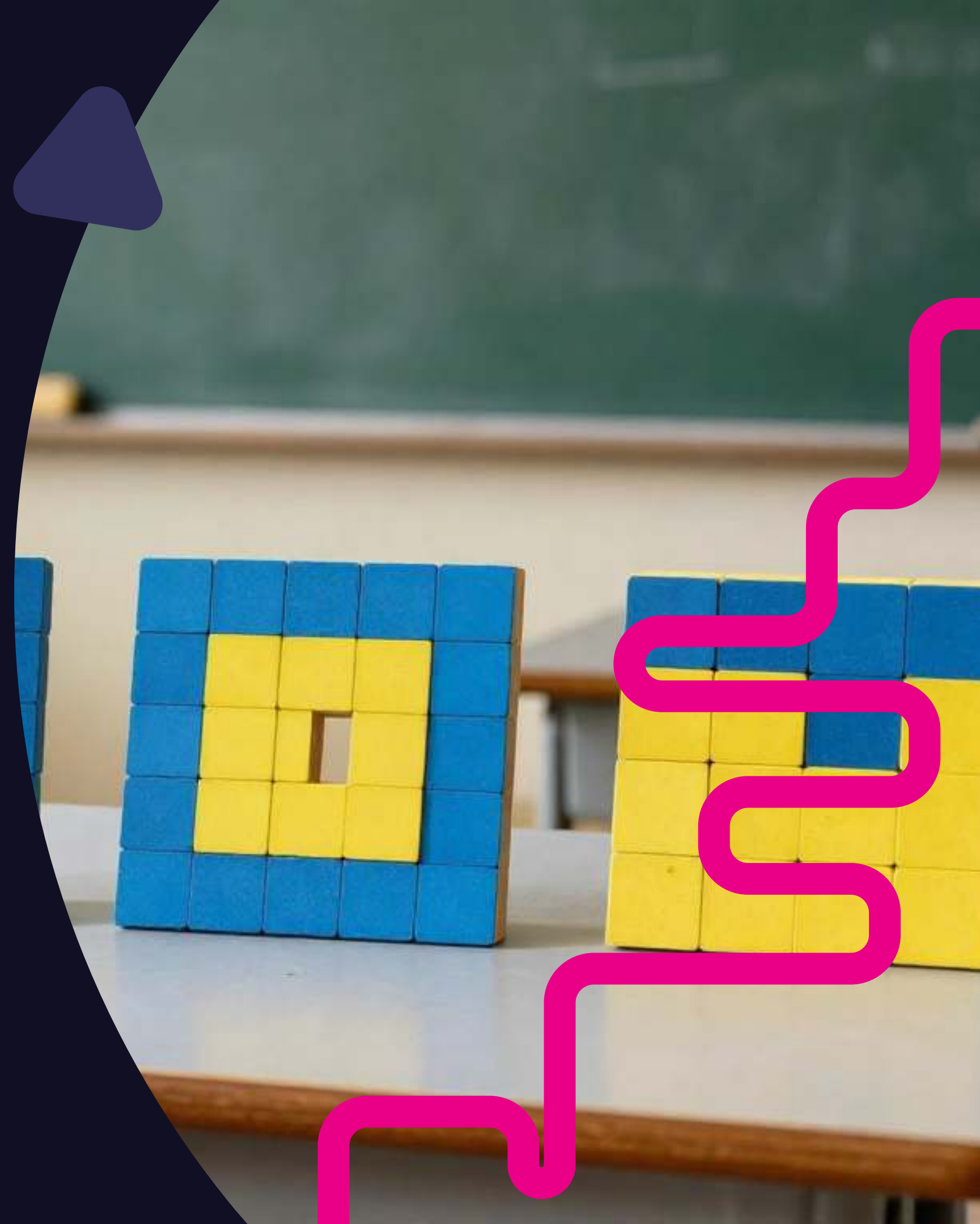
