

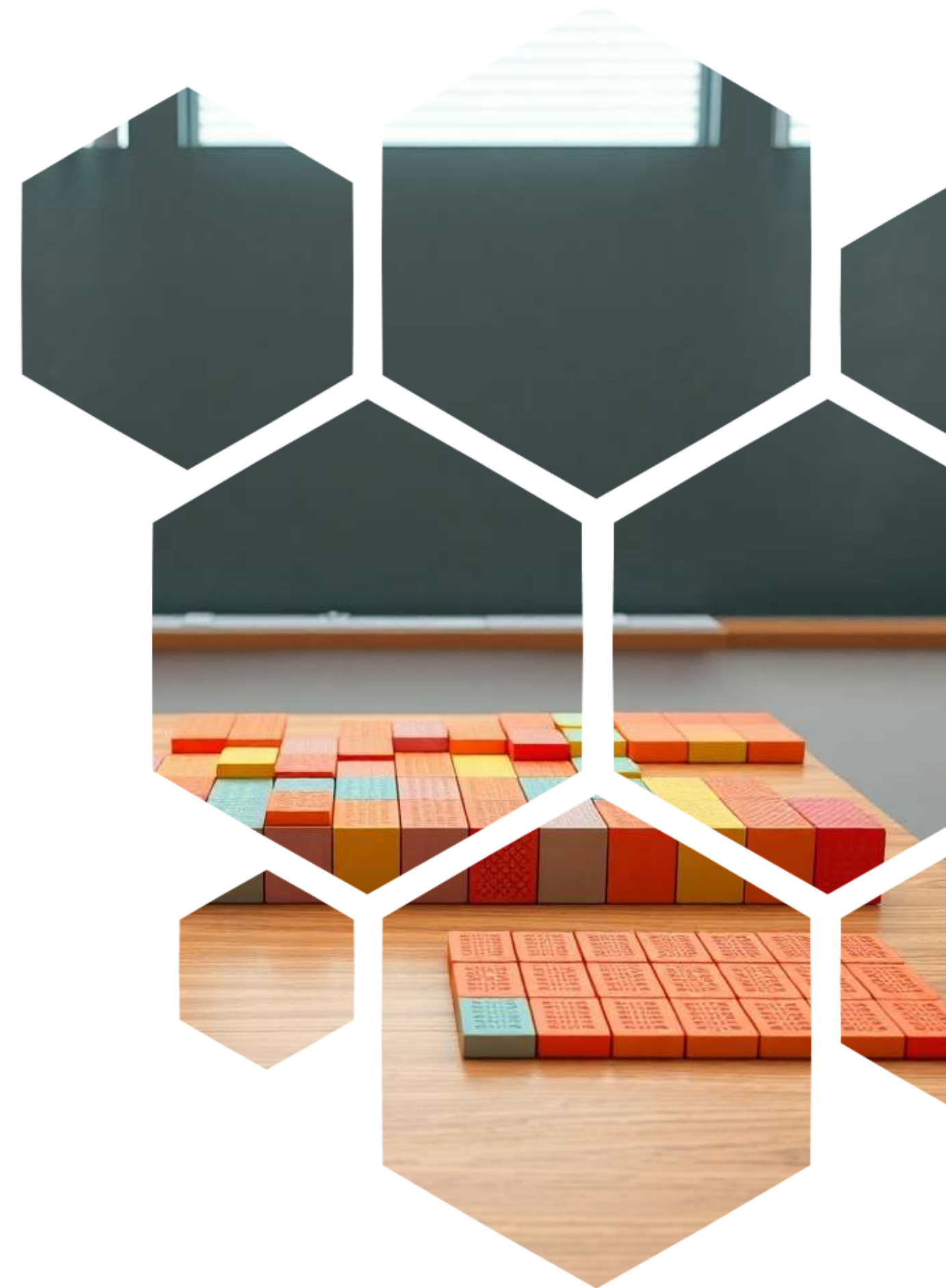
Умножение многочлена на многочлен и преобразование выражений

Осваиваем раскрытие скобок
и упрощение выражений.



Зачем это нужно в 7 классе

Эта тема связывает раскрытие скобок, буквенные выражения, уравнения и формулы. Она помогает переходить от произведения к удобной сумме одночленов, не изменяя значение выражения.



Многочлен, одночлен и подобные члены

■ Что такое одночлен

Одночлен состоит из числового множителя, букв и степеней букв. Примеры: $5x$, $-3a^2$, $7mn$. Такая запись показывает и коэффициент, и буквенную часть.

