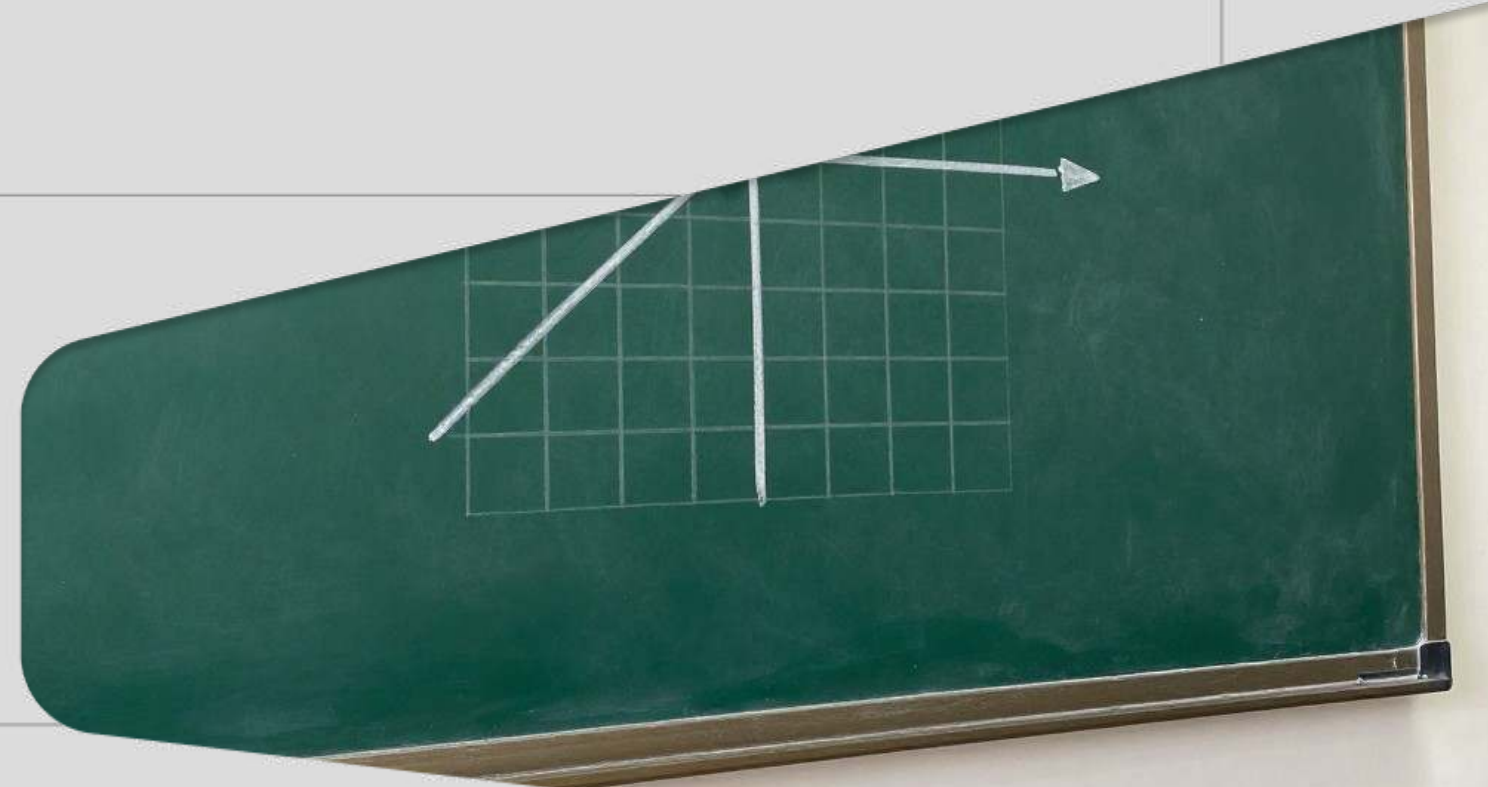




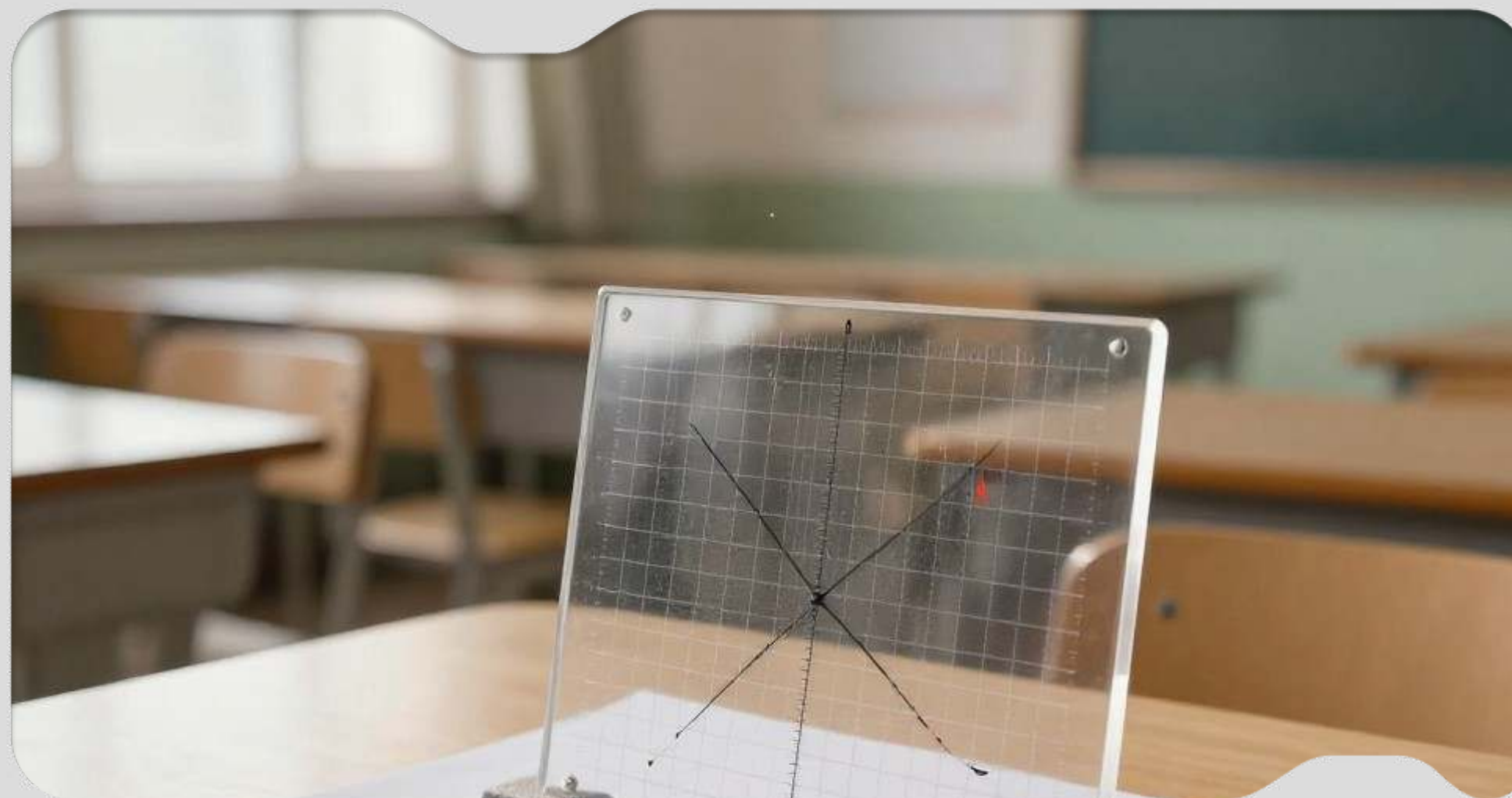
Формулы для вычисления координат точки

Координаты $(x; y)$ помогают точно находить положение точек и проверять решения на плоскости.



Геометрия координат в 9 классе

Координатный метод связывает геометрию и алгебру: многие задачи решаются вычислениями, даже без чертежа. В 9 классе учащиеся находят середину и точки деления, строят симметричные точки и проверяют расположение фигур.