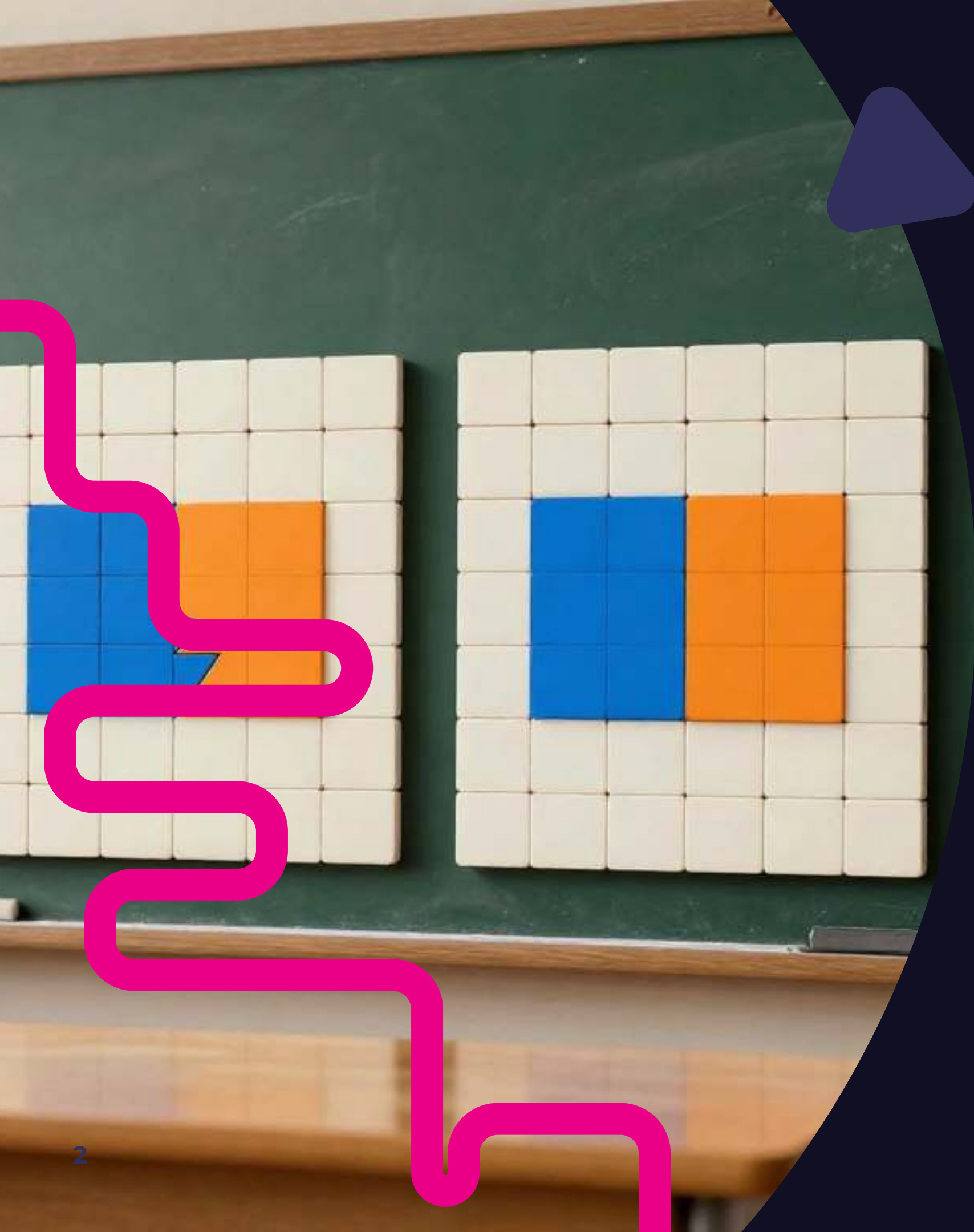