■ Что такое многочлен

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов. Например, $x+3$, $2a-5$, x^2+4x-1 . В нём важно видеть каждое слагаемое отдельно.

■ Подобные члены

Подобные члены имеют одинаковую буквенную часть. Так, $3x$ и $-8x$ можно объединить, а $2a$ и $2b$ — нельзя, потому что буквы разные.

■ Коэффициент в записи

Коэффициент — это число перед буквенной частью. Именно он меняется при сложении подобных членов, а буквы и их степени остаются теми же.

Распределительное свойство как основа умножения

01

Одна скобка раскрывается

Распределительное свойство показывает, как число или выражение умножается на сумму: $a(b+c)=ab+ac$. Оно действует и при вычитании, поэтому скобки раскрываются без изменения значения.

03

Каждый член на каждый

При умножении многочлена на многочлен каждый член первого множителя умножается на каждый член второго. Из-за этого один пример даёт несколько промежуточных произведений.

02

Правило работает для букв

Это свойство верно не только для чисел, но и для буквенных выражений. Поэтому его используют в алгебре, когда нужно преобразовать запись со скобками.

04

Сумма вместо произведения

Произведение со скобками постепенно превращается в сумму одночленов. Затем выражение можно привести к более короткой и удобной форме, не меняя его значения.

