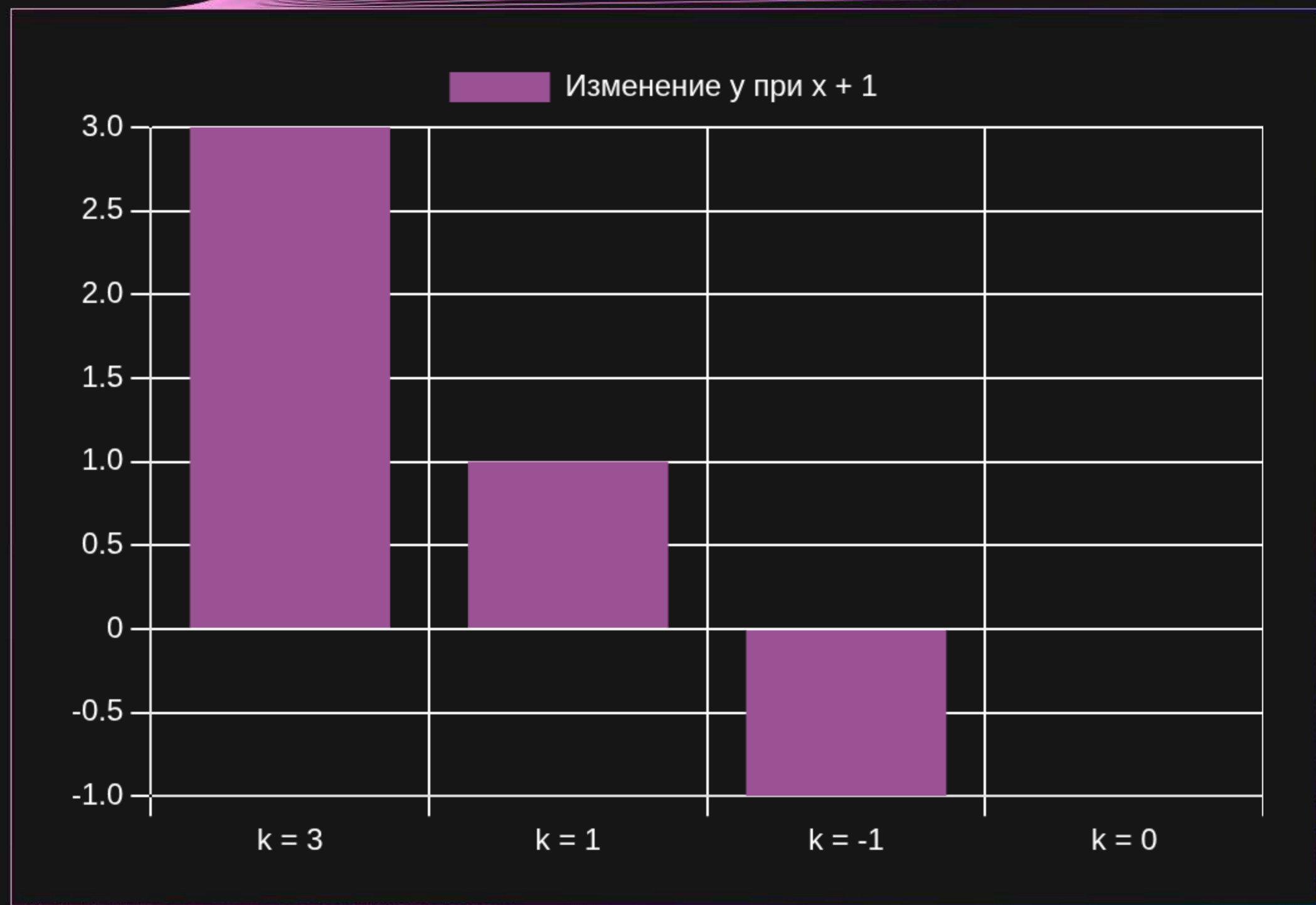


Как значение k влияет на наклон графика

— Одинаковый шаг по x приводит к разному изменению y : чем больше модуль k , тем заметнее наклон прямой.