Квадраты суммы, разности и разность квадратов: три формулы 7 класса

Три формулы, которые ускоряют
вычисления и раскрытие скобок.





Зачем эти формулы нужны уже в 7 классе

В 7 классе буквы начинают заменять числа, а выражения и уравнения требуют быстрых преобразований. Формулы сокращённого умножения помогают считать короче, упрощать записи и уверенно проверять ответы без лишних действий.

Формула квадрата суммы

01

Запись формулы

Если сумму возвести в квадрат, получается выражение $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Оно состоит из трёх частей, которые легко узнать по порядку и знакам.

02

Откуда берётся средний член

Сначала появляется квадрат первого слагаемого a^2 , затем два одинаковых произведения ab , а в конце квадрат второго слагаемого b^2 . Поэтому средний член всегда равен $2ab$.

03

Что важно запомнить

Формула работает для любых чисел и буквенных выражений. Главное — не пропустить средний член и не перепутать его с суммой квадратов, ведь это разные записи.

04

Примеры записи

В школьных заданиях часто встречаются выражения вида $(x+3)^2$, $(m+5)^2$ и $(7+y)^2$. Во всех случаях структура формулы остаётся одной и той же.

Геометрический смысл квадрата суммы

▼ Квадрат большой стороны

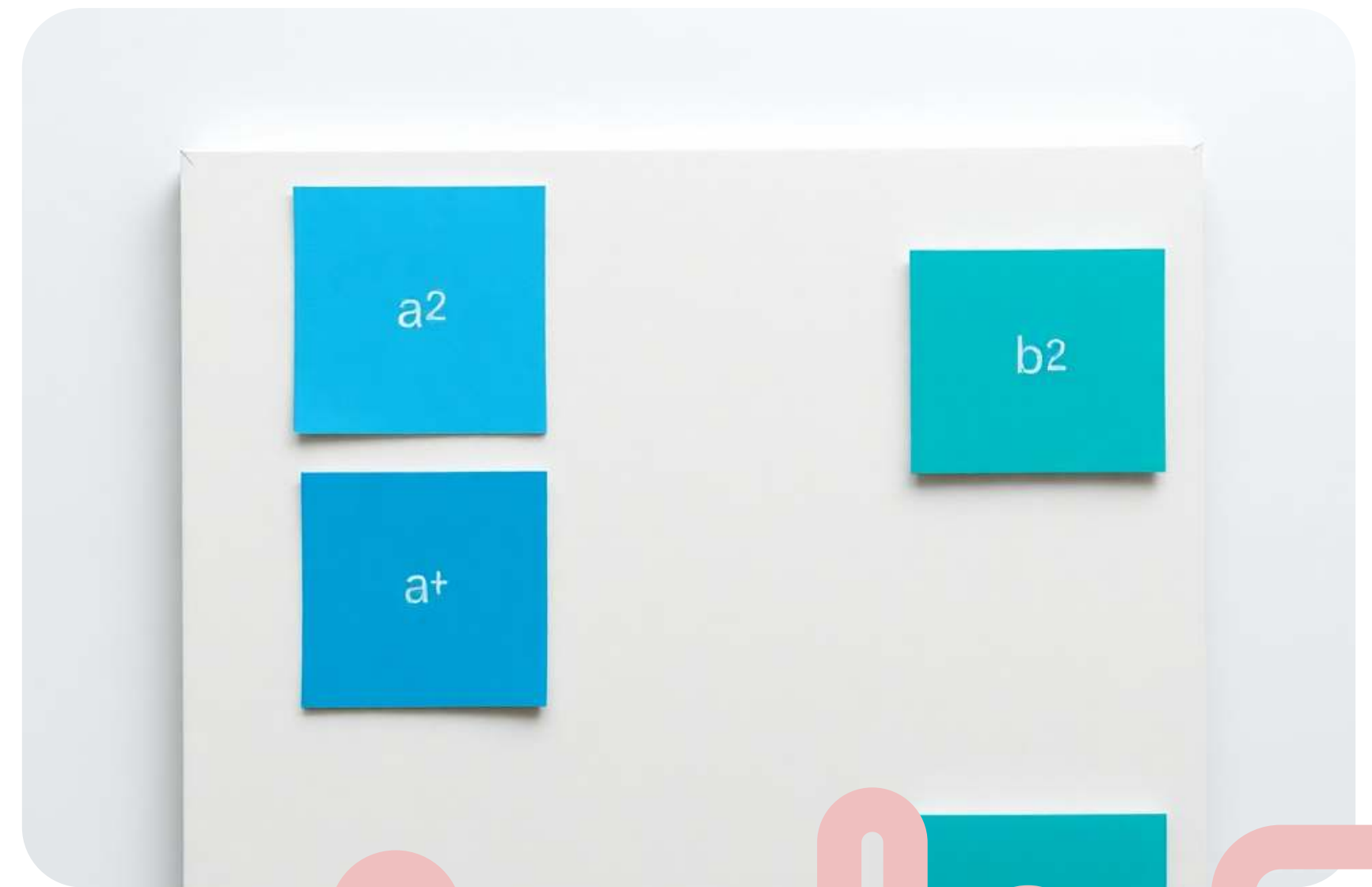
Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно рассмотреть как целую фигуру. Тогда выражение соответствует площади, которую удобно разбить на более простые части.

▼ Четыре части фигуры

Внутри получаются квадрат площадью a^2 , квадрат площадью b^2 и два прямоугольника площадью ab . Вместе они дают выражение $a^2 + 2ab + b^2$.

▼ Зачем нужна схема

Цветное разбиение помогает увидеть, откуда берётся каждая часть формулы. Так легче понять смысл записи и не заучивать её только по памяти.



Состав квадрата суммы на числовом примере

На примере 2 и 3 видно, как три части формулы складываются в один результат. Для буквенного выражения структура остаётся такой же.

Средний член часто заметно влияет на итог, особенно когда слагаемые близки по величине.

Школьная алгебра, 7 класс;
числовой пример: $(2+3)^2 = 25$

Формула квадрата разности

01

Основная запись

При вычитании и возведении в квадрат используется формула $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Она очень похожа на квадрат суммы, но отличается знаком среднего члена.

02

Одинаковые крайние члены

Первый член a^2 и последний член b^2 остаются теми же. Меняется только середина, поэтому важно внимательно смотреть на знак внутри скобок перед применением формулы.