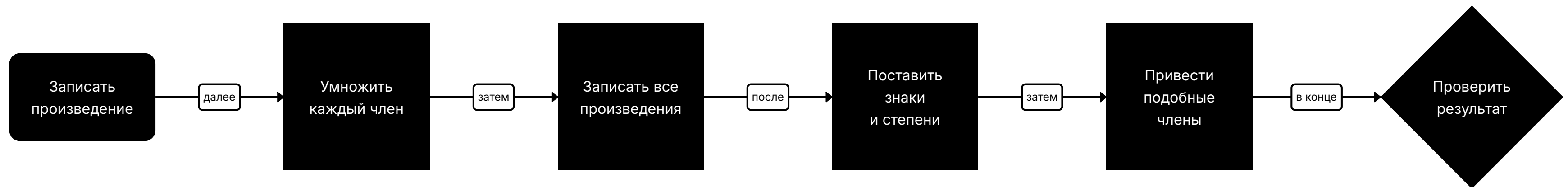
Умножение одночлена на многочлен

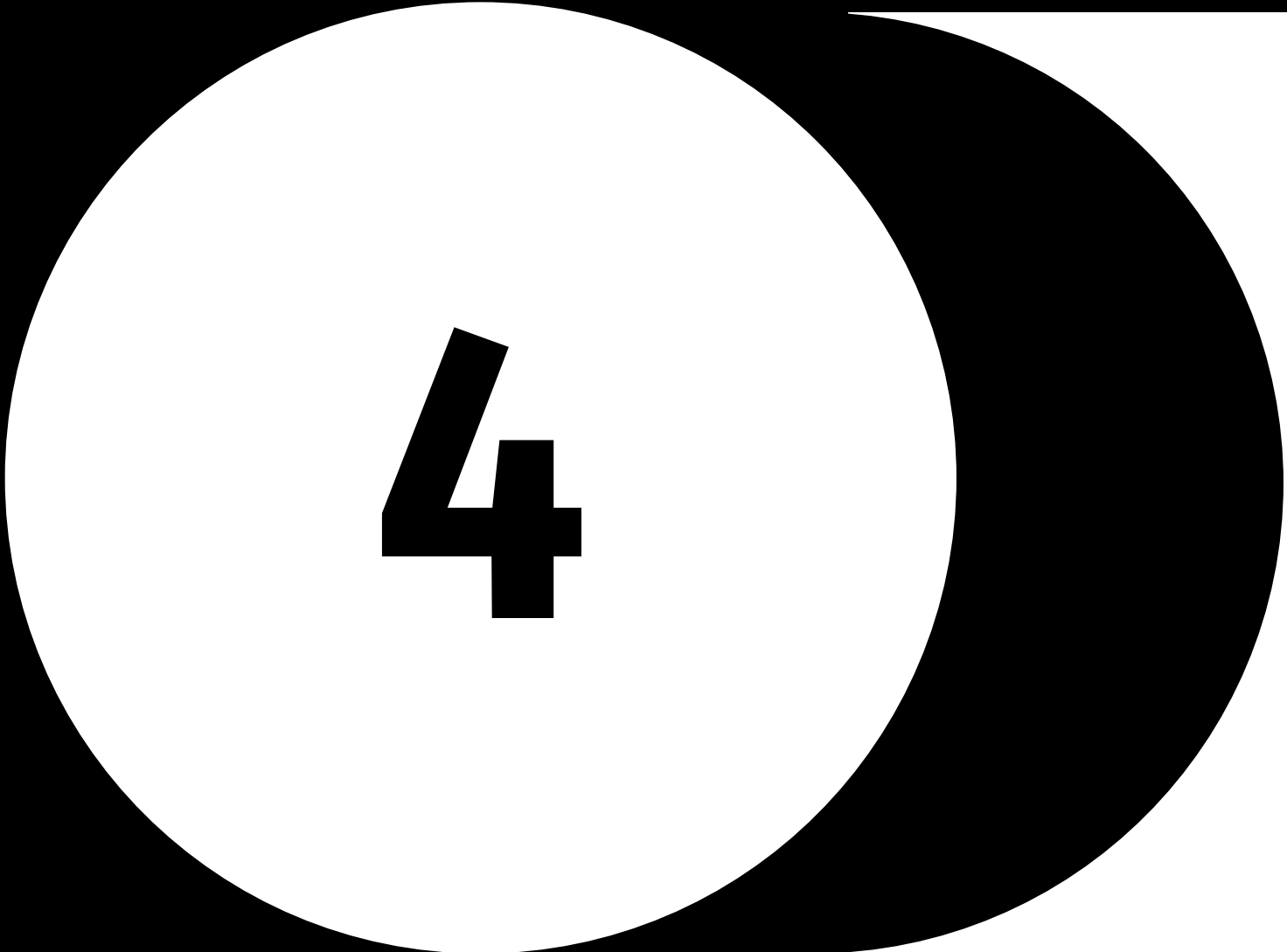


- **Умножаем каждый член**
Если перед скобками стоит одночлен, он умножается на каждое слагаемое внутри. Так, $3(x+4)=3x+12$, потому что тройка действует на оба члена скобок.
- **Сначала числа, потом буквы**
Сначала перемножают коэффициенты, затем записывают буквенную часть. Например, $-2a \cdot 5a$ даёт $-10a^2$, а потом учитывают оставшийся член из скобок.
- **Минус влияет на всё**
Если перед одночленом стоит минус, он меняет знак каждого слагаемого в скобках. Поэтому $-2a(5a-1)$ превращается в $-10a^2+2a$.
- **Проверка записи**
После умножения важно убедиться, что ни одно слагаемое не потеряно. Полезно читать выражение по частям и сверять знаки, степени и коэффициенты.

Как раскрывать скобки

Пошаговый алгоритм помогает сохранить значение выражения и не пропустить ни одно слагаемое.





4

Именно столько промежуточных произведений
нужно записать, чтобы не пропустить ни один член
и затем правильно привести подобные слагаемые.

произведения
получаются
при раскрытии
двух двучленов.

Формула умножения двучлена на двучлен

Примеры раскрытия скобок в 7 классе

В таблице показано, как записывать промежуточные действия и получать упрощённый результат.

Во всех примерах каждое слагаемое умножается на каждое, а затем подобные члены объединяются.

Выражение	Действия	Результат
$2(x+7)$	$2x+14$	$2x+14$
$(x+3)(x+4)$	$x^2+4x+3x+12$	$x^2+7x+12$
$(2x-1)(x+5)$	$2x^2+10x-x-5$	$2x^2+9x-5$
$(x-6)(x-2)$	$x^2-2x-6x+12$	$x^2-8x+12$

Сколько произведений получается при умножении многочленов

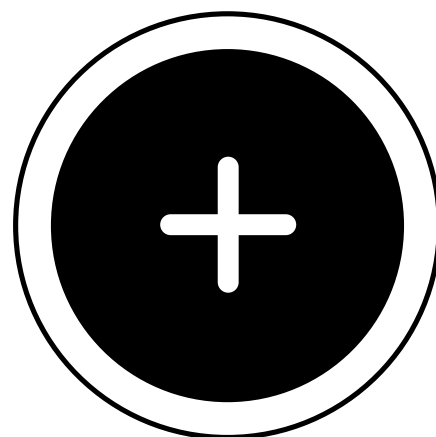
Число промежуточных действий быстро растёт, поэтому удобнее пользоваться чётким порядком раскрытия скобок и проверять, все ли члены учтены.

