

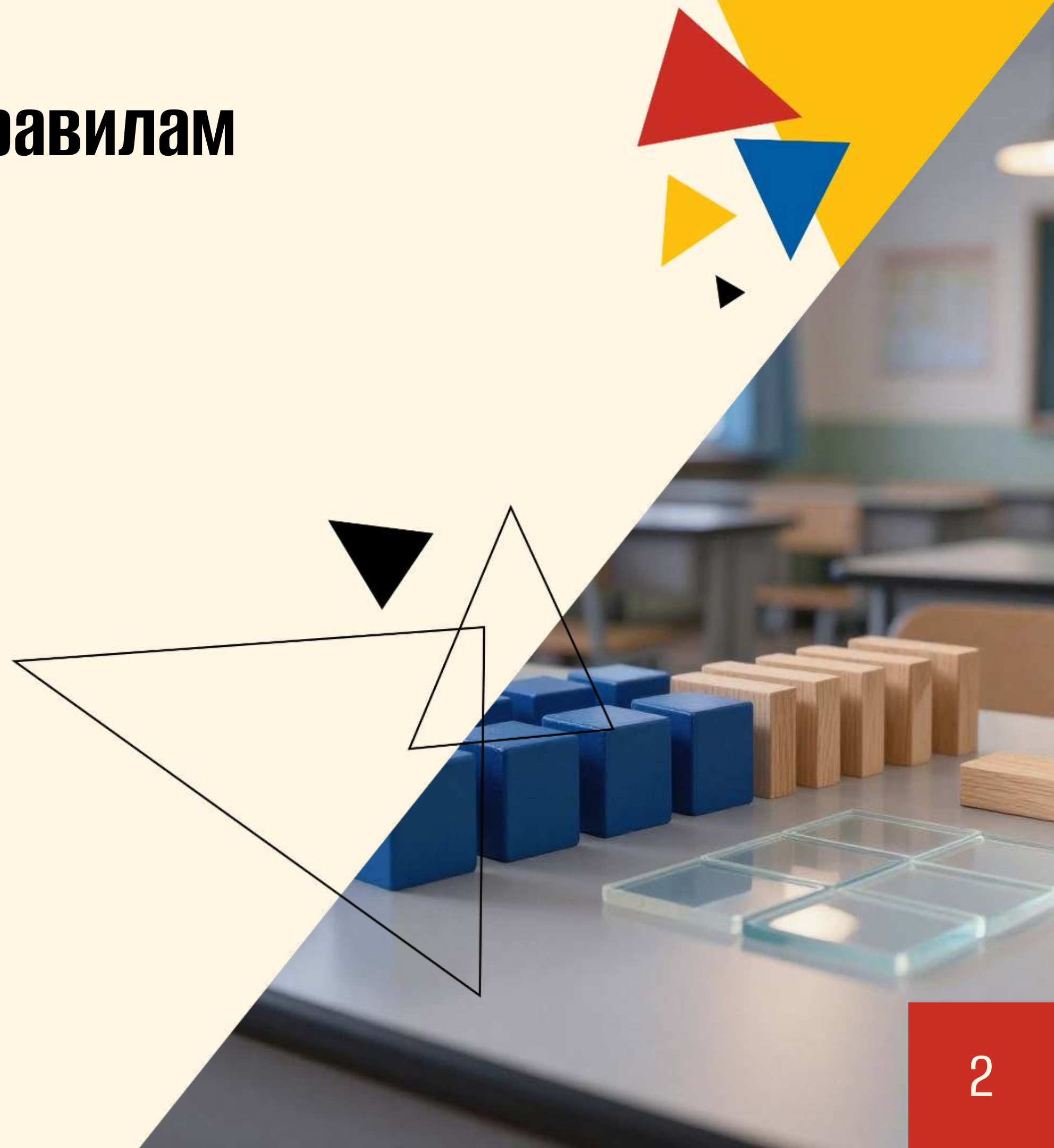
Арифметика рациональных чисел

Сравниваем, считаем и используем числа со знаком в жизни.



