

Прямая и обратная пропорцио нальность

Две зависимости, которые удобно
видеть в таблицах, графиках
и жизненных задачах.





Пропорции вокруг нас

Цена покупок, путь при постоянной скорости, рецепты, работа и масштаб карты — всё это помогает увидеть, как величины связаны между собой.

Прямая пропорциональность: основная идея

1

Изменяются вместе

Если одна величина увеличивается в несколько раз, другая меняется так же. При уменьшении первой величины в два или три раза вторая тоже уменьшается в столько же раз.

2

Формула зависимости

Прямую пропорциональность записывают формулой $y = kx$. Здесь k — постоянное число, которое показывает, во сколько раз одна величина больше другой при выбранных единицах.

3

Постоянное отношение

Для любых подходящих значений отношение y/x остаётся одинаковым. Именно это позволяет быстро проверять, является ли зависимость прямой пропорциональностью, не строя сразу график.

4

График зависимости

График прямой пропорциональности — прямая линия, проходящая через начало координат. По её наклону можно понять, как быстро растёт y при увеличении x .



Таблица значений для прямой пропорциональности

Тетради	Цена за 1	Стоимость
1	40	40
2	40	80
3	40	120
5	40	200

Учебный пример: тетради по 40 рублей

Цена одной тетради постоянна, поэтому общая стоимость растёт вместе с количеством.

Во всех строках цена за единицу не меняется, а стоимость увеличивается пропорционально количеству.

Как растёт стоимость при постоянной цене

На диаграмме легко сравнить, насколько быстро увеличивается итоговая сумма при покупке большего числа тетрадей.

Столбцы растут равномерно: каждый новый товар добавляет одинаковую часть стоимости.



Учебный пример: 1, 2, 3 и 5 тетрадей по 40 рублей

Как распознать прямую пропорциональность

1

Постоянное отношение

Главный признак — одинаковое отношение y/x для любых подходящих значений. Если это отношение сохраняется, зависимость можно считать прямой пропорциональностью.

2

Одинаковое изменение

Когда x увеличивается в n раз, y тоже увеличивается в n раз. Если x уменьшается в два раза, y уменьшается ровно в два раза.

3

Подходящие ситуации

Такая зависимость часто встречается в задачах о цене и количестве товара, пути и времени при постоянной скорости, а также массе одинаковых предметов.

4

Проверка по формуле

Запись $y = kx$ помогает быстро проверить условие. Если можно найти одно постоянное число k для всех пар значений, зависимость действительно прямая.

40

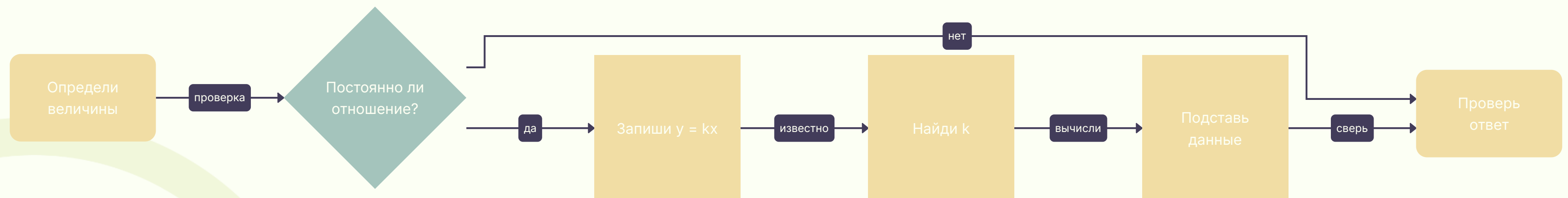
**показывает, сколько
рублей стоит одна
тетрадь в нашем
примере.**

Коэффициент пропорциональности помогает сразу понять связь между величинами и найти неизвестное значение по формуле.