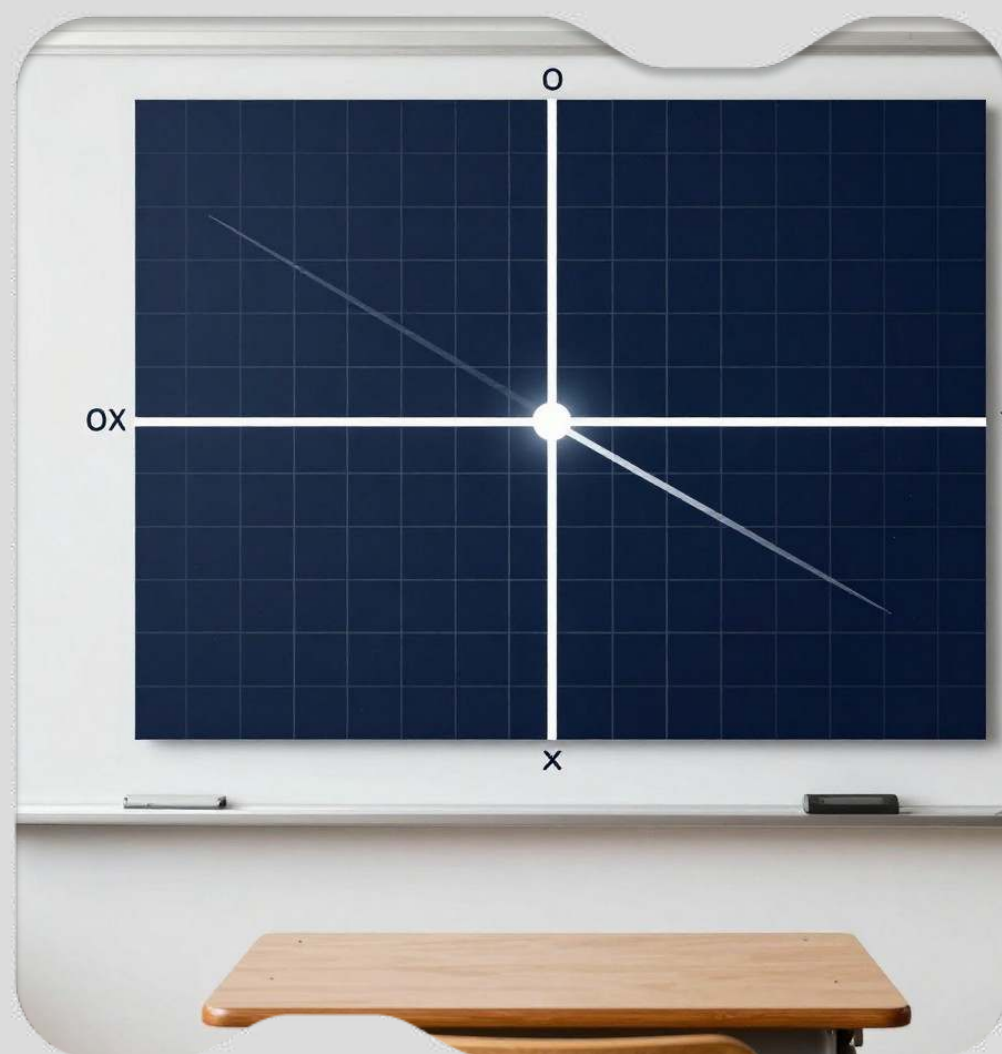
Координатная плоскость и запись точки

Ось OX — горизонтальная, ось OY — вертикальная. Эти оси образуют координатную плоскость, где каждая точка определяется парой значений относительно начала координат O .

Первая координата точки называется абсциссой (x), вторая — ординатой (y). Точка записывается как $A(x; y)$, и порядок чисел менять нельзя: сначала x , затем y .

Значения x и y могут быть положительными, отрицательными или равными нулю. Знак показывает, по какую сторону от соответствующей оси находится точка на плоскости.

Как определяется положение точки на плоскости



Вертикаль и горизонталь

Чтобы найти точку на координатной плоскости, проводят вертикальную прямую через значение x и горизонтальную — через значение y . Их пересечение и даёт нужную точку. Такой способ сразу связывает числа со “своим местом” на рисунке.

Подписи и знаки на схеме

На схеме обычно отмечают оси Ox и Oy , начало координат O , единичные деления и саму точку с координатами. Удобно показывать примеры для первой четверти и для точек с отрицательными значениями, чтобы лучше понимать влияние знаков.

Знаки координат в четырёх четвертях

Четверти различаются только знаками координат: сочетание знаков помогает быстро понять, где находится точка.

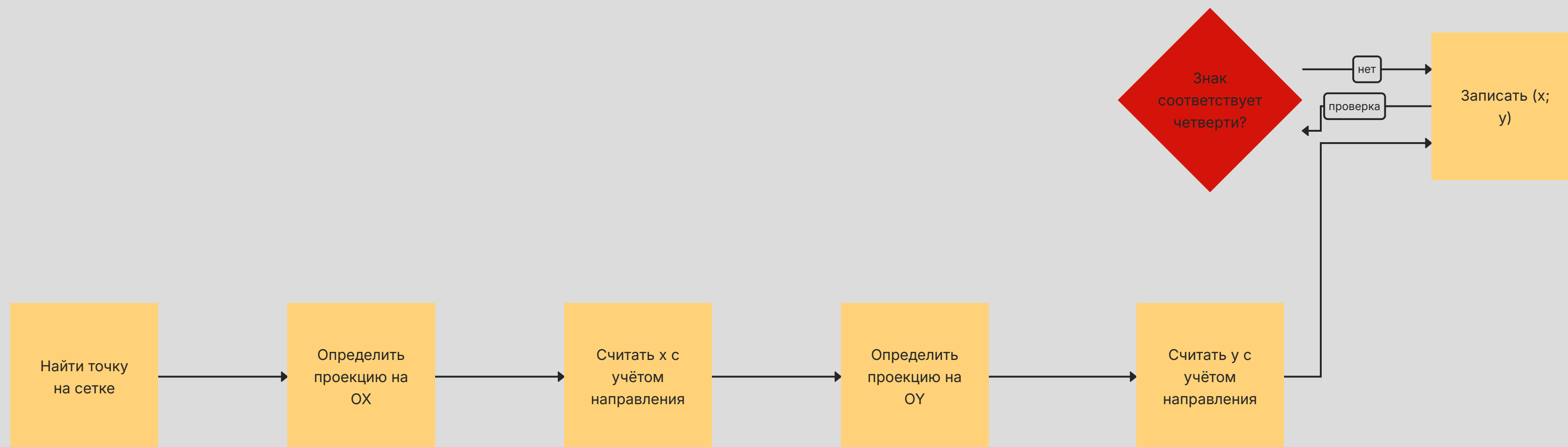
Знак x зависит от положения относительно оси OY , а знак y — относительно оси OX ; по ним легко определить четверть.