Положительный k задаёт рост, отрицательный — убывание, а ноль означает постоянное значение функции.

Алгебра 10 класса: зависимость наклона прямой от углового коэффициента



Основные свойства линейной функции

Условие	Поведение	Пример
$k > 0$	Возрастает	$y = 2x + 1$
$k < 0$	Убывает	$y = -x + 3$
$k = 0$	Постоянна	$y = 4$
$b = 0$	Через начало	$y = 5x$

— Сравнение показывает, как знак k и значение b влияют на направление графика и его положение.

Знак k определяет возрастание или убывание, а b задаёт вертикальное смещение графика.

Курс алгебры 10 класса

Алгоритм построения графика по формуле

Пошаговая схема построения линейной функции по уравнению.



Частные случаи: прямая пропорциональность и постоянная функция



Прямая пропорциональность

Если $b = 0$, получаем $y = kx$. График проходит через начало координат, а значение функции изменяется строго пропорционально x , что удобно для описания прямых зависимостей.



Постоянная функция

Если $k = 0$, формула принимает вид $y = b$. Значение не зависит от x , поэтому график представляет собой горизонтальную прямую на уровне b .

Геометрический смысл коэффициента k

Изменение на единицу

Коэффициент k показывает, на сколько изменится y , если x увеличить на 1. Это делает его удобной мерой темпа изменения функции на графике.

Знак коэффициента

При $k > 0$ прямая поднимается вправо, а при $k < 0$ — опускается. Именно знак определяет направление движения графика на координатной плоскости.

Практический смысл

В задачах на движение k можно связать со скоростью, а в тарифах — с ценой за одну единицу услуги или товара.