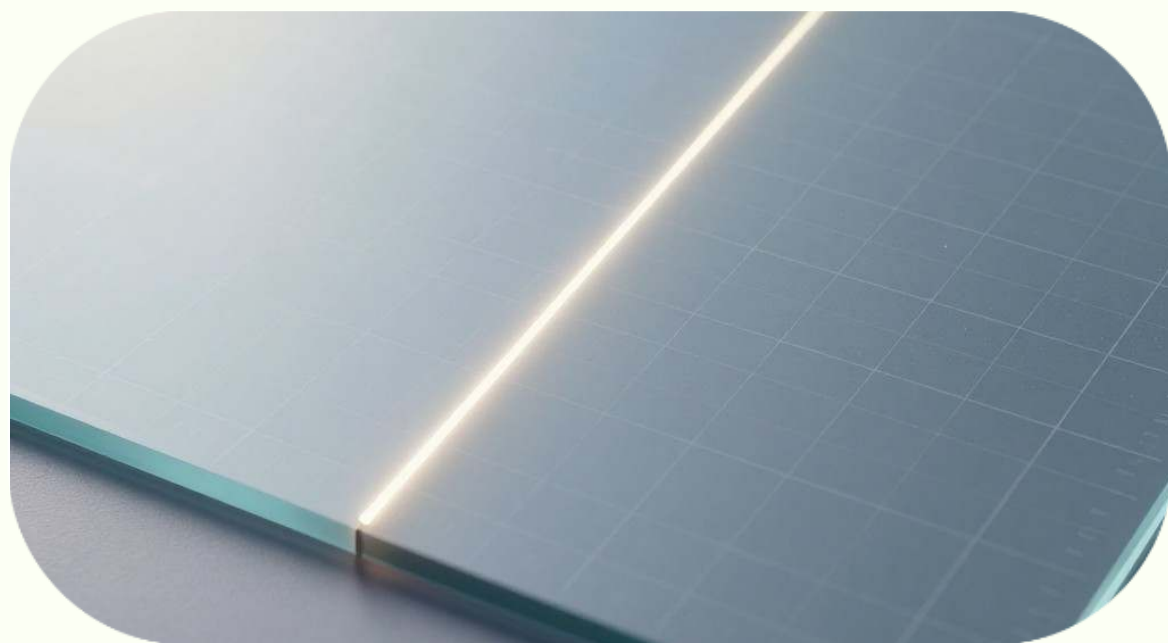
Учебный пример: тетрадь стоит 40 рублей

Как решать задачи на прямую пропорциональность

Пошаговый алгоритм для задач о цене, пути, массе и зарплате

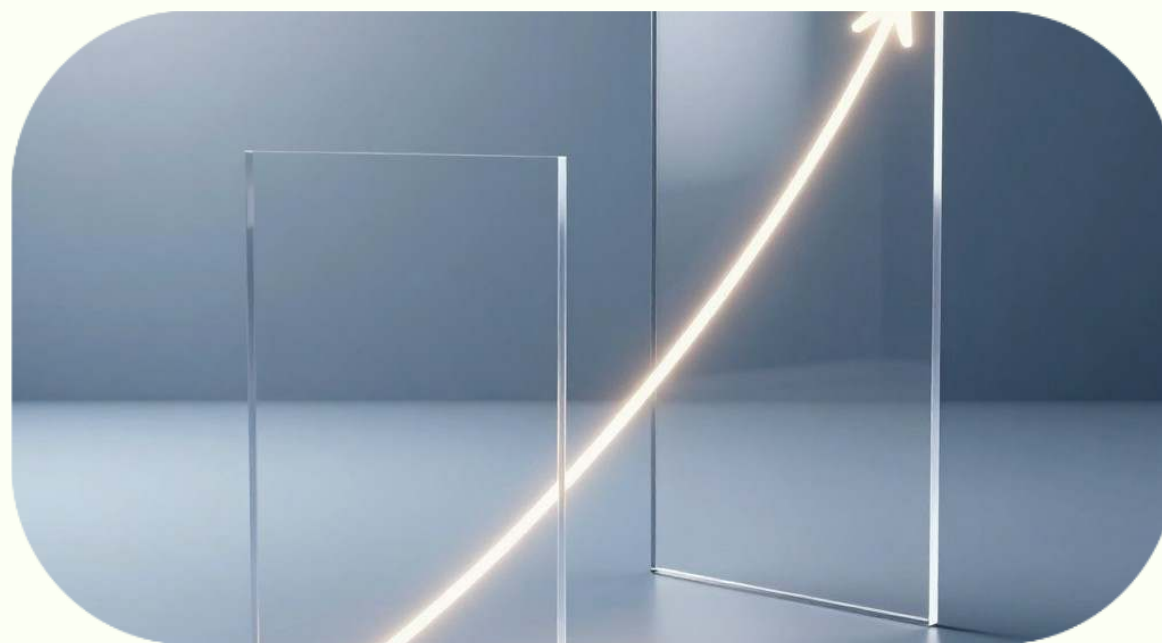


Как выглядит прямая пропорциональность на графике



Линия, идущая из начала координат

График прямой пропорциональности всегда начинается в точке $(0; 0)$. Это значит, что если одна величина равна нулю, то и другая тоже равна нулю. На координатной плоскости такая прямая выглядит очень просто и помогает быстро заметить связь между величинами.



Чем больше k , тем круче подъём

Две прямые могут выглядеть похожими, но подниматься по-разному. Если коэффициент k больше, линия идёт круче вверх, а значение y растёт быстрее. Поэтому графики $y = 2x$ и $y = 4x$ удобно сравнивать на одной плоскости.



График как подсказка для задачи

По графику удобно оценивать, как изменяется величина без долгих вычислений. Достаточно посмотреть, насколько быстро поднимается прямая, и сделать вывод о скорости роста. Это особенно полезно в задачах про цену, расстояние и массу.

Обратная пропорциональность: основная идея

1

Изменяются в разные стороны

Если одна величина увеличивается в два раза, другая уменьшается в два раза. При увеличении первой величины в четыре раза вторая уменьшается в четыре раза.

2

Формула зависимости

Обратную пропорциональность записывают формулой $y = k/x$. Здесь k остаётся постоянным для одной и той же ситуации, а значения величин меняются в противоположных направлениях.

3

Постоянное произведение

Для такой зависимости произведение $x \cdot y$ остаётся одинаковым. Это главный признак, который помогает отличить обратную пропорциональность от просто убывающей зависимости.

4

Где встречается

Эта модель полезна в задачах о числе рабочих и времени выполнения работы, скорости и времени на одинаковый путь, а также о делении продукта на порции.

