

Углы с вершинами внутри и вне круга

Сегодня разберём, как положение
вершины управляет формулой величины
угла в окружности.

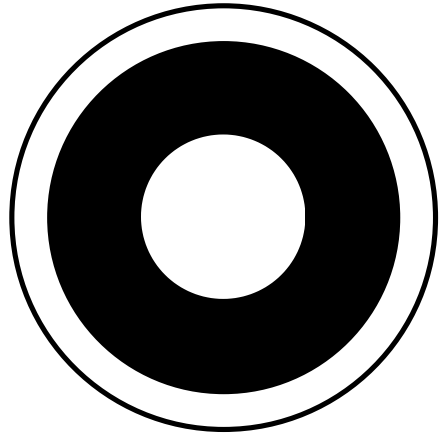


Зачем учить углы в окружности в 11 классе

Раздел «Окружность» опирается на свойства дуг, хорд, секущих и касательной. Эти формулы помогают находить углы по чертежу и находить недостающие дуги в задачах разного уровня, включая сложные.

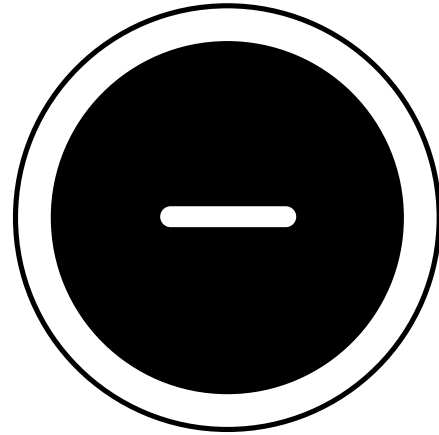


Основные элементы окружности



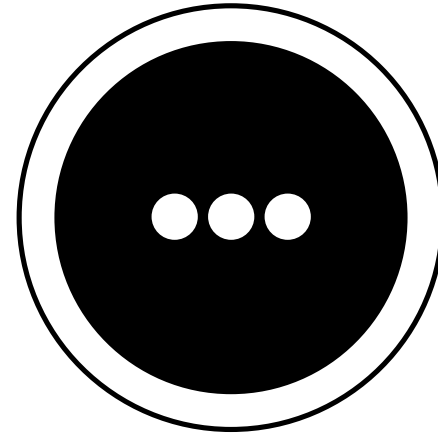
Окружность

Окружность — геометрическое место точек, равноудалённых от центра. В задачах именно к окружности привязывают дуги, хорды и точки пересечения секущих.



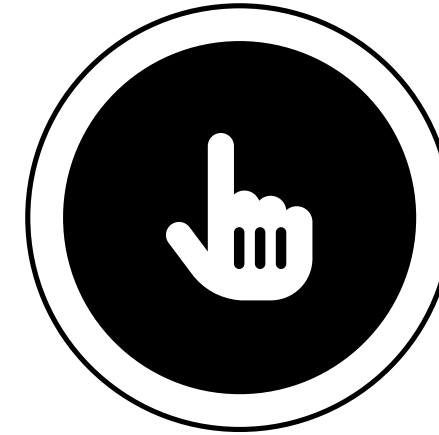
Хорда

Хорда соединяет две точки окружности. Через неё выражают углы: стороны угла часто оказываются отрезками-хордами, а значит — связаны с дугами.



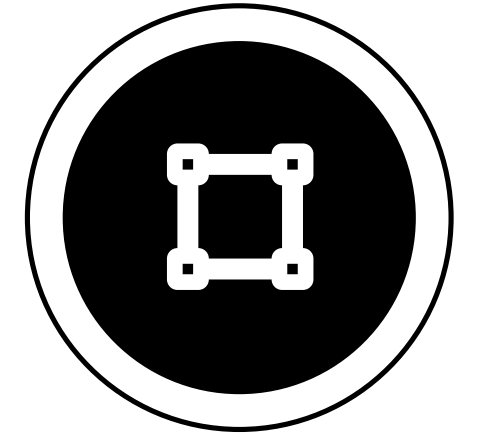
Дуга

Дуга — часть окружности между двумя точками. В формулах она всегда фигурирует как величина дуги, на которую опираются стороны угла.



Касательная

Касательная имеет с окружностью одну общую точку. Такая прямая особенно важна для случаев с вершиной вне круга, где работают разности дуг.