03

Как не перепутать

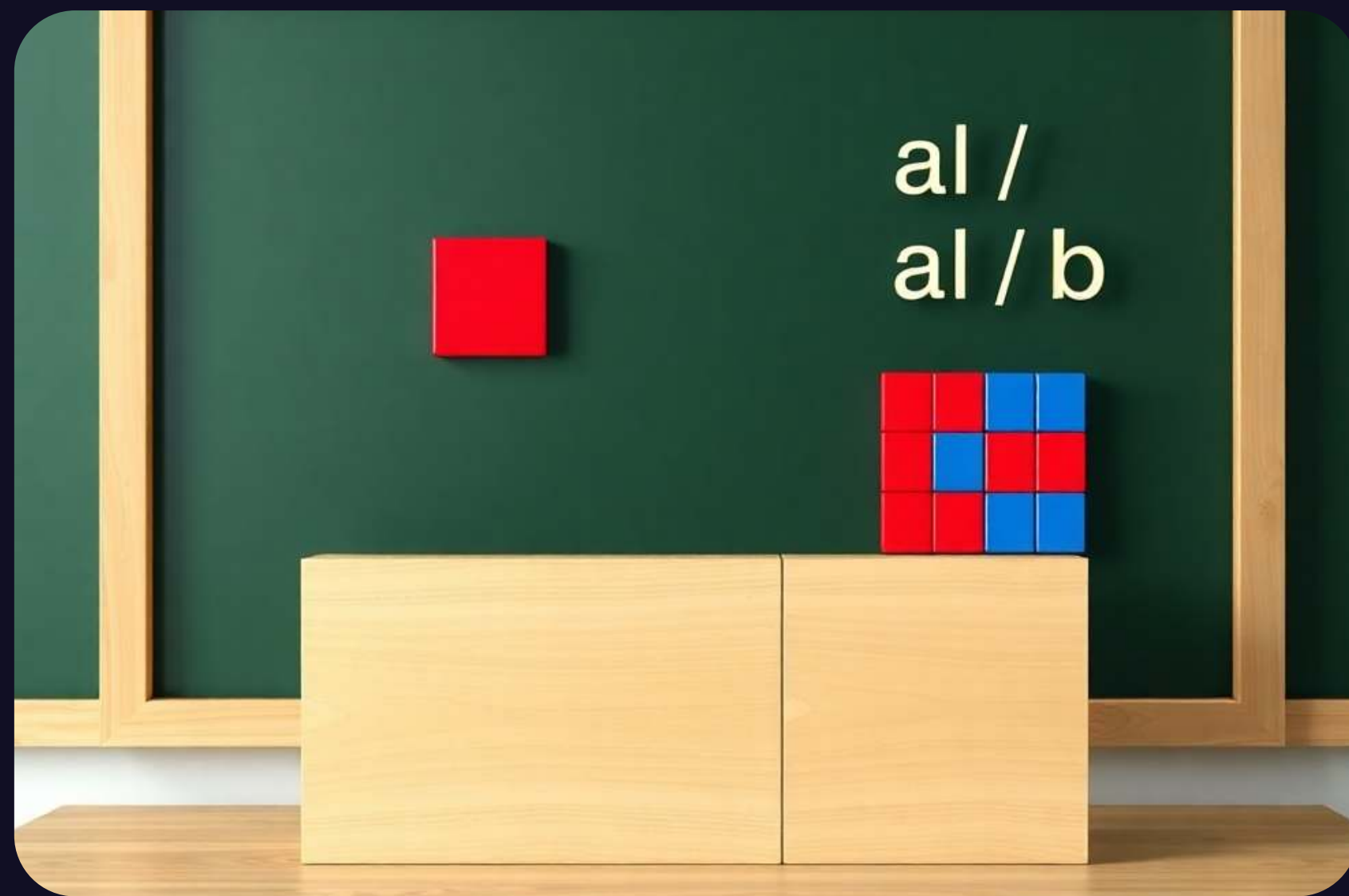
Если в скобках стоит минус, нужно ожидать отрицательный средний член. Это помогает быстро выбрать правильную формулу и избежать ошибок при раскрытии скобок.

04

Примеры записи

Встречаются выражения $(x-4)^2$, $(m-7)^2$ и $(10-y)^2$. Они выглядят по-разному, но все подчиняются одной и той же схеме квадратов.

Почему в квадрате разности стоит минус



Перемножение скобок

Если раскрыть $(a-b)(a-b)$, получаются четыре произведения: $a \cdot a$, $a \cdot (-b)$, $(-b) \cdot a$ и $(-b) \cdot (-b)$. Далее важно правильно собрать их в одно выражение.

Два отрицательных члена

Произведения $a \cdot (-b)$ и $(-b) \cdot a$ оба равны $-ab$. Вместе они дают $-ab - ab$, то есть $-2ab$, поэтому средний член становится отрицательным.