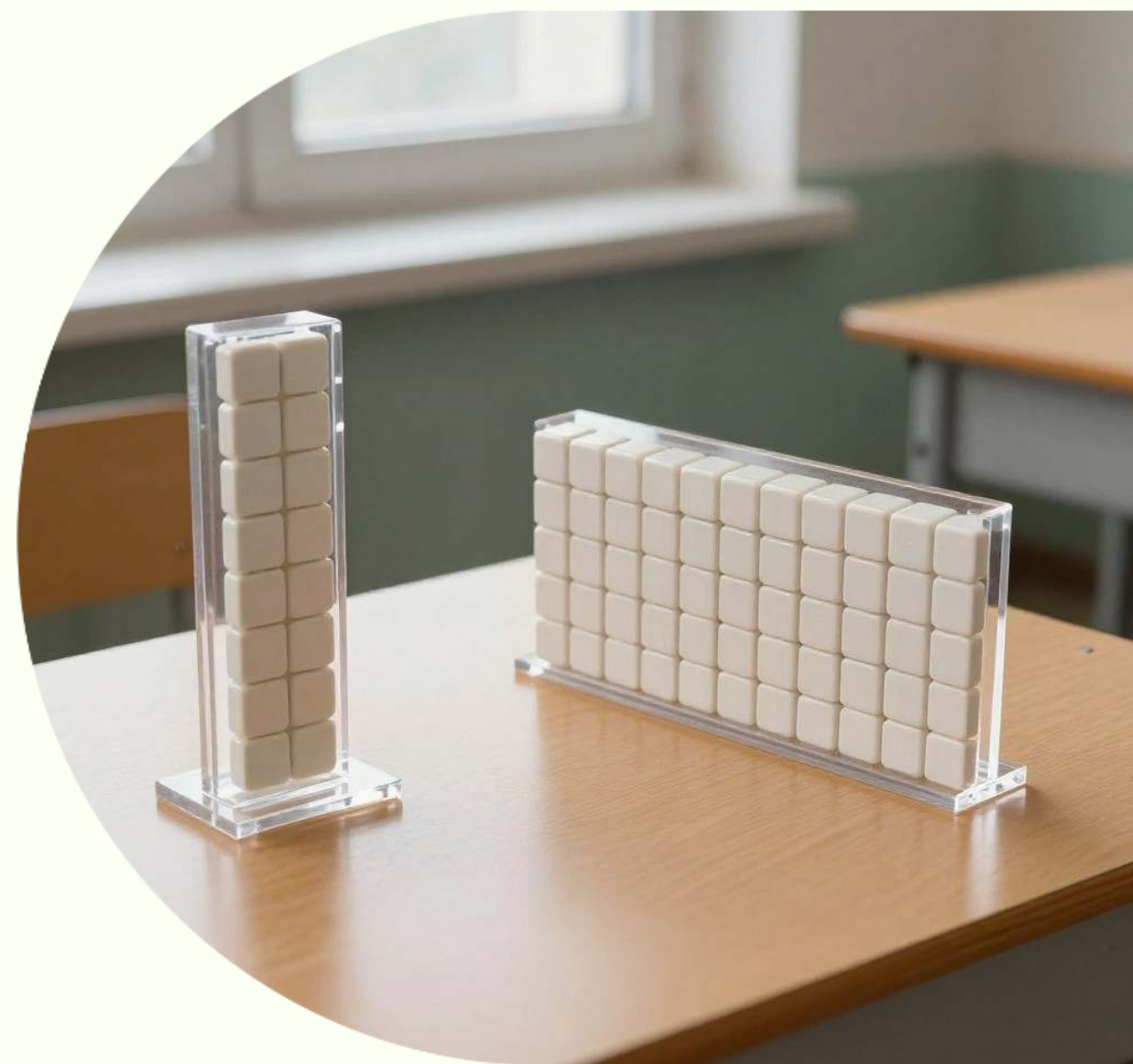


Таблица значений для обратной пропорциональности

Рабочие	Часы	Произведение
2	12	24
3	8	24
4	6	24
6	4	24

Число рабочих, время выполнения и