Четверть	(x ; y)
I	(+; +)
II	(-; +)
III	(-; -)
IV	(+; -)

Школьная координатная плоскость

Алгоритм нахождения координат точки по рисунку

Порядок действий, чтобы получить пару чисел $(x; y)$ и не ошибиться со знаками.



Знаки координат в зависимости от четверти



Обобщение правил школьной координатной плоскости

По столбикам видно, что каждой четверти соответствует свой неизменный набор знаков. Это снижает риск перепутать “плюс” и “минус”.

Если при чтении координат знак не совпадает с четвертью, значит, допущена ошибка в отсчёте по одной из осей. Такой контроль помогает исправлять решения быстрее.

2

**При делении суммы
концов пополам
получается среднее
арифметическое
координат**

Школьный курс геометрии (координаты
точки, середина отрезка)

Значение “2” появляется в формуле
середины: обе координаты
усредняются, поэтому точка
середины всегда лежит между
концами.

Пример вычисления середины отрезка

.01

Даны точки A(2; 6) и B(8; 2). По формуле середины находим координаты середины M: x и y вычисляются как средние арифметические соответствующих координат концов отрезка.

• **.02**

Для координаты x: $(2 + 8) / 2 = 5$. Это число показывает, что середина расположена ровно посередине по горизонтали между значениями абсцисс точек A и B.

• **.03**

Для координаты y: $(6 + 2) / 2 = 4$. Получаем M(5; 4), причём середина всегда находится между концами и делит отрезок на две равные части.

Середина отрезка на координатной плоскости



На рисунке отмечают точки А и В, проводят отрезок АВ и выделяют его середину М. Координаты М выписываются рядом с точкой, чтобы было видно, как числа связаны с её положением на сетке.

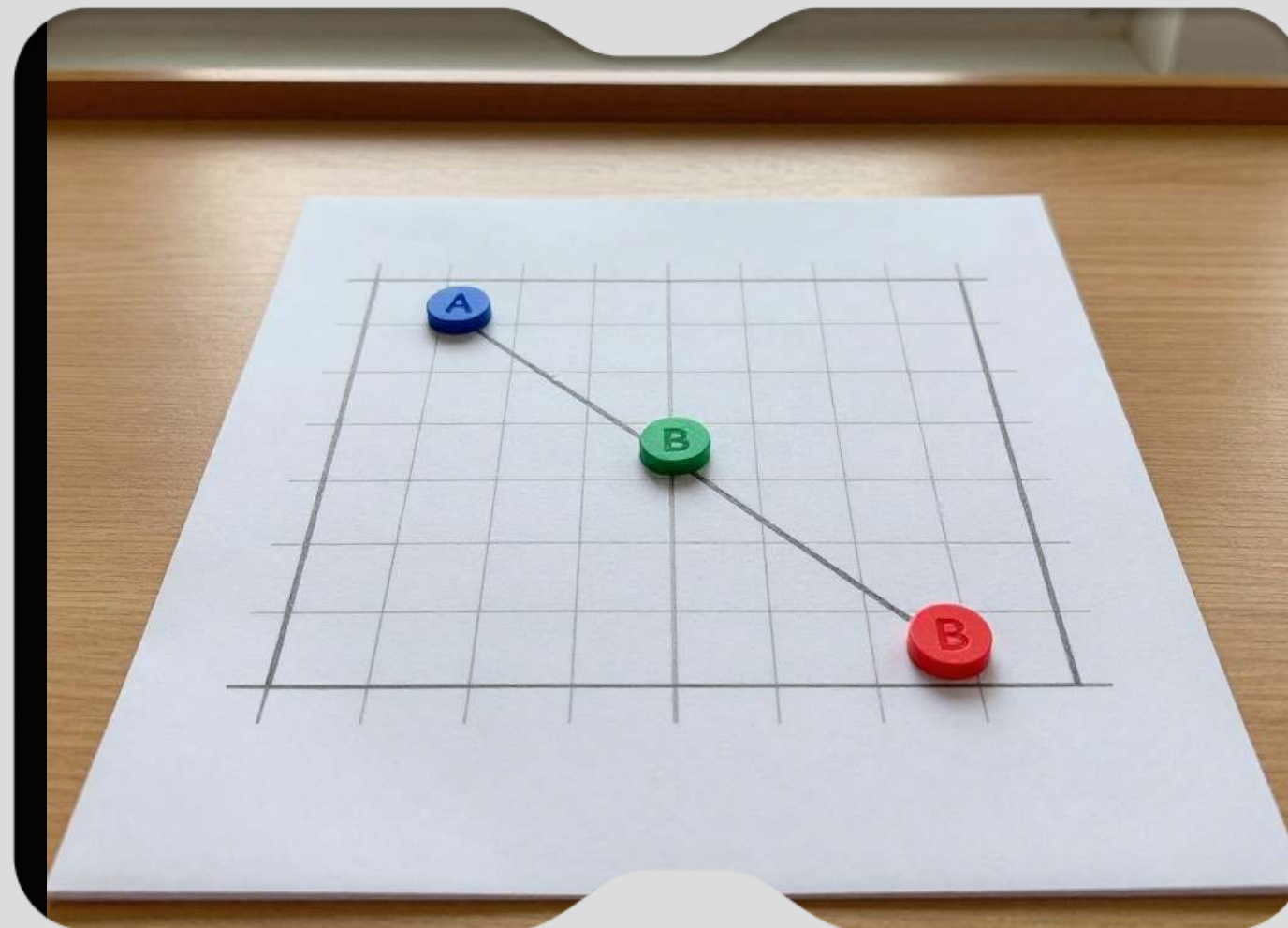


Схема показывает главный смысл формулы: середина получается усреднением координат точек А и В. В результате точка М оказывается “посередине” отрезка и равноудалена от его концов по прямой АВ.