Итоговая структура

Последнее произведение $(-b) \cdot (-b)$ снова даёт положительный квадрат b^2 . В результате получается формула $a^2 - 2ab + b^2$, где знак минус появляется только в середине.

Сравнение квадрата суммы и квадрата разности

Сравним две близкие формулы и увидим, что меняется только знак среднего члена.

У обеих формул одинаковые крайние члены; различие только в знаке среднего слагаемого.

Школьная алгебра, 7 класс

Формула	Первый член	Средний член	Последний член	Пример
$(a+b)^2$	a^2	$+2ab$	b^2	$(x+2)^2$
$(a-b)^2$	a^2	$-2ab$	b^2	$(x-2)^2$

Разность квадратов

01

Главная формула

Выражение $a^2 - b^2$ раскладывается на произведение $(a - b)(a + b)$. Это не квадрат скобок, а удобная запись суммы и разности двух множителей.

02

Почему это полезно

Такую формулу используют, чтобы быстро преобразовать выражения и сократить вычисления. Она особенно удобна, когда оба слагаемых являются квадратами.

03

Как распознать вид

Если перед вами разность двух квадратов, можно сразу заменить её произведением. Это помогает упростить запись и увидеть скрытую структуру выражения.

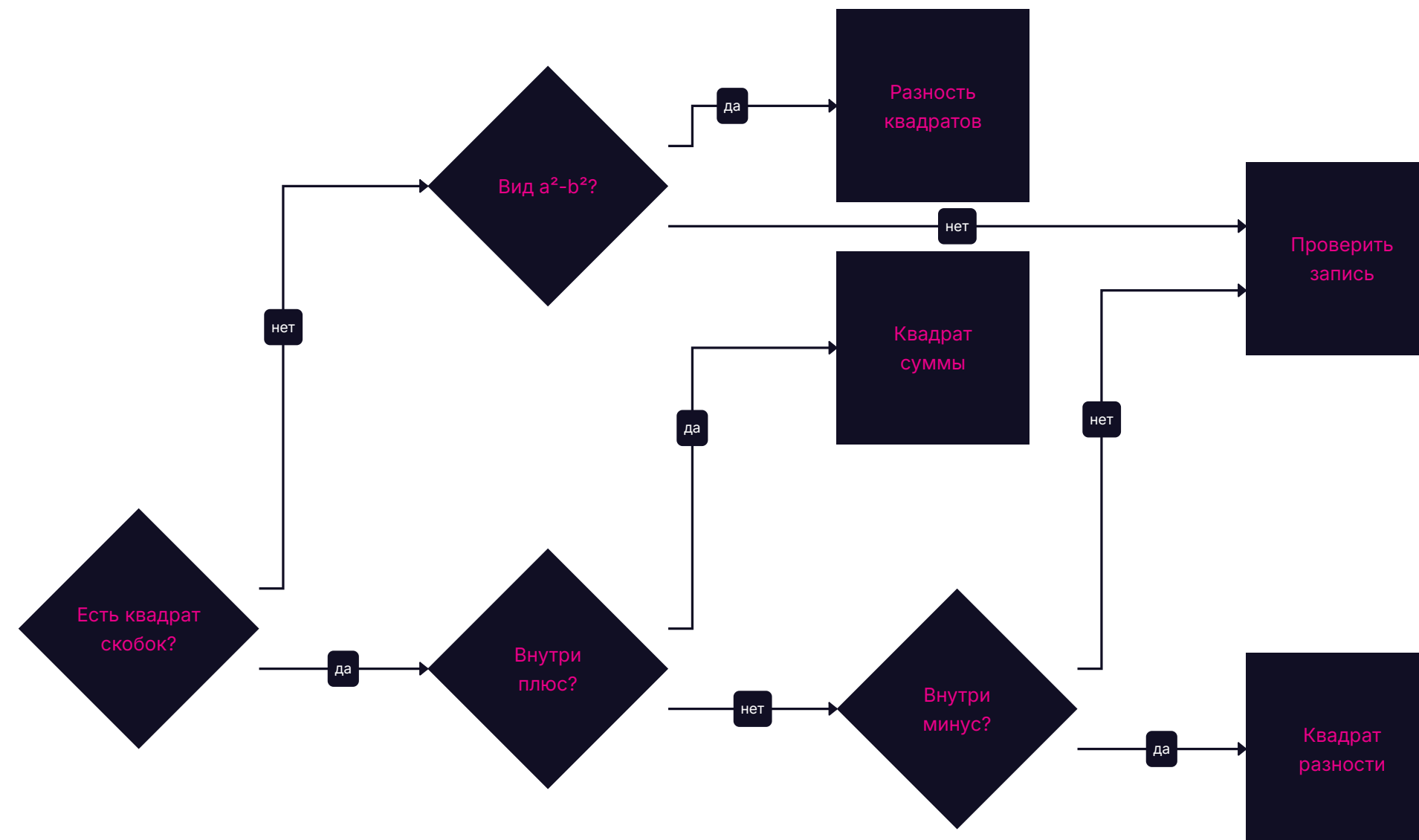
04

Примеры

К этой формуле относятся $9^2 - 4^2$, $x^2 - 16$ и $25 - a^2$. Во всех случаях удобно заменить разность квадратов произведением суммы и разности.