От знакомых чисел к новым правилам

Вы уже умеете работать с дробями и десятичными числами. Теперь добавляются отрицательные числа, ноль как граница и новые правила для вычислений и сравнения.



Положительные, отрицательные числа и ноль

- Положительные числа показывают наличие или увеличение величины: например, +7 рублей или +12 баллов. Они больше нуля и помогают описывать рост, прибавление и движение вправо.

- Отрицательные числа обозначают убыль, долг, температуру ниже нуля или смещение вниз. Примеры: -3°C , -5 этажей, -2 м. Такие числа показывают направление и изменение величины.

- Число 0 означает отсутствие величины и не относится ни к положительным, ни к отрицательным. Оно служит важной границей между числами со знаком.

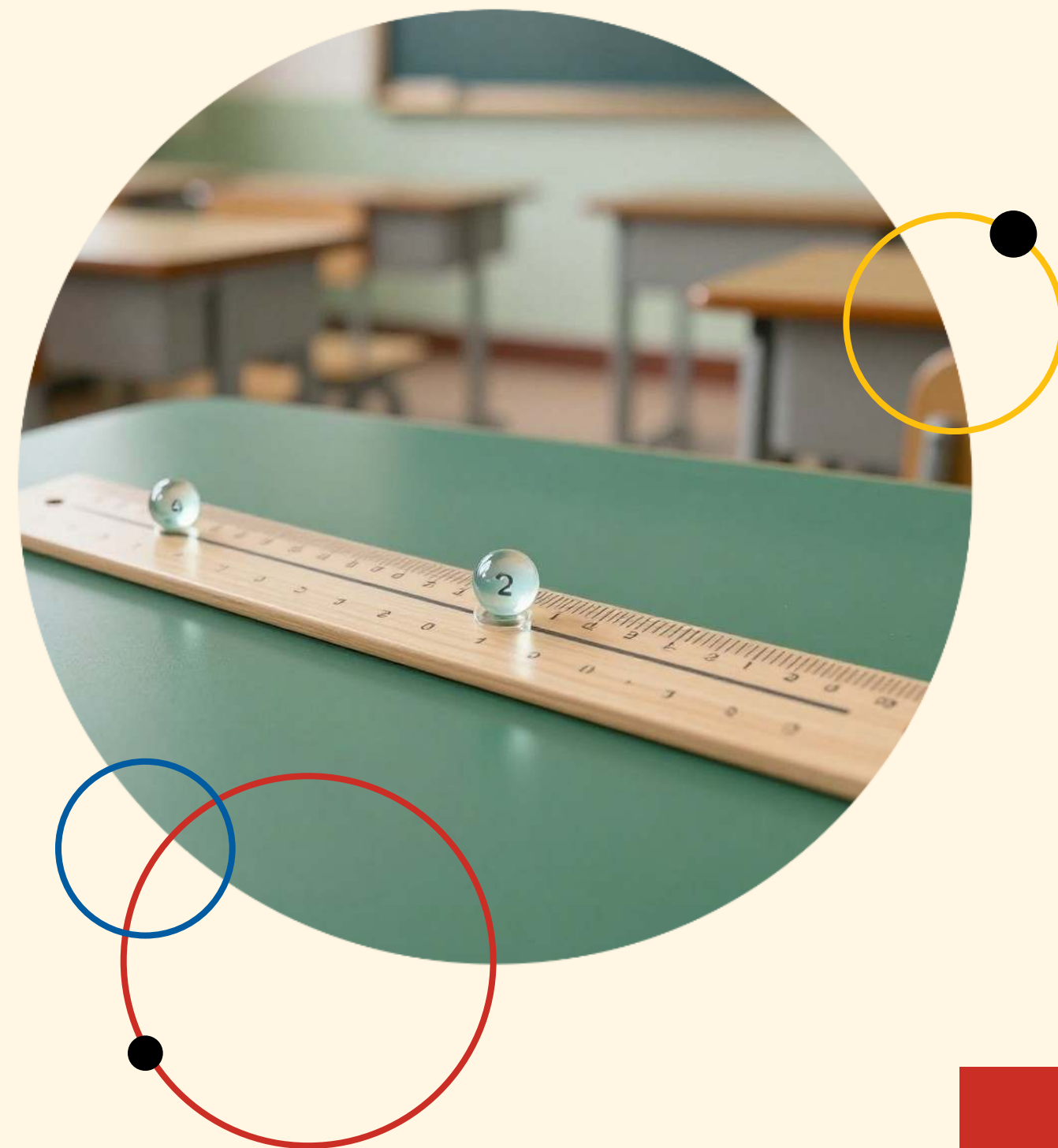
Числовая прямая и расположение рациональных чисел