Формула деления отрезка в заданном отношении

Объект	Обозначения	Формула
Концы отрезка	$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$	—
Точка P	делит AB в отношении $m:n$	$x = (n \cdot x_1 + m \cdot x_2) / (m + n)$
Координата y	—	$y = (n \cdot y_1 + m \cdot y_2) / (m + n)$

Если точка P делит отрезок AB в отношении $m:n$, то её координаты выражаются через координаты концов отрезка A и B. Эти формулы позволяют быстро вычислять P и проверять результат по рисунку.

Чем больше m , тем больше «вес» точки B в формуле, поэтому точка P оказывается ближе к B (а не к A).

Школьный курс геометрии, 9 класс.

Как отношение деления влияет на положение точки



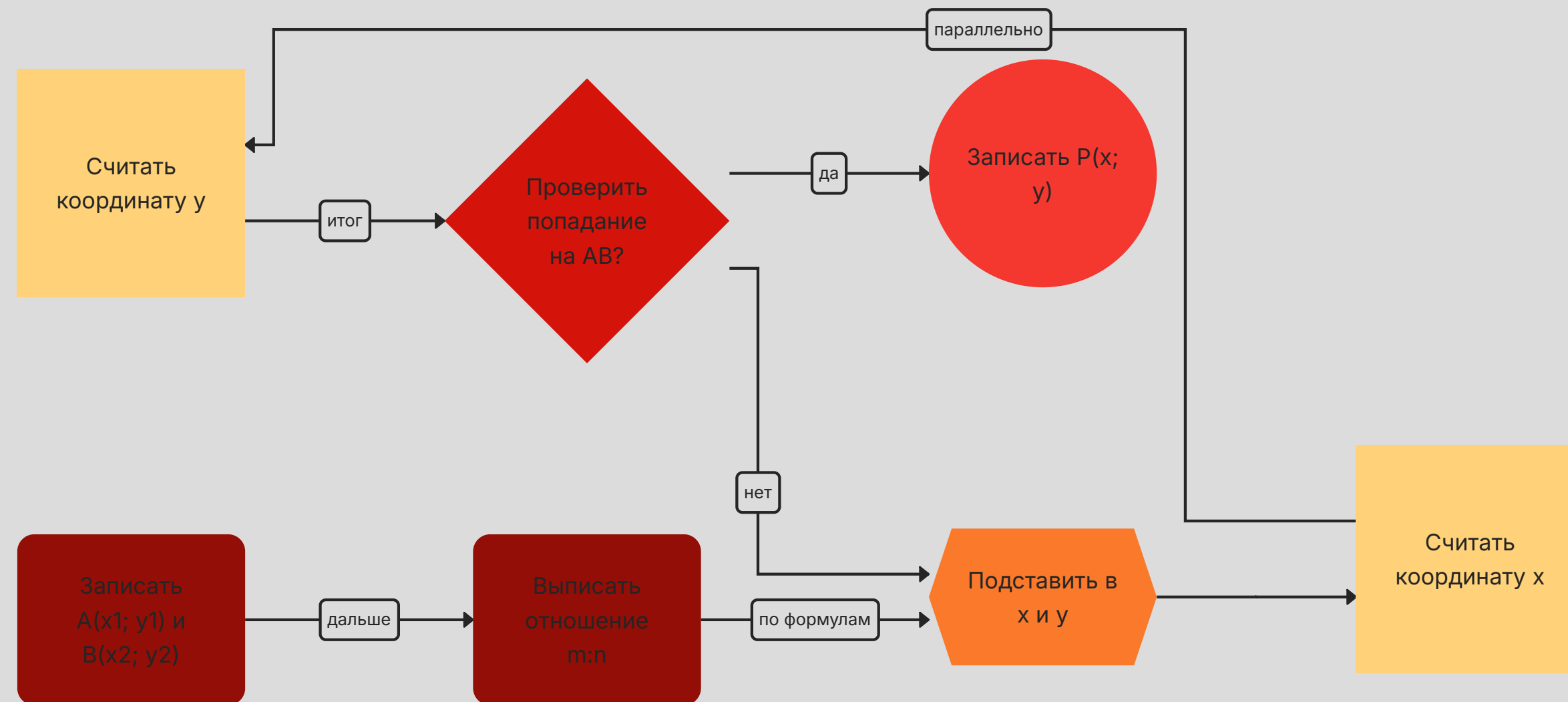
Отношение $m:n$ можно увидеть через параметр $t=m/(m+n)$: при росте m значение t увеличивается, и точка P «сдвигается» к B.