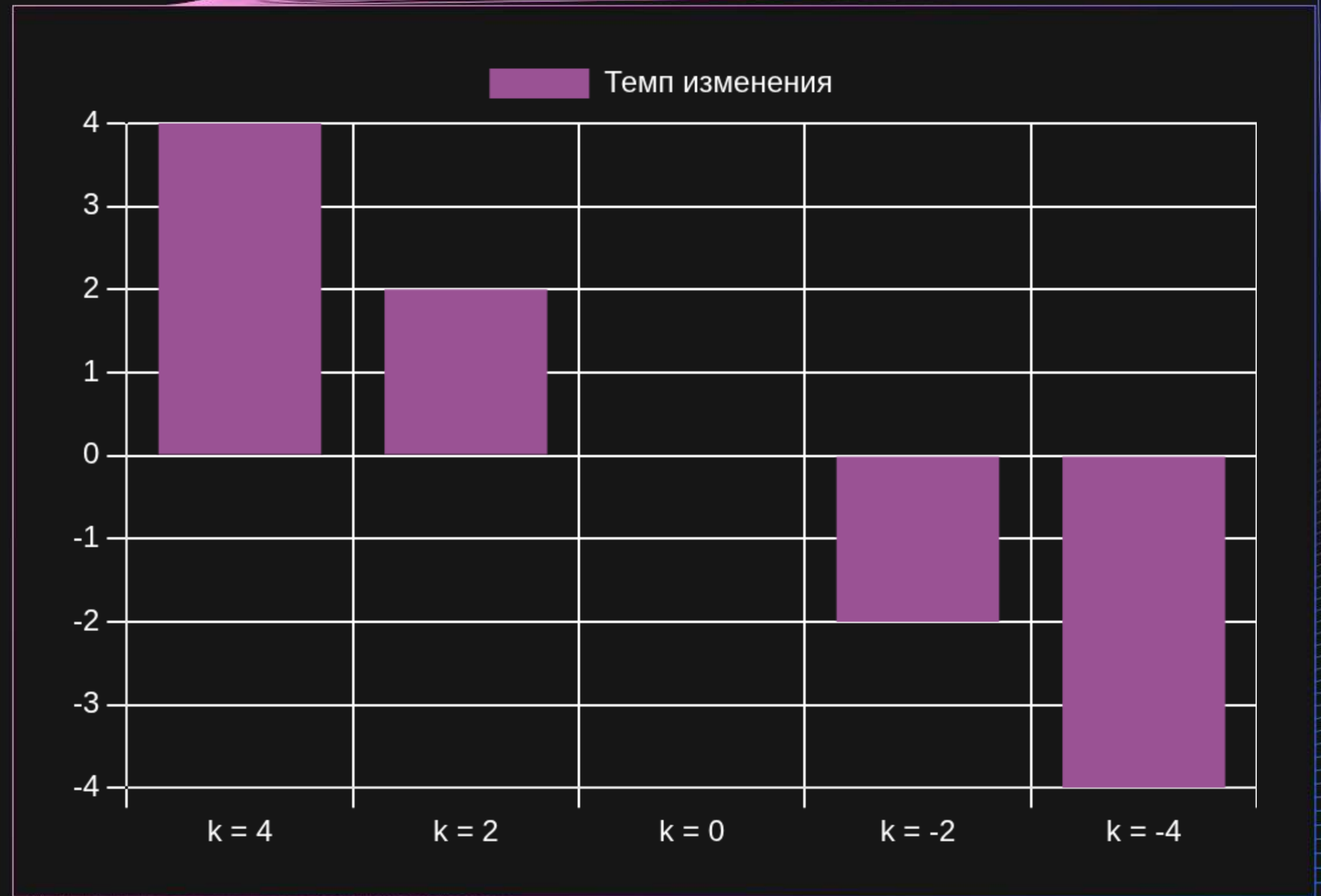


Направление изменения функции при разных значениях k

Чем больше модуль коэффициента, тем круче прямая и тем сильнее меняется значение функции при одинаковом шаге по x .

Знак k задаёт рост или убывание, а модуль k показывает интенсивность изменения.

Алгебра 10 класса: сравнение линейных функций с разными коэффициентами





1

график линейной
функции с ненулевым
коэффициентом k
пересекает ось Ox
только один раз.

Эта единственная точка
помогает быстро строить
прямую и проверять
правильность уравнения.

Курс алгебры 10 класса

Сравнение графиков с разными коэффициентами

Формула	Направление	Пересечение Oх	Пересечение Oу
$y = 2x + 1$	возрастает	$x = -0,5$	1
$y = -x + 3$	убывает	$x = 3$	3
$y = 4$	постоянна	нет	4

Таблица показывает, как знак и значение коэффициентов меняют положение и наклон прямой.

Знак k определяет рост или убывание, а b задаёт вертикальный сдвиг. При $k = 0$ прямая становится горизонтальной.

Курс алгебры 10 класса

Линейная функция в реальных ситуациях



Такси и фиксированная плата

Поездка на такси часто состоит из двух частей: посадки и оплаты за каждый километр. Поэтому стоимость удобно описывать формулой с постоянным началом и равномерным приростом.

На графике это выглядит как прямая, поднимающаяся с одинаковым шагом.



Движение с постоянной скоростью

Если автомобиль едет равномерно, пройденный путь зависит от времени линейно.

Каждая дополнительная единица времени добавляет одинаковое расстояние, а график сохраняет прямой вид. Такой сюжет легко связать с координатной плоскостью и читать по ней результат.



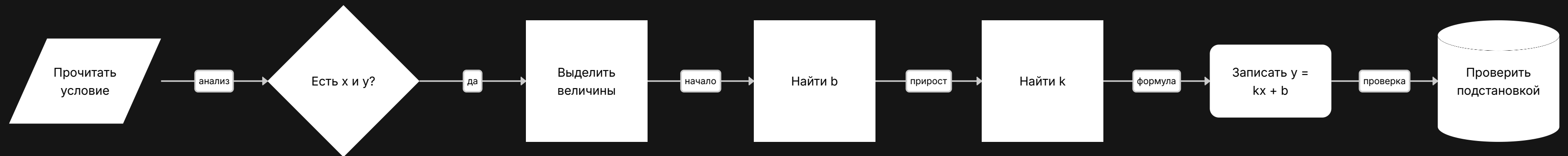
Тарифы и расчёты в экономике

В тарифах на связь, воду или электроэнергию часто есть абонентская часть и стоимость за единицу услуги. Линейная модель помогает заранее оценить расход и понять, из чего складывается итоговая сумма.