Секущая и вписанный угол

Секущая пересекает окружность в двух точках. Вписанный угол расположен на окружности и опирается на дугу между концами его сторон.

Вписанный угол как исходный случай

01

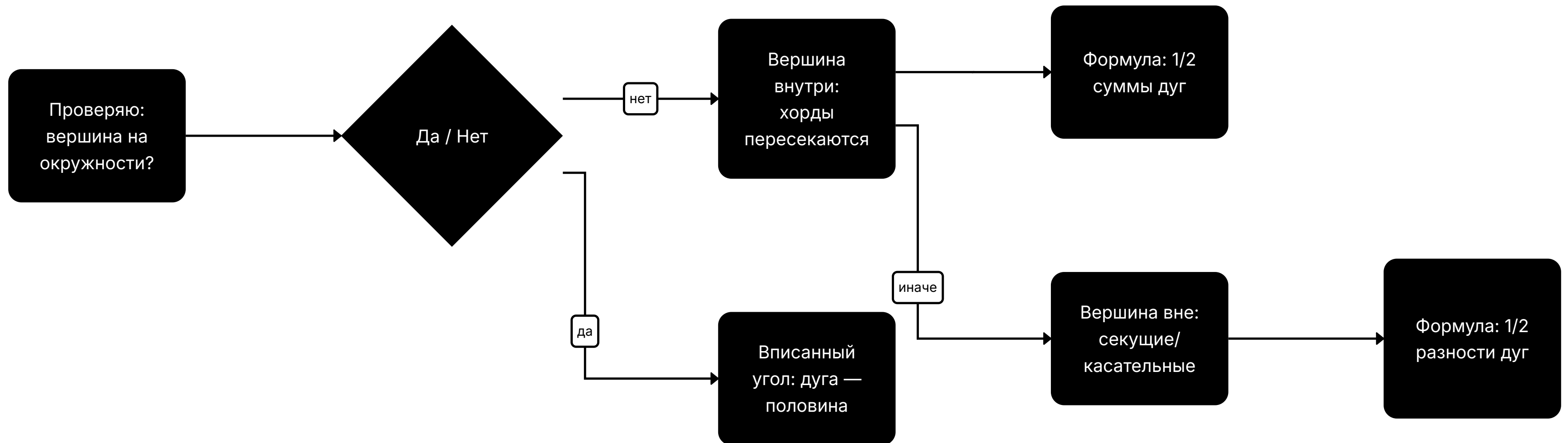
Вписанный угол служит опорой для всех формул: он равен половине дуги, на которую опирается. Поэтому, например, дуга 120° соответствует углу 60° .

02

Если же дуга представляет полуокружность, то есть равна 180° , вписанный угол будет равен 90° . Этот частный случай помогает мгновенно проверять себя по рисунку.

Как выбрать формулу по положению вершины

Схема помогает быстро определить тип угла и нужное соотношение с дугами.



Угол с вершиной внутри круга

Когда две хорды пересекаются внутри круга, возникают вертикальные углы. Их величины совпадают, и каждый из них выражается через дуги, лежащие между сторонами угла.

Формула записывается как половина суммы двух дуг, соответствующих сторонам вертикального угла. Она применяется именно в ситуации пересечения хорд внутри, а не на окружности.