Когда $m:n$ меняется, координаты точки P перестраиваются сразу: 1:2 даёт более близкое положение к A, а 2:1 — к B.

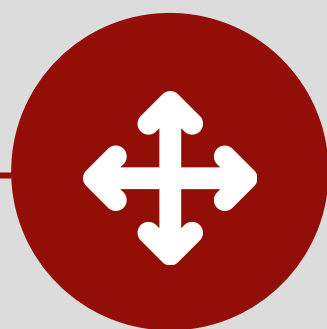
Школьный курс геометрии, 9 класс (параметр t получен из формулы деления).

Пошаговый алгоритм нахождения точки деления

Порядок вычислений опирается на формулы координат точки P при заданном отношении $m:n$.

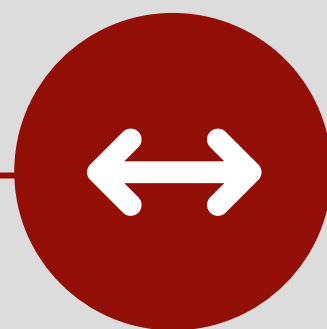


Симметрия: как меняются знаки координат



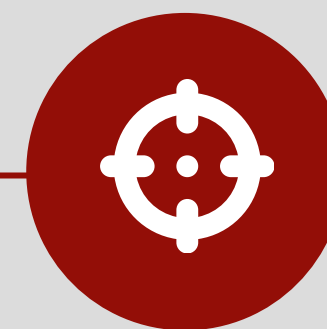
Относительно оси OX

При симметрии относительно OX меняется знак ординаты: $(x; y)$ превращается в $(x; -y)$. Абсцисса остаётся прежней, поэтому точка отражается «по вертикали».



Относительно оси OY

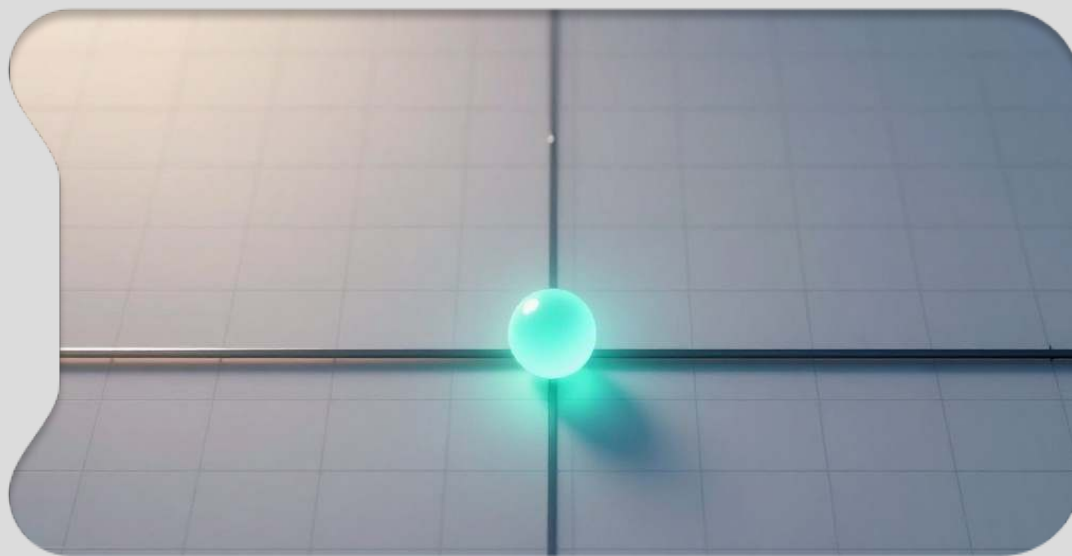
При симметрии относительно OY меняется знак абсциссы: $(x; y)$ превращается в $(-x; y)$. Ордината сохраняется, и отражение происходит «по горизонтали».



Относительно начала координат

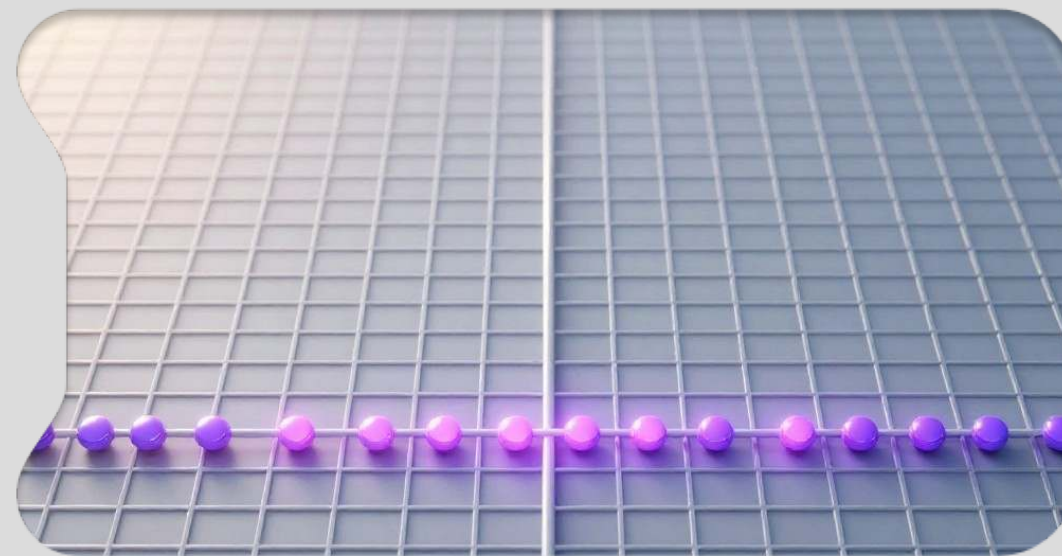
При симметрии относительно начала координат меняются оба знака: $(x; y)$ превращается в $(-x; -y)$. Точка оказывается в диаметрально противоположном направлении.