произведение величин в одной и той же задаче.

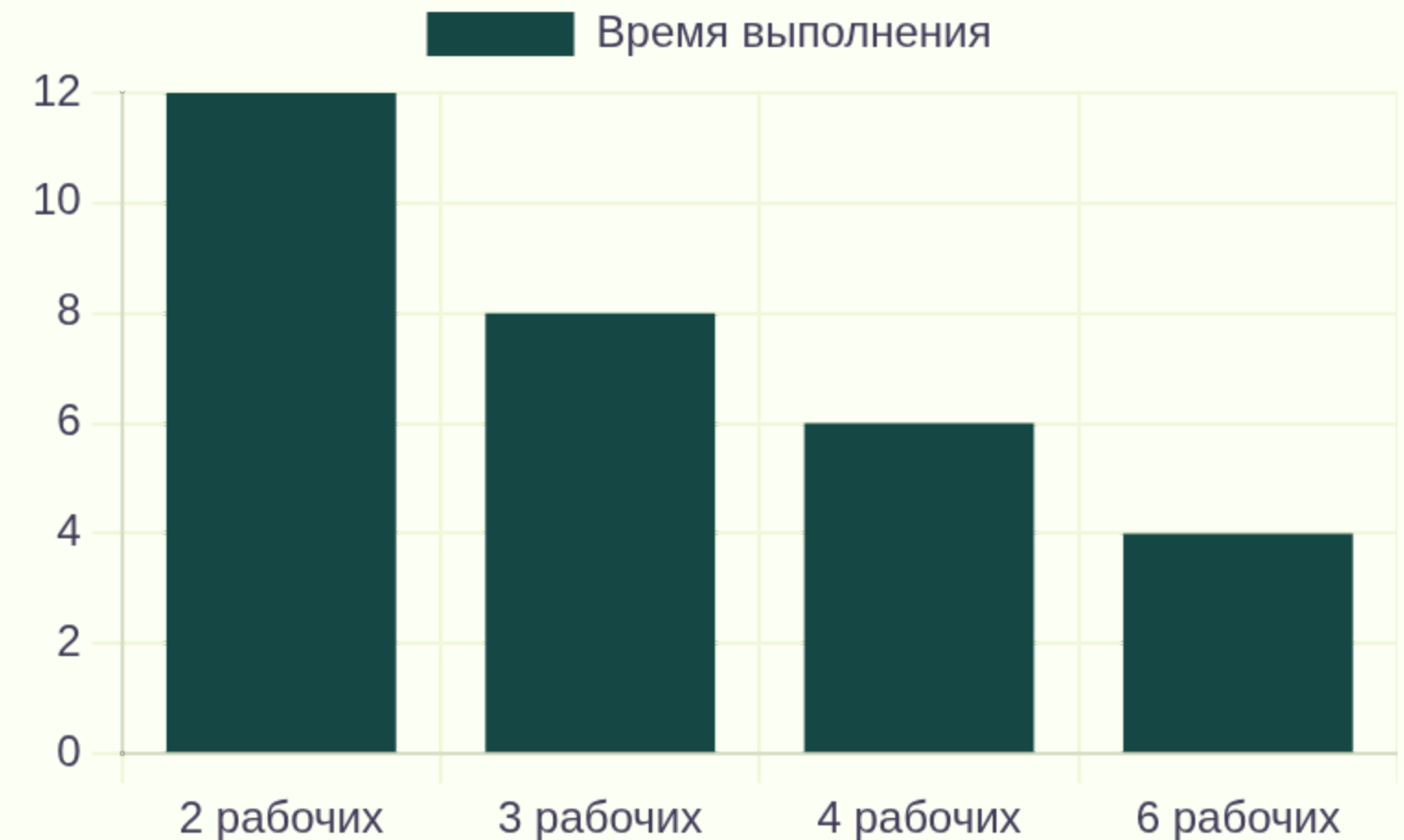
Произведение $x \cdot y$ не меняется, значит зависимость обратная: больше рабочих — меньше времени.