Что показывает числовая прямая

На числовой прямой числа справа всегда больше чисел слева. Поэтому можно быстро определить порядок чисел и увидеть, какие значения находятся ближе друг к другу.

Как сравнивать по расстоянию до нуля

Чем дальше число от нуля, тем больше его модуль. Для отрицательных чисел больше то, которое ближе к нулю: -2 больше, чем -7 .

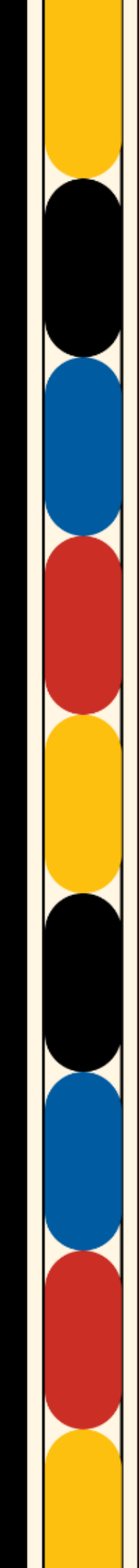


Сравнение рациональных чисел в примерах

Примеры помогают увидеть, как знак и модуль влияют на сравнение чисел.

Для положительных чисел важнее большее значение, а для отрицательных — меньший модуль. Ноль больше любого отрицательного числа.

Пара чисел	Знак	Вывод
-7 и -2	$<$	-7 меньше
$\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$	$>$	$\frac{3}{4}$ больше
$-1,5$ и $-1,2$	$<$	$-1,5$ меньше
0 и $-0,8$	$>$	0 больше
$2,4$ и $2,37$	$>$	$2,4$ больше



Алгоритм действий с рациональными числами

Последовательность рассуждений при сравнении и вычислениях со знаковыми числами

Сложение чисел одного знака

Если оба числа положительные, складывают их значения и сохраняют знак «+». Например, $4 + 7 = 11$. Получается обычное увеличение величины.

Если оба числа отрицательные, складывают модули и ставят общий минус. Например, $(-3) + (-5) = -8$. Итог остаётся отрицательным.

Правило удобно понимать как движение в одном направлении: при одинаковом знаке изменения усиливаются. Поэтому сумма чисел одного знака вычисляется быстро и без лишних шагов.

Сложение чисел с разными знаками

При разных знаках сначала находят, у какого числа модуль больше, а затем вычитают меньший модуль из большего. Знак результата берут от числа с большим модулем.

Например, $9 + (-4) = 5$, а $-11 + 6 = -5$. В таких примерах важно не перепутать знак ответа с величиной каждого слагаемого.