Как «видно» симметрию на координатной сетке



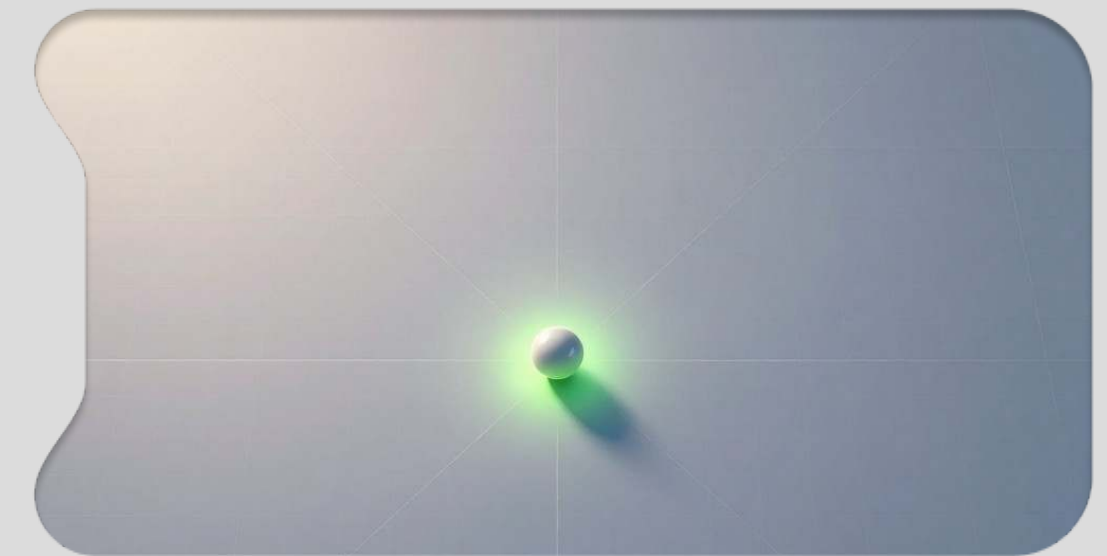
Отражение по оси Ox : знак «переворачивается»

Точка остаётся на той же вертикали, но переносится выше или ниже оси. На рисунке это сразу видно по подписи y : вместо отрицательного значения появляется положительное, а x не меняется.



Отражение по оси Oy : знак «переселяется» влево и вправо

Здесь точка движется влево или вправо симметрично оси. Подписи координат помогают: x меняет знак на противоположный, а y остаётся таким же, как у исходной точки.



Симметрия относительно начала координат: противоположный «угол»

Если соединить исходную точку и её образ с центром координат, получится линия через начало. Оба знака становятся противоположными, поэтому образ оказывается в третьем или первом квадранте относительно исходного.

Основные формулы по теме координат точки

В одной таблице собраны формула середины отрезка, формула деления в отношении $m:n$ и правила симметрии. Для каждой ситуации указано, как изменяются координаты при вычислении.

Все формулы сводятся к простым действиям с числами: среднее, взвешенное среднее и смена знаков. Это упрощает вычисления и проверку ответов.

Ситуация	Формула	Что меняется
Середина отрезка	$M((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2)$	берём среднее
Деление $m:n$	$P((n \cdot x_1 + m \cdot x_2)/(m+n); (n \cdot y_1 + m \cdot y_2)/(m+n))$	взвешенное среднее
Симметрия	$OX: (x; -y), OY: (-x; y), O: (-x; -y)$	смена знака

Школьный курс геометрии, 9 класс.

Как выбрать нужную формулу в задаче



Школьный курс геометрии, 9 класс (классификация задач по типу результата).

В условии обычно встречаются ключевые слова: «середина», «делит в отношении $m:n$ » или «симметричен относительно». По ним сразу выбирают формулу.

Когда вы сопоставляете формулировку условия с типом результата, ошибки выбора формулы сокращаются, а вычисления становятся быстрее и аккуратнее.

Типичные ошибки при вычислении координат

.01

Первая ошибка — перепутать порядок координат: вместо $(x; y)$ записать $(y; x)$. Это особенно заметно при подстановке в формулу деления, где каждая координата вычисляется отдельно.