Это особенно полезно при сравнении нескольких предложений.

Построение линейной модели по условию задачи

Алгоритм для текстовых задач 10 класса, где задан начальный уровень и постоянный прирост.



Как найти формулу по двум точкам

1

1. Вычислите k

Подставьте координаты двух известных точек в формулу $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$. Так вы получите скорость изменения y при изменении x .

2

2. Найдите b

Возьмите одну из точек и подставьте её координаты в уравнение $y = kx + b$. После вычисления свободного члена формула становится полностью определённой.

3

3. Запишите уравнение

Подставьте найденные значения k и b в общий вид линейной функции. Важно аккуратно сохранить знаки, особенно если коэффициент отрицательный.

4

4. Проверьте результат

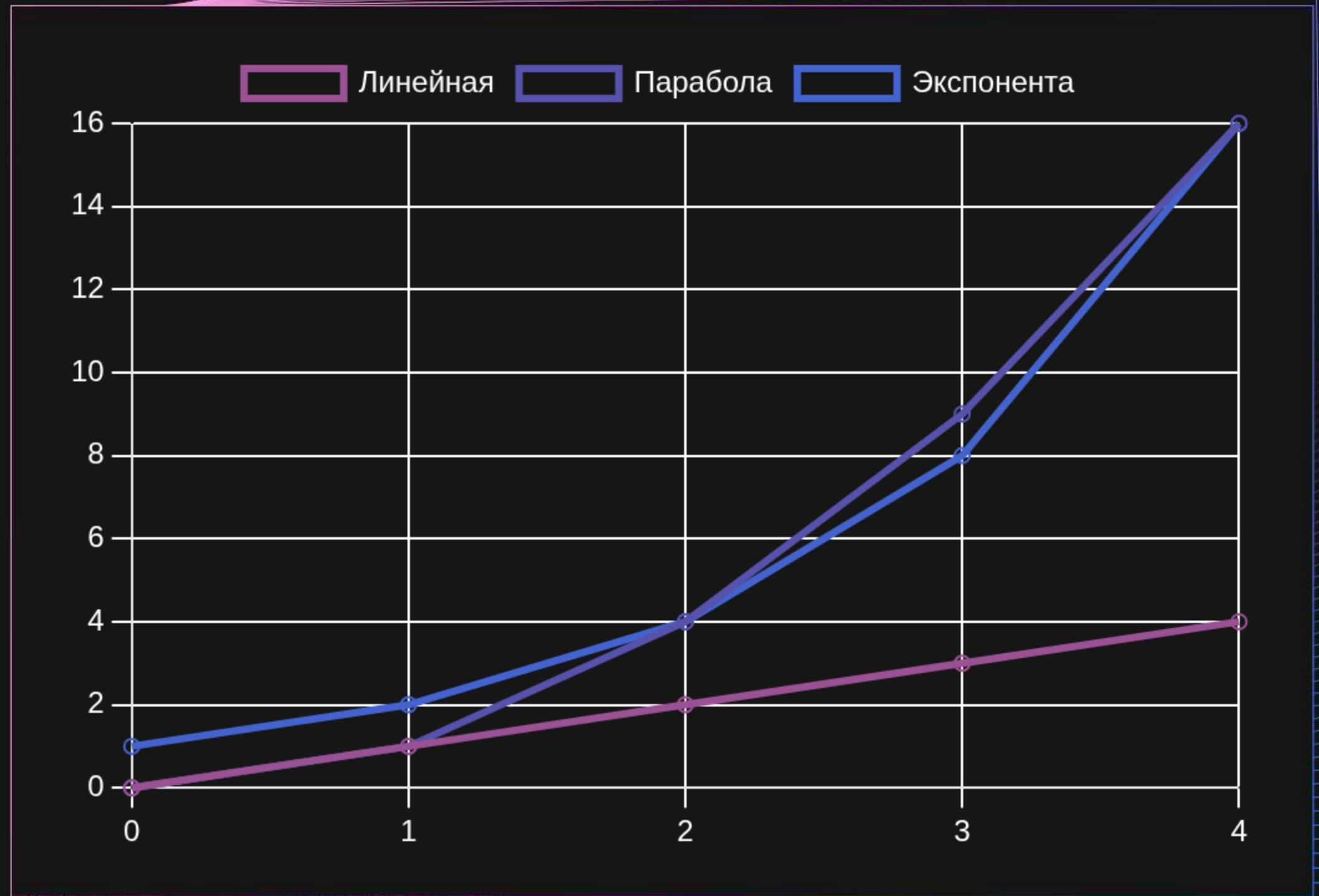
Подставьте координаты обеих точек в полученную формулу. Если равенство выполняется для каждой из них, уравнение найдено верно.