Как выбрать нужную формулу

Схема основана на виде выражения и выборе между тремя формулами



Быстрые вычисления с помощью формул

Формулы особенно выручают, когда число близко к круглому: так легче увидеть удобную замену и сократить вычисления.

Короткий способ требует меньше шагов во всех примерах, а при разности квадратов экономия особенно заметна.

Школьная алгебра, 7 класс; иллюстративные примеры без статистических данных.



Типичные ошибки семиклассников

Пропущенный средний член

В формулах квадрата суммы и квадрата разности нельзя забывать член $2ab$. Именно он связывает два слагаемых и часто меняет итог больше, чем первый или последний квадраты.

Неверный знак

У квадрата суммы средний член положительный, а у квадрата разности — отрицательный. Ошибка в знаке приводит к неверному ответу даже тогда, когда остальные части записаны правильно.

Путаница с разностью квадратов

Выражение $a^2 - b^2$ не превращается в $(a - b)^2$. Здесь нужно помнить о другой структуре: разность квадратов раскладывается на произведение суммы и разности.

Сумма квадратов вместо формулы

Запись $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ неверна, потому что при раскрытии скобок появляются ещё два одинаковых произведения ab . Их нужно объединять в $2ab$.

Проверка по трём частям

Чтобы избежать ошибок, полезно каждый раз проверять первый член, средний член и последний член отдельно. Такой приём быстро показывает, где потерян знак или слагаемое.

Связь формул с площадями фигур



- **Квадрат со стороной $a+b$**

Если сторону квадрата разделить на две части, его площадь удобно представить как сумму площадей нескольких маленьких фигур. Так формула квадрата суммы становится наглядной и понятной.

- **Разность разбиений**

В модели с квадратом со стороной $a-b$ сразу видно, почему средний член меняет знак. Из геометрии понятно, что одна часть площади как будто вычитается из общей фигуры.

- **Геометрия помогает запоминать**

Цветные прямоугольники и квадраты показывают, что алгебраические тождества не случайны. Они описывают реальные размеры фигур и потому легче запоминаются, чем просто набор букв и знаков.

Примеры преобразований и ответы

Выражение	Преобразование	Результат
$(x+4)^2$	$x^2+8x+16$	$x^2+8x+16$
$(y-5)^2$	$y^2-10y+25$	$y^2-10y+25$
9^2-4^2	$(9-4)(9+4)$	65
$(2+3)^2$	5^2	25

В таблице показано, как каждая запись преобразуется по одной из трёх формул и к какому результату это приводит.

Во всех примерах результат получается быстро и точно, если правильно выбрать нужную формулу и не пропустить средний член или разложение на множители.

Школьная алгебра, 7 класс; учебные примеры.

Где эти формулы используются в заданиях



Устный счёт

Формулы помогают быстро считать квадраты чисел, близких к круглым. Вместо длинного умножения можно сразу получить точный ответ и проверить себя без лишних вычислений.



Упрощение выражений

При работе с многочленами формулы сокращённого умножения позволяют раскрывать скобки и объединять похожие слагаемые. Это делает запись короче и понятнее.



Решение уравнений

Когда в уравнении встречаются квадраты суммы, разности или разность квадратов, формулы помогают преобразовать запись в удобный вид и найти неизвестное быстрее.



Задачи на площадь

В геометрических задачах эти формулы связывают алгебру с площадями фигур. Поэтому можно находить ответ точно, не переходя к громоздким вычислениям по частям.