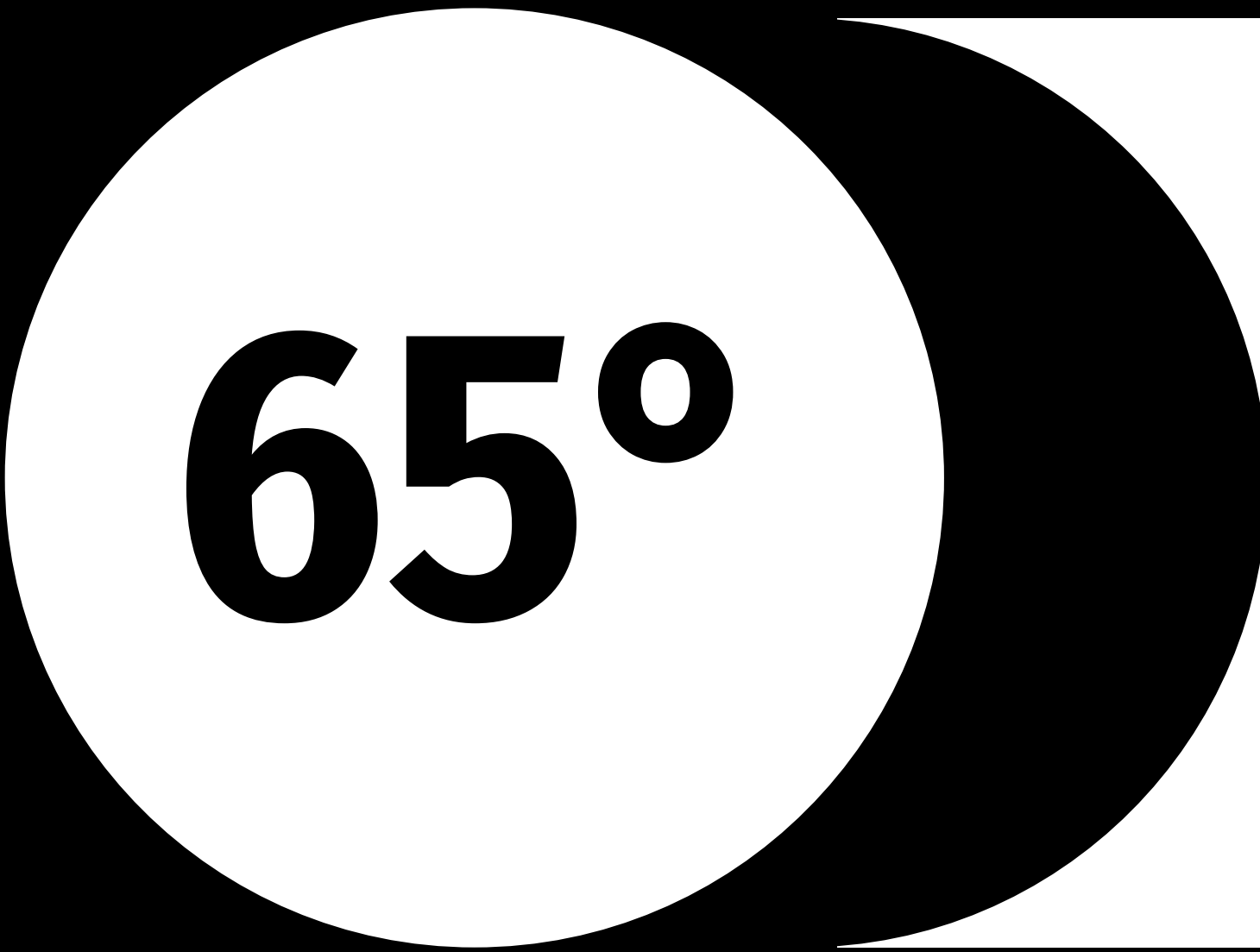
Практический смысл формулы прост: вы определяете две дуги, «смотрящие» на угол, складываете их и делите пополам. Так получается значение угла без лишних построений.

Формула угла внутри круга на примерах дуг

Заметьте: угол равен половине суммы дуг, поэтому при росте суммы растёт и значение угла — линейно и без «сюрпризов».

Точки демонстрируют общий принцип: как только определены две дуги, угол можно получить прямым вычислением, не меняя выбранный случай.

Локальные примеры для правила:
 $(80^\circ, 50^\circ) \rightarrow 65^\circ$, $(70^\circ, 110^\circ) \rightarrow 90^\circ$, $(60^\circ, 100^\circ) \rightarrow 80^\circ$.



65°

Дуги 80° и 50° складываются: $80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$. Затем $130^\circ : 2 = 65^\circ$, что и даёт искомый угол.

Сумма дуг делится
пополам, чтобы
получить величину
угла.

Решение по правилу половины суммы дуг для
пересечения хорд внутри круга.

Сравнение формул для углов в окружности

Сопоставьте случай с геометрией чертежа: положение вершины определяет, работает сумма или разность дуг.

Ключевой ориентир — конфигурация на рисунке: внутри — сумма дуг, вне — разность, а для вписанного угла достаточно одной дуги.

Случай	Линии	Связь с дугами
Вписанный угол	стороны — хорды	половина дуги
Вершина внутри	хорды пересекаются	половина суммы двух дуг
Вершина вне	секущие/ касательные	половина разности двух дуг

Обобщение правил темы «Окружность» (школьная геометрия).