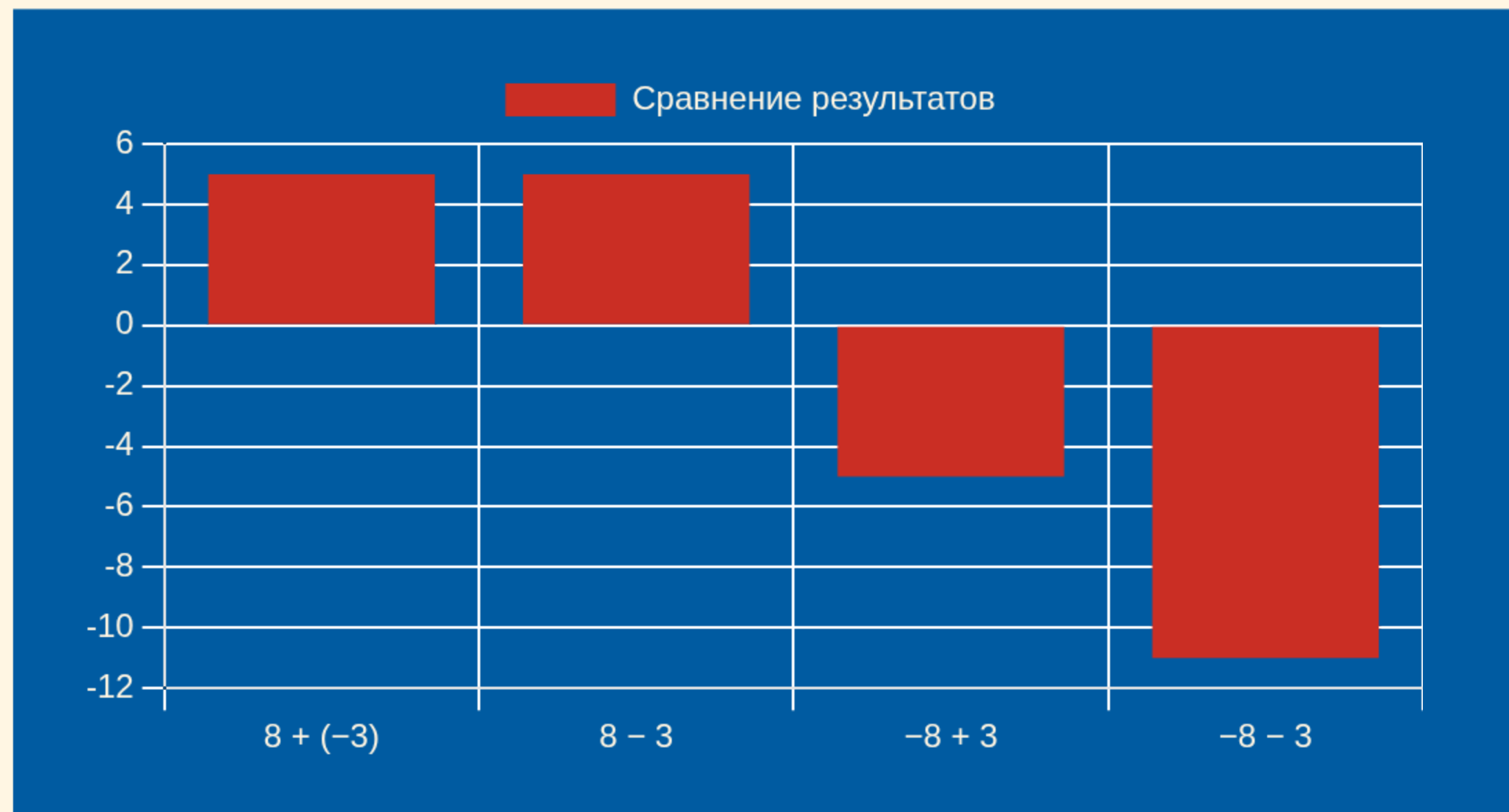
Если модули равны, числа взаимно уничтожают друг друга, и сумма равна нулю: $7 + (-7) = 0$. Это позволяет быстро оценивать результат без длинных вычислений.



Как меняется результат при сложении и вычитании

Одинаковые числа дают разные результаты в зависимости от знака и действия. Это помогает внимательно читать выражение целиком.

Вычитание можно заменить прибавлением противоположного числа. Знак исходного числа и действие вместе определяют итог.



Вычитание как прибавление противоположного числа

- Любую разность можно записать как сумму: $a - b = a + (-b)$. Такой переход делает вычисления понятнее и помогает работать с числами со знаком без ошибок.

- Например, $7 - 12 = 7 + (-12) = -5$, а $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$. Здесь особенно важно отличать знак действия от знака самого числа.

- Этот способ полезен и в устных вычислениях, и при проверке ответа. Если заменить вычитание сложением, легче увидеть порядок изменений и избежать лишних преобразований.

Смысл умножения рациональных чисел

Умножение рациональных чисел можно понимать как повторяющееся сложение или как изменение величины в несколько раз. Если множитель положительный, направление остается прежним, а при отрицательном — меняется.