Когда формулы дают наибольшую пользу

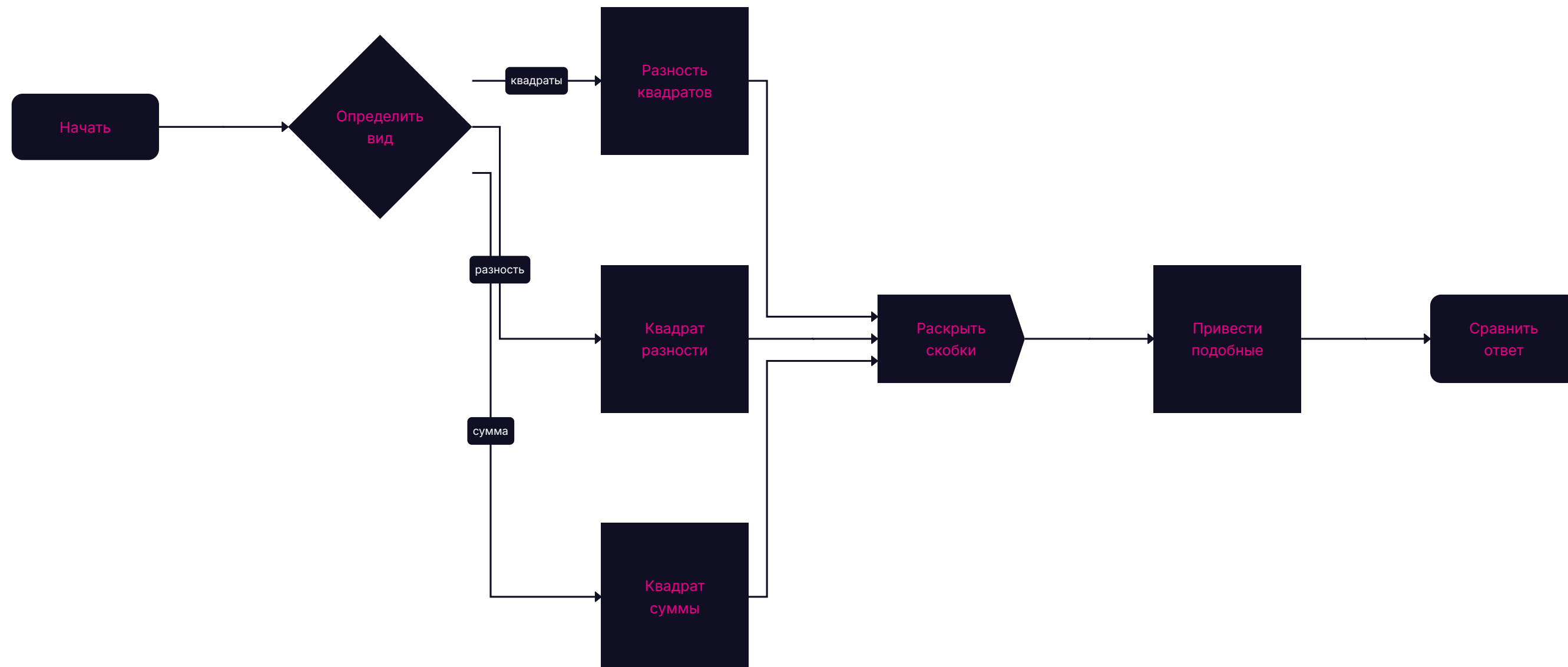
На диаграмме показаны случаи, где формулы экономят больше всего времени и помогают избежать лишних действий при счёте.

Наибольшая польза возникает там, где обычное вычисление длиннее: при быстрых прикидках, преобразовании выражений и проверке ответа.

Методическая схема по теме «Формулы сокращённого умножения», 7 класс; оценочные доли для учебной иллюстрации.

Проверка выражения по шагам

Алгоритм выбора и проверки трёх формул сокращённого умножения



Общая структура трёх формул

01

Одинаковое начало и конец

У квадрата суммы и квадрата разности первый и последний члены совпадают: это a^2 и b^2 . Поэтому при взгляде на выражение удобно сразу искать именно эти два квадрата.

02

Меняется только середина

Главное различие между двумя формулами — знак у среднего члена. В одном случае получается $+2ab$, в другом — $-2ab$, и это полностью меняет вид ответа.

03

Разность квадратов отдельно

Формула $a^2 - b^2$ устроена иначе: она не содержит трёх слагаемых, а сразу превращается в произведение. Такой переход помогает быстро разлагать выражения на множители.

04

Как запомнить правило

Если помнить общую схему, формулы легче не путать: два крайних члена одинаковы, а середина либо прибавляется, либо вычитается. У разности квадратов есть собственный, более короткий шаблон.