Угол с вершиной вне круга

Если вершина угла находится вне круга, возможны три типичные конфигурации: две секущие, секущая и касательная, либо две касательные. В каждом случае стороны «смотрят» на окружность по-разному.

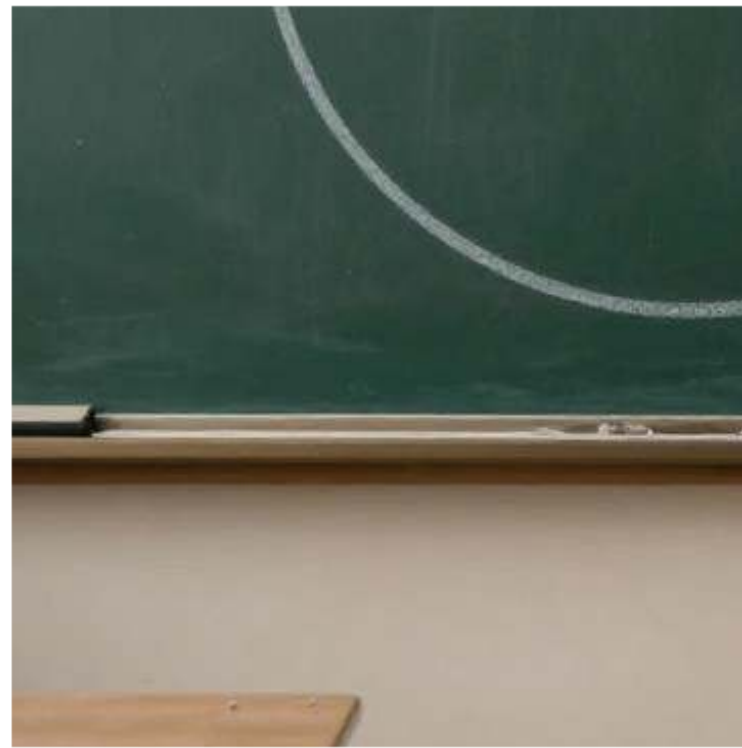
Величина внешнего угла выражается как половина разности соответствующих дуг. Сначала выбирают большую дугу и меньшую дугу, затем находят их разность.

Такой порядок нужен, чтобы знак разности был «правильным» и ответ соответствовал геометрии чертежа. После вычисления полезно сопоставить результат с рисунком: внешний угол всегда больше внутреннего в выбранной паре дуг.

Секущая и касательная как частный внешний случай

Если из внешней точки проведены касательная и секущая, угол между ними измеряется через дуги, на которые опираются стороны угла. Формула имеет вид: половина разности соответствующих дуг.

Например, большая дуга равна 150° , а меньшая — 30° . Тогда разность дуг составляет 120° , и угол равен $120^\circ : 2 = 60^\circ$. Такой прием часто встречается в задачах с одной касательной.



Формула угла вне круга на числовых примерах

Во всех примерах дуги отмечены так, что берут большую и меньшую, а затем находят их разность и делят пополам. Это и дает величину внешнего угла.

Сравнение значений показывает один принцип: при фиксированном порядке дуг величина внешнего угла пропорциональна разности дуг, независимо от того, какие линии образуют угол.

Собственные учебные примеры по теме «Углы с вершинами внутри и вне круга», дата: 14.05.2026

Связь с вертикальными и смежными углами

Когда хорды пересекаются внутри круга, возникают вертикальные углы. Они равны между собой, поэтому один вычисленный угол обычно достаточно для контроля остальных в той же паре.

При этом смежные углы образуют в сумме развернутый угол. В указанной конфигурации их сумма равна 180° , что позволяет быстро проверить вычисления без дополнительных формул.

Эти свойства полезны именно на этапе проверки: если вычисленный угол не согласуется с равенством вертикальных или суммой смежных, значит, выбрана неверная дуга или перепутаны случаи «внутри/вне».