Например, $3 \cdot (-2) = -6$, потому что три раза прибавляется число -2 . Запись $(-4) \cdot (-3) = 12$ показывает, что при умножении двух отрицательных чисел результат становится положительным.



Правила знаков при умножении и делении

Таблица показывает основные случаи и помогает быстро определить знак результата при умножении и делении рациональных чисел.

Для умножения и деления действует единый принцип: одинаковые знаки дают плюс, разные — минус. Чётное число отрицательных множителей делает результат положительным.

Случай	Знак	Пример
$+$ · $+$	плюс	$2 \cdot 3 = 6$
$+$ · $-$	минус	$6 : (-2) = -3$
$-$ · $-$	плюс	$(-12) : (-3) = 4$

Умножение и деление дробей

При умножении дробей числители перемножают между собой, а знаменатели — между собой, поэтому удобно сокращать запись и получать ответ быстрее.

Если дроби отрицательные, знак результата определяют по тем же правилам, что и для целых чисел, поэтому важно отдельно следить за знаком.

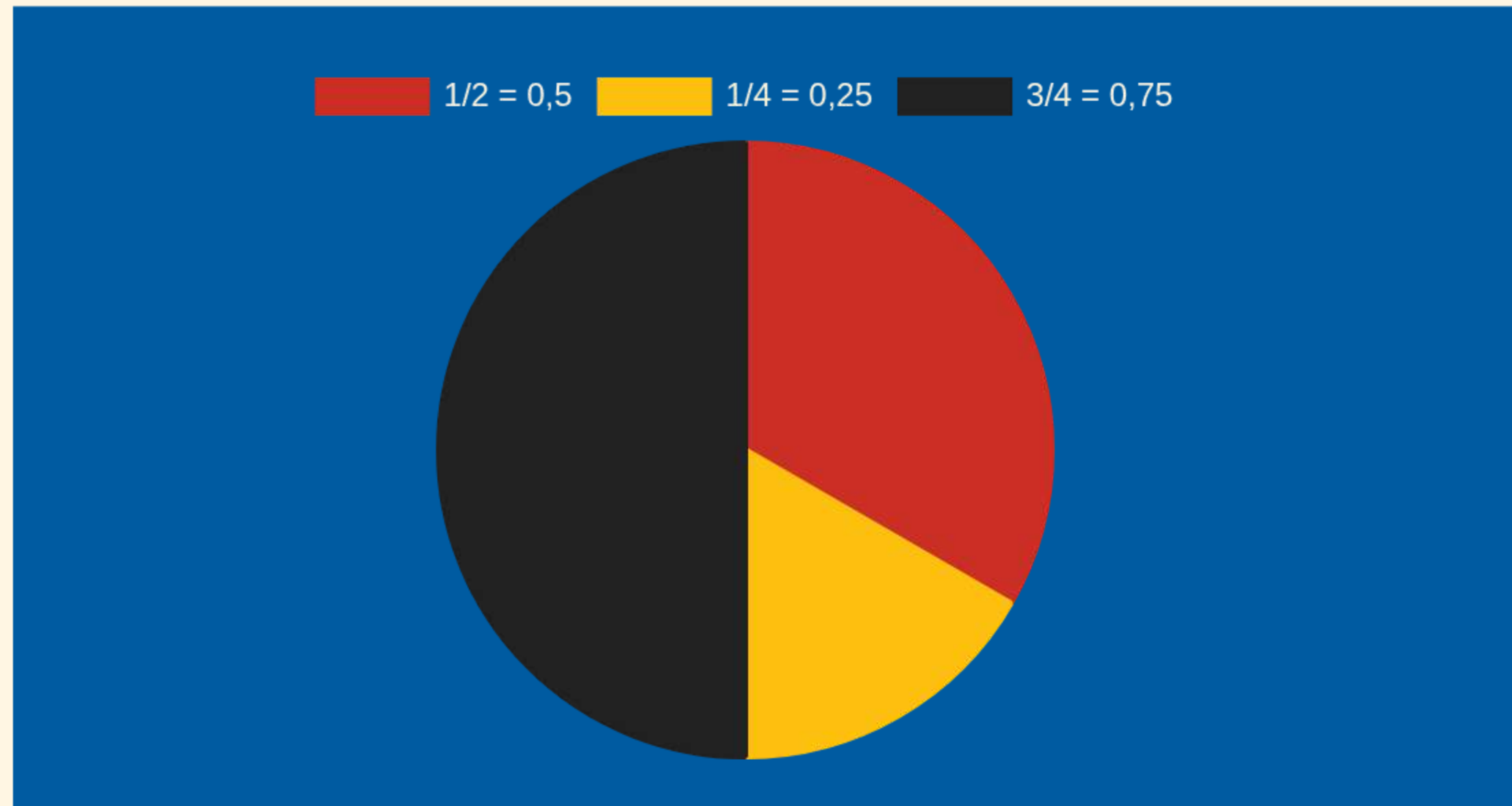
При делении на дробь делитель заменяют обратной дробью и умножают: так действие сводится к знакомому правилу умножения дробей.