Три опорные формулы на одной схеме

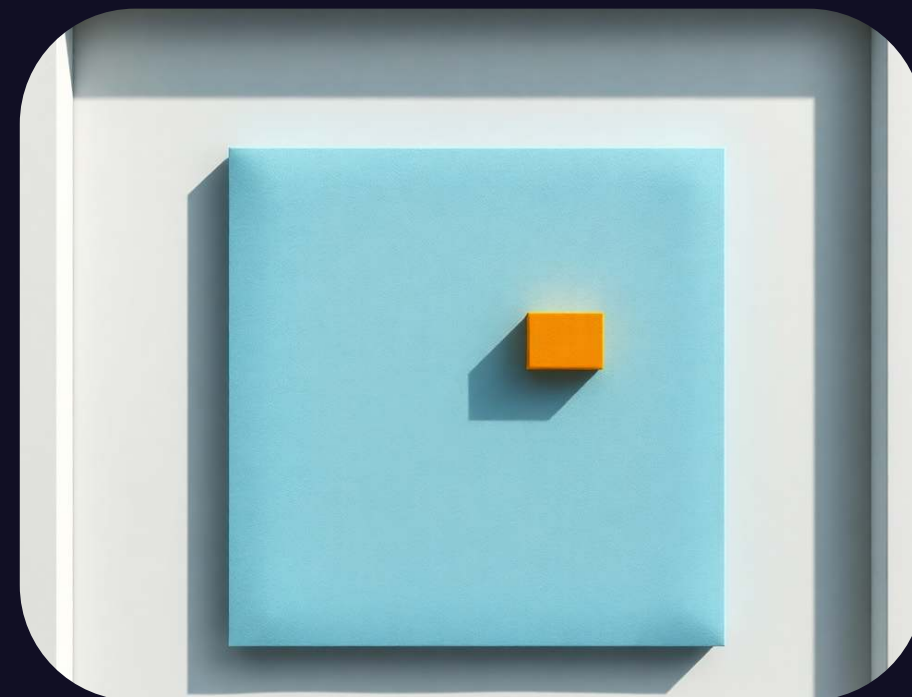
Квадрат суммы: шаг к раскрытию скобок

Когда перед глазами стоит $(a+b)^2$, важно увидеть не только два слагаемых, но и три части ответа. После раскрытия скобок появляются квадрат первого члена, два одинаковых произведения и квадрат второго члена. Поэтому выражение легко распознать по форме и проверить по знакам.



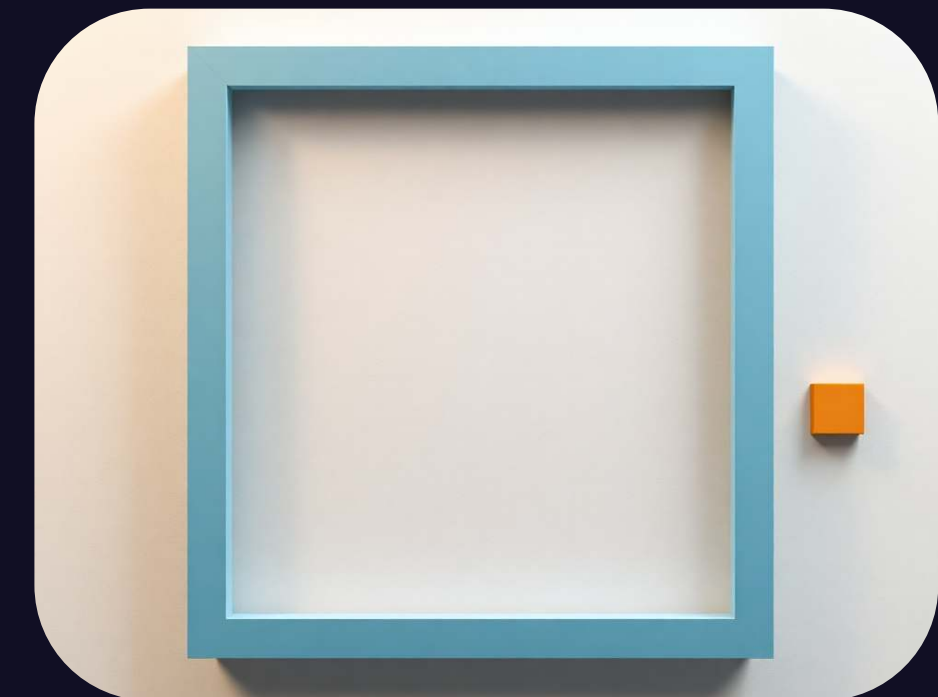
Квадрат разности: тот же рисунок, другой знак

Запись $(a-b)^2$ выглядит почти так же, как квадрат суммы, но средний член меняет знак. Это особенно удобно показать цветом: две крайние части остаются прежними, а середина уходит в минус. Такая схема помогает не перепутать формулы в работе.



Разность квадратов: короткий путь к множителям

Выражение a^2-b^2 не нужно раскрывать как квадрат скобок. Оно сразу раскладывается на произведение $(a-b)(a+b)$, и это видно на схеме рядом с примером 16-9. Такой переход связывает алгебру с удобным разложением на множители.



Главный вывод по теме

Эти три формулы стоят рядом не случайно: две показывают квадрат суммы и разности, а третья превращает разность квадратов в произведение. Они экономят время и помогают писать ответы без ошибок.