Линейная и нелинейная зависимости

На одном интервале значения растут по-разному, хотя начальные условия могут быть близкими. Это помогает увидеть, где изменение идёт равномерно, а где ускоряется.

У линейной функции прирост постоянен, у нелинейных — меняется. По графику легко отличить прямую зависимость от ускоряющегося роста.

Иллюстративные значения на основе стандартных функций $y = x$, $y = x^2$, $y = 2^x$



Типичные ошибки при работе с линейной функцией

Неверный знак k

Часто знак коэффициента читают неправильно и получают противоположное направление графика. Чтобы избежать ошибки, сразу определяйте, возрастает функция или убывает.

Путаница между x и y

Некоторые подставляют в формулу не ту переменную и получают неверные значения. Полезно отдельно выписать, что является аргументом, а что значением функции.

Ошибки в свободном члене

Неверное вычисление b меняет положение прямой на плоскости, хотя наклон может остаться правильным. Проверяйте, действительно ли точка пересечения с осью Oy совпадает с найденным числом.

Проверка одной точки

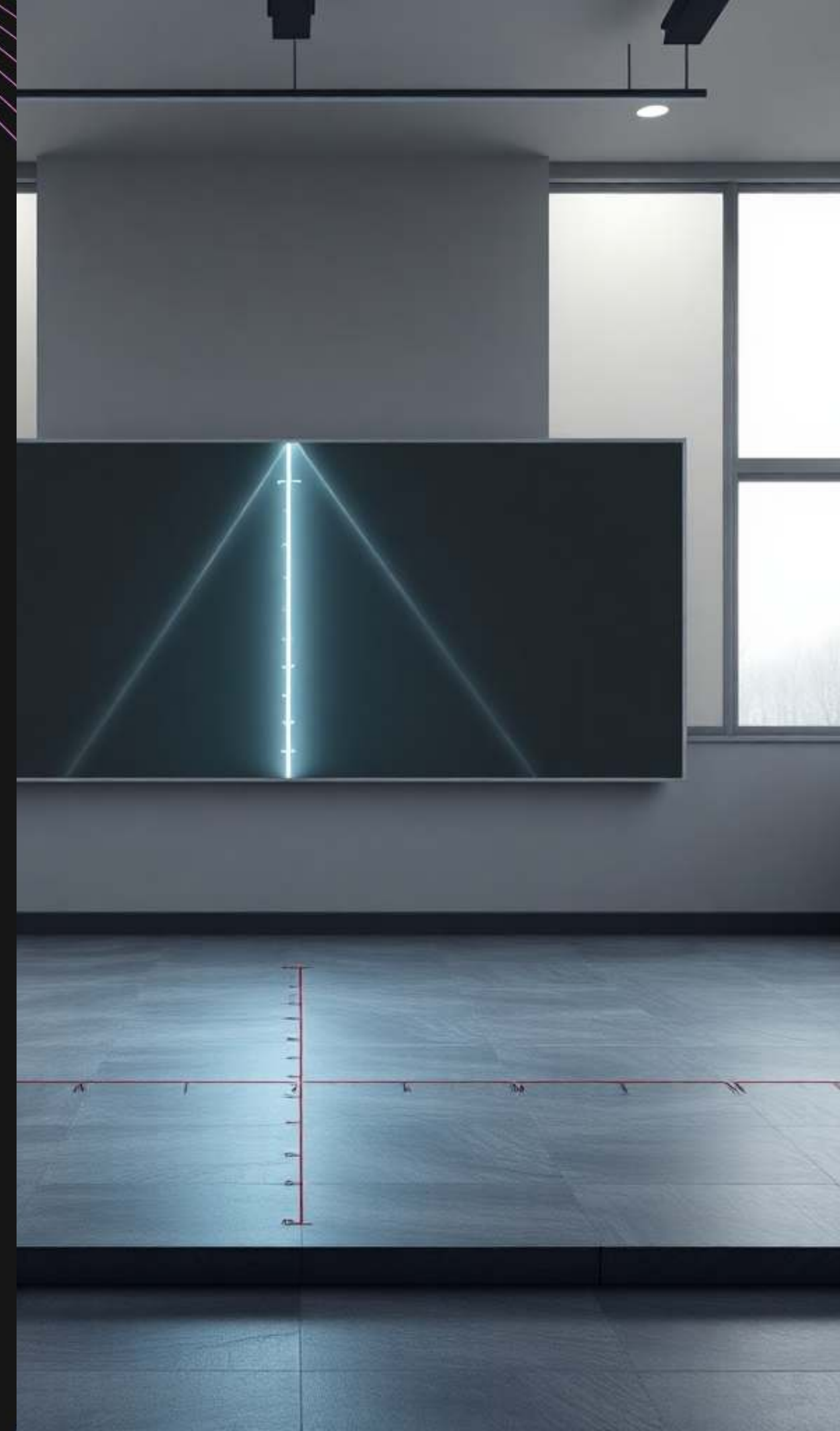
Одна удачная подстановка ещё не гарантирует правильность формулы. Нужно проверить обе известные точки, чтобы убедиться, что уравнение соответствует графику полностью.

Неверное чтение масштаба

Если оси размечены неравномерно, можно ошибиться в наклоне и расстояниях. Всегда смотрите на деления координатной сетки, а не только на внешний вид прямой.