Эти приёмы показывают, что дробные числа подчиняются тем же законам арифметики, что и целые, и позволяют считать без лишних шагов.

Одна и та же величина в дробях, десятичных дробях и процентах

Такая запись особенно полезна при работе с ценами, скидками и оценками, где один и тот же смысл встречается в разных формах.

Разные формы записи помогают выбирать удобный способ вычислений и лучше понимать, какая часть целого дана в задаче.



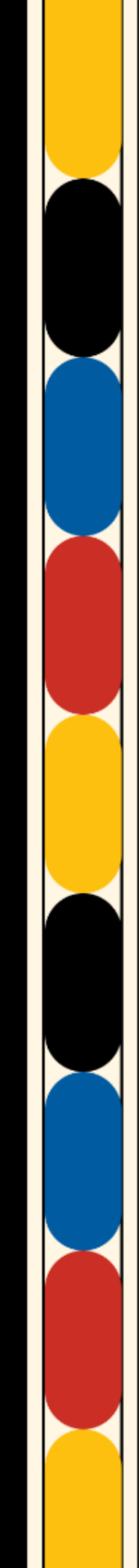
Порядок действий в выражениях с рациональными числами

Сначала находят значения выражений в скобках, чтобы не потерять нужный знак и не нарушить смысл всего примера.

После этого переходят к сложению и вычитанию слева направо, внимательно отслеживая, где стоит знак действия, а где знак числа.

Затем выполняют умножение и деление, потому что эти действия имеют более высокий приоритет, чем сложение и вычитание.

Если порядок нарушить, ответ изменится. Поэтому полезно читать выражение целиком и проверять каждый шаг до окончательного вычисления.



Как находить и исправлять ошибки

Схема показывает типичные затруднения при вычислениях с рациональными числами и последовательность проверки ответа.

Рациональные числа вокруг нас



Утро холоднее нуля, днём теплее

Утром термометр показывает -4°C , а днём уже $+3^{\circ}\text{C}$. По этим числам сразу видно, как меняется погода и где проходит граница между значениями ниже и выше нуля.