.02

Вторая частая ошибка — потерять знак «минус». При отражении или при попадании точки в другую четверть знак меняется строго по правилу, и без него ответ становится неверным.

.03

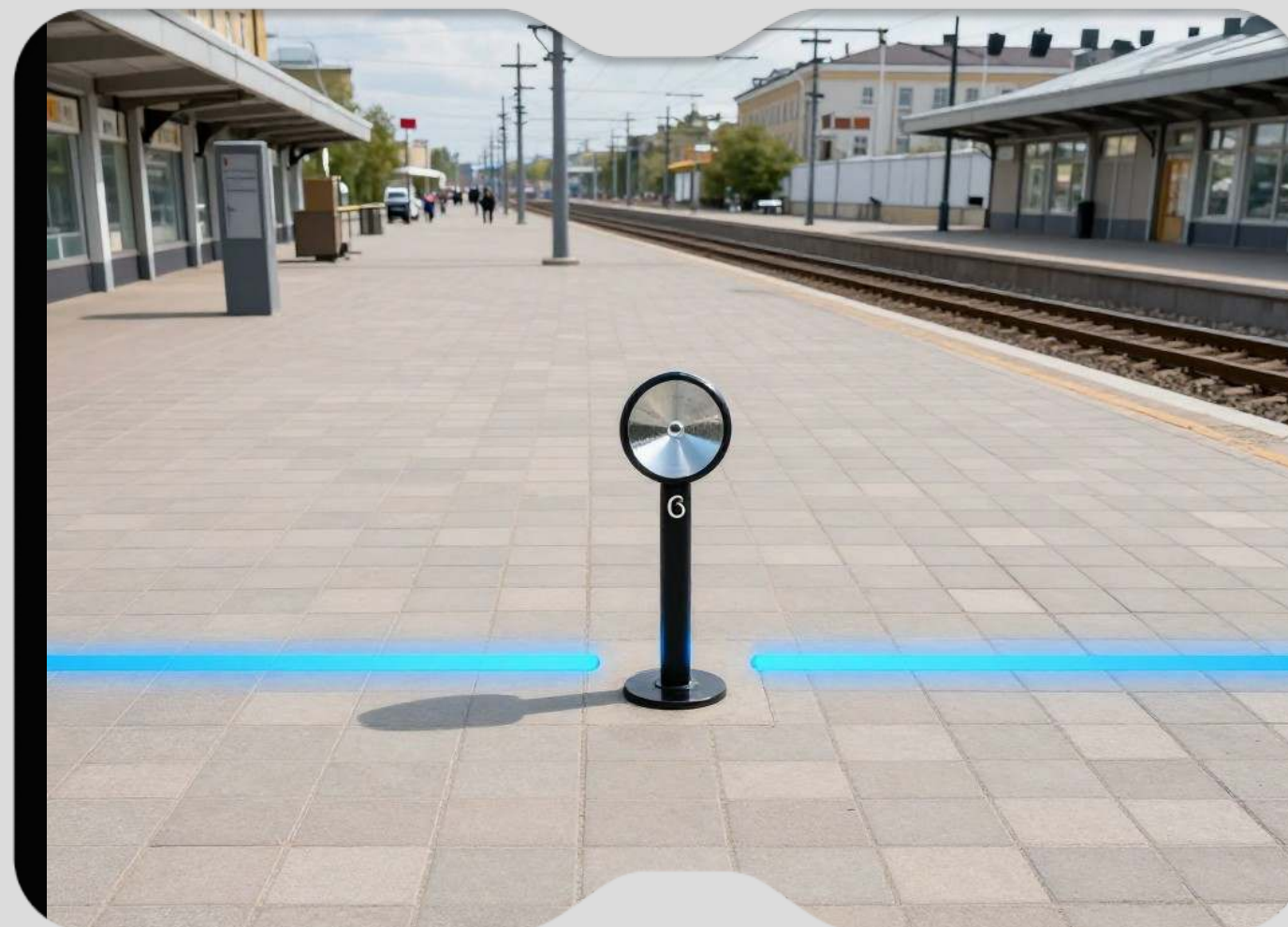
Третья ошибка — неверно применить формулу деления отрезка: перепутать местами m и n или забыть общий знаменатель $(m+n)$. Тогда точка получается «не в том месте» на отрезке.

.04

Ещё одна ошибка — забыть деление на 2 при нахождении середины. Также помогает проверка: сравните результат с рисунком и убедитесь, что точка лежит на отрезке AB .

Координаты в реальных задачах

Координатный метод используют в навигации и картографии: точка на карте задаётся парой чисел, а перемещение и повороты удобно описывать через изменения координат. Так можно точно находить положение объекта.



В компьютерной графике, играх и робототехнике координаты помогают задавать траектории, симметричные построения и движение по сетке. Системный счёт делает переходы предсказуемыми: точка становится «понятной» без рисунка.

Итоги: формулы координат — ваш главный инструмент

Координаты однозначно задают положение точки на плоскости. Формула середины отрезка, деление в отношении $m:n$ и правила симметрии позволяют находить неизвестные точки и быстро проверять решения в 9 классе.