Графический смысл коэффициента b

- 1. Точка на оси Oy**
Коэффициент b задаёт высоту, на которой прямая пересекает ось Oy . Это удобная опорная точка, с которой начинают построение графика линейной функции.
- 2. Вертикальный сдвиг**
При одинаковом k разные значения b не меняют наклон прямой, но перемещают её выше или ниже. Поэтому параллельные прямые отличаются именно свободным членом.
- 3. Сравнение графиков**
Чем больше b , тем выше расположена прямая на координатной плоскости. Если b уменьшается, график опускается, сохраняя прежнее направление.



Применение линейной функции в учебных и жизненных задачах

Область	Зависимость	k	b
Транспорт	путь–время	скорость	старт
Связь	плата–объём	тариф	абонплата
Экономика	стоимость–кол-во	цена	фикс. расход

- Таблица показывает, как один и тот же вид зависимости описывает разные ситуации с постоянным шагом изменения.

Линейная модель особенно полезна там, где есть постоянная ставка и одинаковый прирост. Она удобна для расчётов и краткосрочного прогноза.

Курс алгебры 10 класса; типовые прикладные задачи

Главные выводы о линейной функции

Линейная функция — это удобная модель постоянного изменения. Понимание роли k и b помогает уверенно строить графики, читать условия задач и описывать реальные зависимости без лишних вычислительных трудностей.