Учебный пример для проверки обратной пропорциональности.

Как уменьшается время при росте числа рабочих

Каждая следующая колонка короче предыдущей: работа выполняется быстрее, когда работников становится больше.

Данные показывают устойчивое уменьшение времени при увеличении числа рабочих, что соответствует обратной пропорциональности.



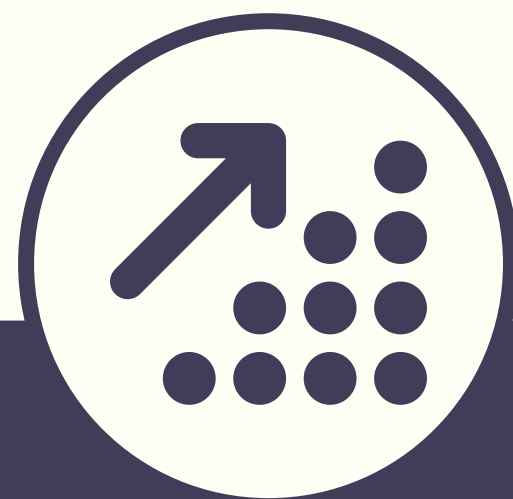
Учебный пример: 2 рабочих — 12 ч, 3 — 8 ч, 4 — 6 ч, 6 — 4 ч.

Признаки обратной пропорциональности



Постоянное произведение

Если величины связаны обратно, их произведение остаётся одинаковым во всех верных парах значений. Это главный признак, по которому удобно проверять задачу.



Одна растёт, другая уменьшается

Когда первая величина увеличивается в несколько раз, вторая уменьшается во столько же раз. Изменения идут в противоположные стороны, а не вместе.



Подходит для времени

Такой вид связи часто встречается в задачах о работе, пути и распределении ресурсов. Чем больше участников или скорость, тем меньше времени нужно.

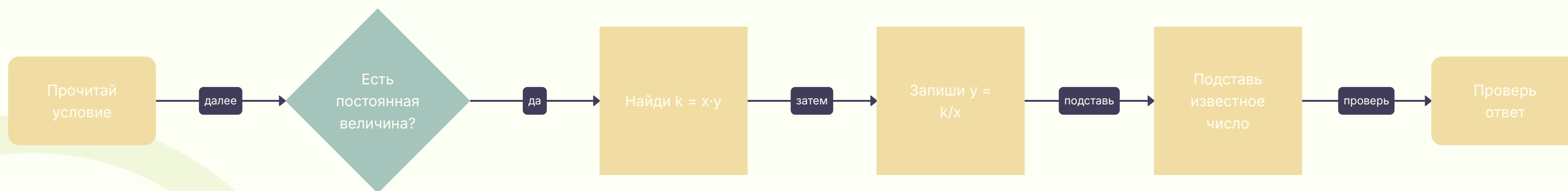


Не путать с убыванием

Если график просто идёт вниз, этого недостаточно. Нужно обязательно проверить условие постоянного произведения, иначе зависимость нельзя называть обратной пропорциональностью.