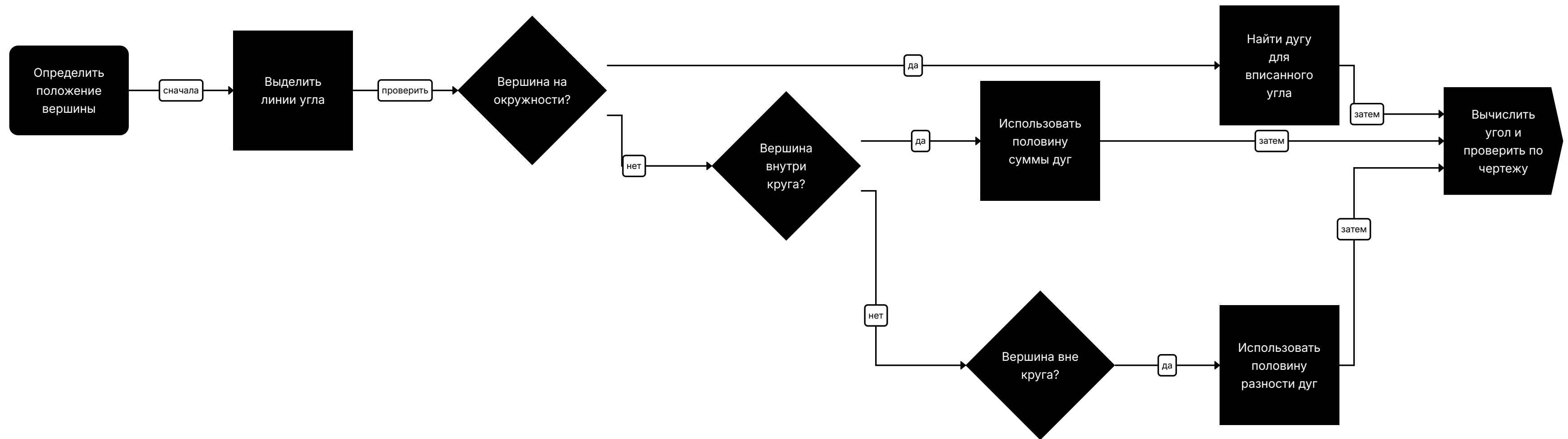
Знание вертикальных и смежных углов помогает и в многошаговых задачах: после нахождения одного угла вы находите соседние углы, не возвращаясь к работе с дугами каждый раз.

Типичные ошибки при решении задач

- Одна из самых частых ошибок — выбрать не ту дугу: берут дугу «между сторонами» неверно или сравнивают не ту пару значений. Отсюда получается неправильная разность либо сумма дуг.
- Другая распространенная проблема — смешение операций: для внешнего угла применяют разность дуг, а для случая внутри круга — сумму двух дуг. Центральный угол нельзя подставлять вместо дуги в этих правилах.
- Наконец, легко упустить положение вершины: внутри круга формула работает как половина суммы дуг, вне круга — как половина разности дуг, а вписанный угол всегда равен половине дуги. Контрольный ориентир — тип вершины.

Алгоритм решения задач на углы в окружности

Пошаговая схема выбора формулы и проверки ответа по чертежу



Мини-практикум по теме

► Решите три задачи, применяя единую логику: сначала выбирают формулу по положению вершины, затем работают с соответствующими дугами и делят на 2.

► Во всех строках схема повторяется: дуги выбирают по сторонам угла, затем выполняют половину суммы (внутри) или половину разности (вне).

Случай	Дуги	Ответ угла
Две хорды внутри	70° и 110°	90°
Вершина вне круга	140° и 60°	40°
Касательная и секущая	150° и 30°	60°

Собственные тренировочные примеры по теме, дата: 14.05.2026

Почему важны точные обозначения на чертеже

01

Обозначения точек A, B, C, D, а также аккуратное указание дуг и типов прямых снижают риск неверного выбора формулы. В задачах важно отличать хорду от секущей и касательной по количеству точек пересечения.

02

Одна и та же внешняя точка может создавать разные конфигурации в зависимости от того, какая линия касается окружности, а какая пересекает её. Поэтому неверно подписанные точки часто приводят к ошибке в подборе дуги и, как следствие, к неверному углу.

Три формулы одной темы

На одной диаграмме видно, что различия формул определяются только положением вершины и тем, какие дуги относятся к сторонам угла.

Увидев конфигурацию, легко выбрать «операцию с дугами»: вписанный — одна дуга, внутренний — сумма, внешний — разность. Тогда вычисления становятся системными и проверяемыми.

Обобщение школьных правил из раздела «Окружность», дата: 14.05.2026

Как тема используется в экзаменационных задачах



Навык выбора формулы по положению вершины

Положение вершины угла относительно окружности определяет вычисления: внутри круга используют сумму дуг, вне круга — разность дуг, а вписанный угол равен половине дуги. Эта система формул объединяет всю тему.