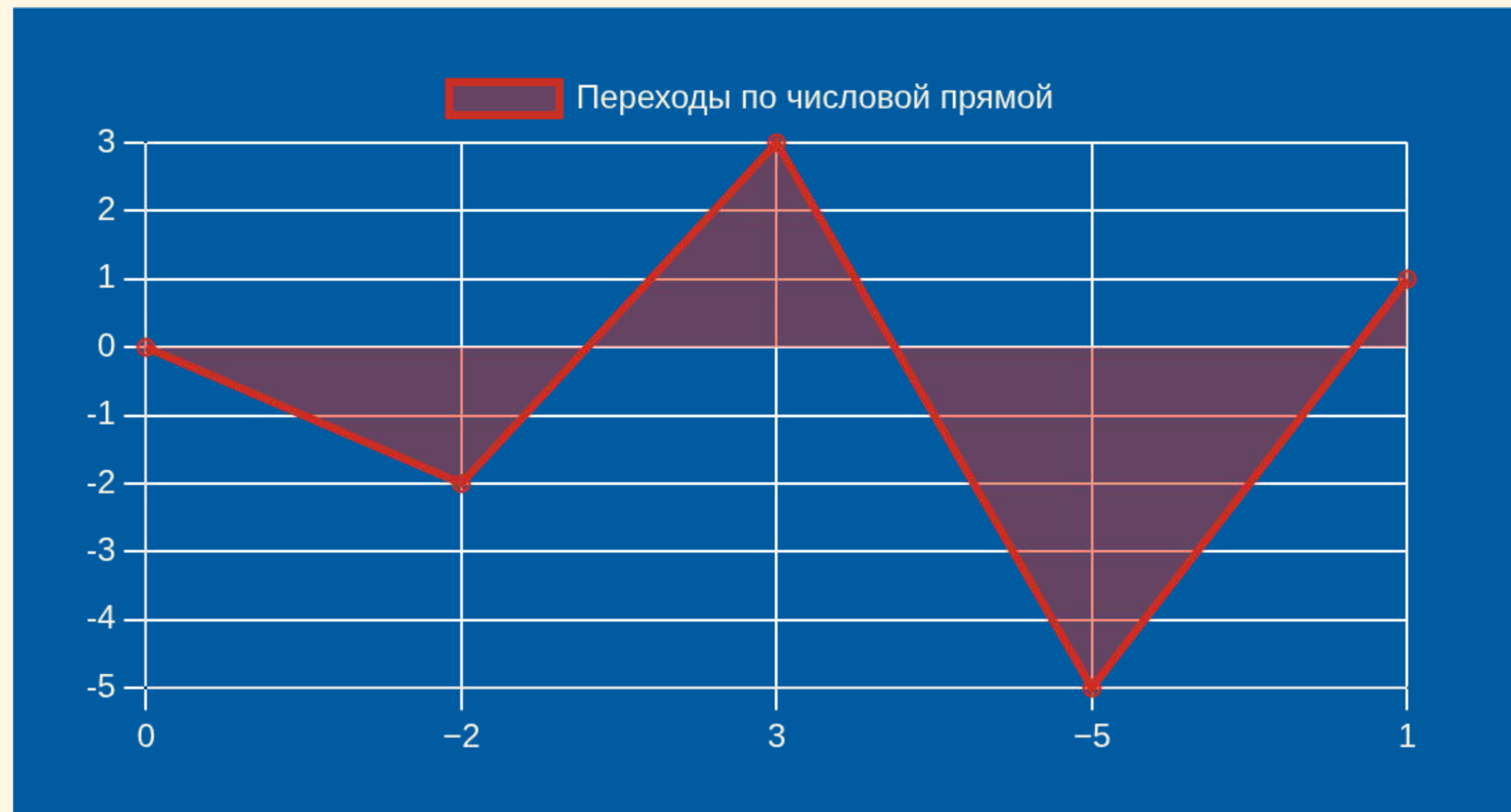
Баллы, деньги и время в одном дне

На перемене ученик получил 12 баллов в игре, потом потерял 5, а в магазине потратил 150 рублей и получил 50 рублей сдачи. Такие числа помогают описывать и успехи, и расходы, и разные изменения в повседневной жизни.

Движение по числовой прямой при вычислениях

Каждая точка на графике соответствует новому результату, поэтому видно не только ответ, но и направление изменения при каждом действии.

Положительные прибавления ведут вправо, отрицательные — влево; это помогает понимать смысл вычислений и быстрее проверять ответ.



Краткий справочник основных правил темы

Таблица собирает самые нужные правила по теме и помогает быстро вспомнить формулы перед решением задач.

Все ключевые действия опираются на знак, модуль и числовую прямую. Запоминание этих опорных правил ускоряет вычисления и снижает число ошибок.

Правило	Запись
Сравнение	по прямой
Сложение	по знакам
Вычитание	$a - b = a + (-b)$
Модуль	неотрицателен

Арифметика рациональных чисел: что важно запомнить

Рациональные числа помогают описывать изменения, сравнивать величины и считать в реальных ситуациях. Если уверенно пользоваться знаком, модулем, числовой прямой и порядком действий, задачи становятся понятнее и решаются точнее.