Пошаговый разбор задачи на обратную пропорциональность

Алгоритм основан на постоянном произведении величин в одной и той же ситуации.



Две ситуации — два разных правила



Тетради и цена

У Лены в корзине сначала одна тетрадь, потом две, затем три. Если цена за одну тетрадь не меняется, общая стоимость растёт вместе с количеством покупок. Здесь обе величины движутся в одну сторону, поэтому это прямая пропорциональность.



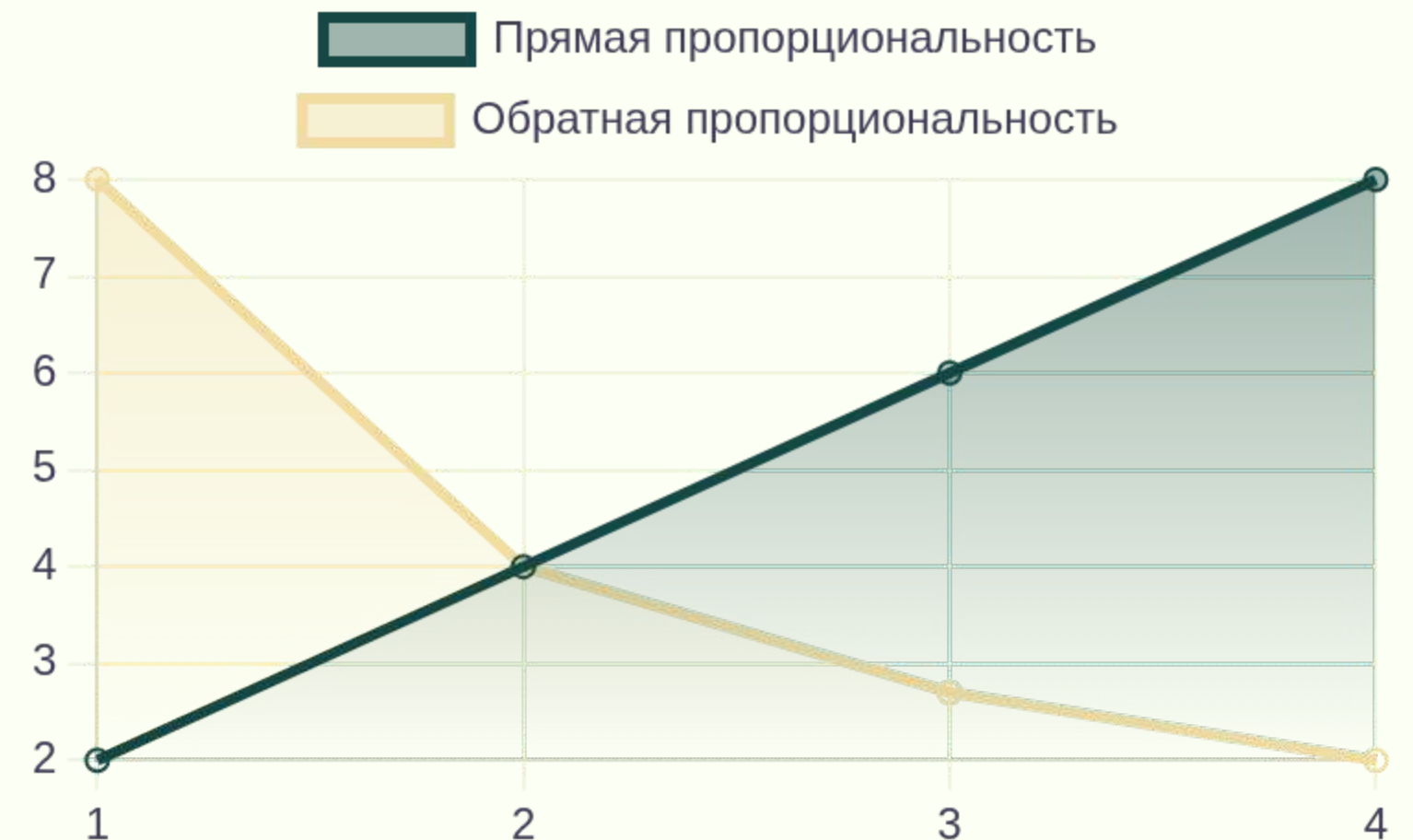
Рабочие на строительстве

На стройке бригада из двух человек успевает медленнее, чем бригада из четырёх. Работа одна и та же, а времени требуется меньше, когда людей больше. В этой ситуации величины меняются в разные стороны, значит зависимость обратная.

Сравнение двух зависимостей на графиках

Обе зависимости можно изобразить на координатной плоскости, но вид линий у них разный.

Прямая пропорциональность даёт возрастающую прямую, а обратная — убывающую кривую; по графику легко отличить формулы.



Схематические учебные данные для сравнения вида графиков.

Типичные ошибки при определении зависимости

1

Смотрят только на спад

Убывание ещё не означает обратную пропорциональность. Нужно проверить, меняются ли величины по строгому правилу, а не просто уменьшаются на глаз.

2

Не проверяют отношение

Для прямой зависимости важно отношение y/x . Если оно не одинаково в разных парах, формула $y = kx$ не подходит к задаче.

3

Забывают про произведение

Для обратной зависимости проверяют произведение $x \cdot y$. Когда оно не остаётся постоянным, зависимость нельзя считать обратной пропорциональностью, даже если график убывает.

4

Путают модель и пример

Иногда в задаче есть числа, но нет пропорциональности. Всегда нужно смотреть на условие: одинаковая ли цена, работа, расстояние или другой постоянный фактор.



Мини-проверка: какая зависимость верна

Ситуация	Тип	Причина
Цена и количество	Прямая	Постоянная цена
Рабочие и время	Обратная	Объём работы
Скорость и время	Обратная	Одно расстояние

Ситуация, тип зависимости и краткое объяснение, почему именно так.

Тип зависимости определяется не по внешнему виду чисел, а по смыслу условия и проверяемой величине.

Учебные примеры из задач на пропорциональность.

Где встречается пропорциональность



География

Масштаб карты показывает, как небольшое расстояние на бумаге соответствует большому расстоянию на местности. Это помогает читать карты и планы.



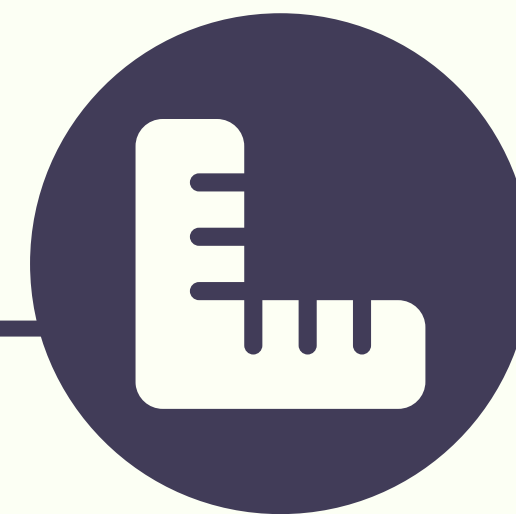
Физика

В физических задачах часто сравнивают скорость, время, расстояние и другие величины. Пропорциональные связи упрощают расчёты и помогают проверять результат.



Рецепты

Если нужно приготовить больше порций, количество продуктов тоже увеличивается. Такие пропорции удобно использовать на кухне и при составлении списка покупок.



Технология и математика

При переводе единиц, расчёте материалов и построении чертежей пропорции помогают точно определить нужное значение и избежать лишних ошибок.



Пропорциональность — удобный язык для сравнения величин

Прямая и обратная пропорциональность помогают быстро понимать таблицы, графики и жизненные ситуации. Если помнить формулы и проверять постоянную величину, задачи решаются гораздо увереннее.