Чем больше слагаемых в скобках, тем внимательнее нужно вести запись, чтобы не потерять ни одно произведение.

Составлено по правилу умножения каждого члена на каждый

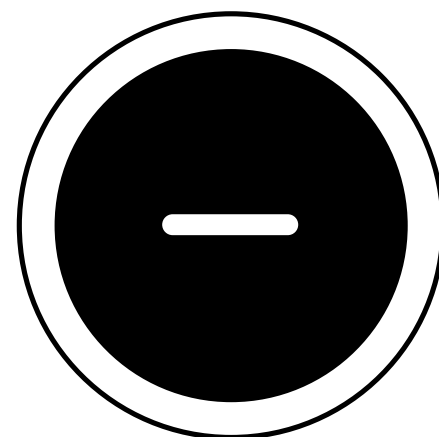


Правила работы со знаками



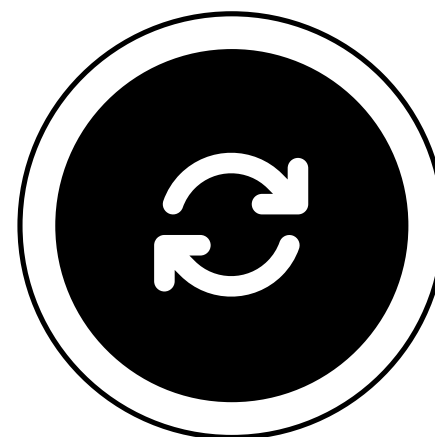
Плюс на плюс

Если оба множителя положительные, результат тоже положительный. Это самый простой случай, но его важно помнить при проверке выражений со скобками.



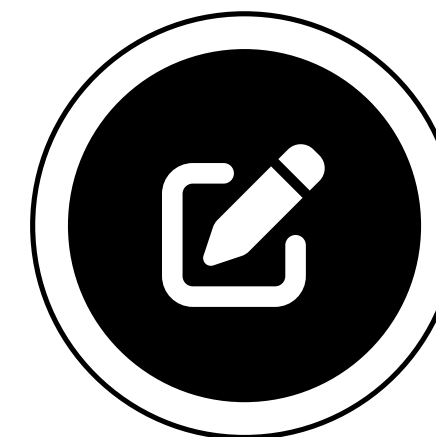
Минус на плюс

Отрицательный множитель меняет знак результата на минус. Такая ситуация часто встречается при раскрытии скобок, поэтому знак нужно сразу записывать внимательно.



Минус на минус

Два отрицательных множителя дают положительный результат. Это правило помогает правильно работать с выражениями, где перед скобками стоит минус.



Аккуратная запись

Ошибки чаще всего появляются при переписывании минусов и при невнимательном раскрытии скобок. Полезно проверять каждый член по отдельности и не спешить.

Степени при умножении одинаковых букв

01

Одинаковые буквы

Если в произведении встречаются одинаковые буквы, их степени складываются. Поэтому $x \cdot x$ превращается в x^2 , а $a^2 \cdot a^3$ — в a^5 . Это правило работает для любых одинаковых оснований.

02

Коэффициенты отдельно

Сначала умножают числовые коэффициенты, затем буквы. Например, $3x \cdot 2x = 6x^2$, потому что $3 \cdot 2 = 6$, а $x \cdot x = x^2$. Такой порядок помогает не допустить ошибок.

03

Разные буквы рядом

Когда буквы разные, их просто записывают рядом: ab , $xу$, mn . Степени при этом не складываются, потому что основания различны. Так сохраняется стандартная алгебраическая запись.

04

Правильный вид ответа

Следует внимательно записывать степени и не терять ни один множитель. Например, $5m^2 \cdot 2m = 10m^3$. Такое оформление делает ответ кратким, точным и удобным для дальнейших преобразований.

Площадь прямоугольника как модель умножения многочленов

01

Стороны прямоугольника

Если стороны прямоугольника равны $x+3$ и $x+5$, его площадь записывается как $(x+3)(x+5)$. Геометрическая модель показывает, что произведение можно представить как сумму частей.

02

Четыре части площади

После деления прямоугольника на части получаются площади x^2 , $3x$, $5x$ и 15 . Каждая из них соответствует отдельному произведению при раскрытии скобок в выражении.

03

Сложение частей

Когда все части площади складывают, получается $x^2+3x+5x+15$. Затем подобные члены объединяют, и выражение принимает вид $x^2+8x+15$. Это уже более короткая запись.

04

Понятный смысл произведения

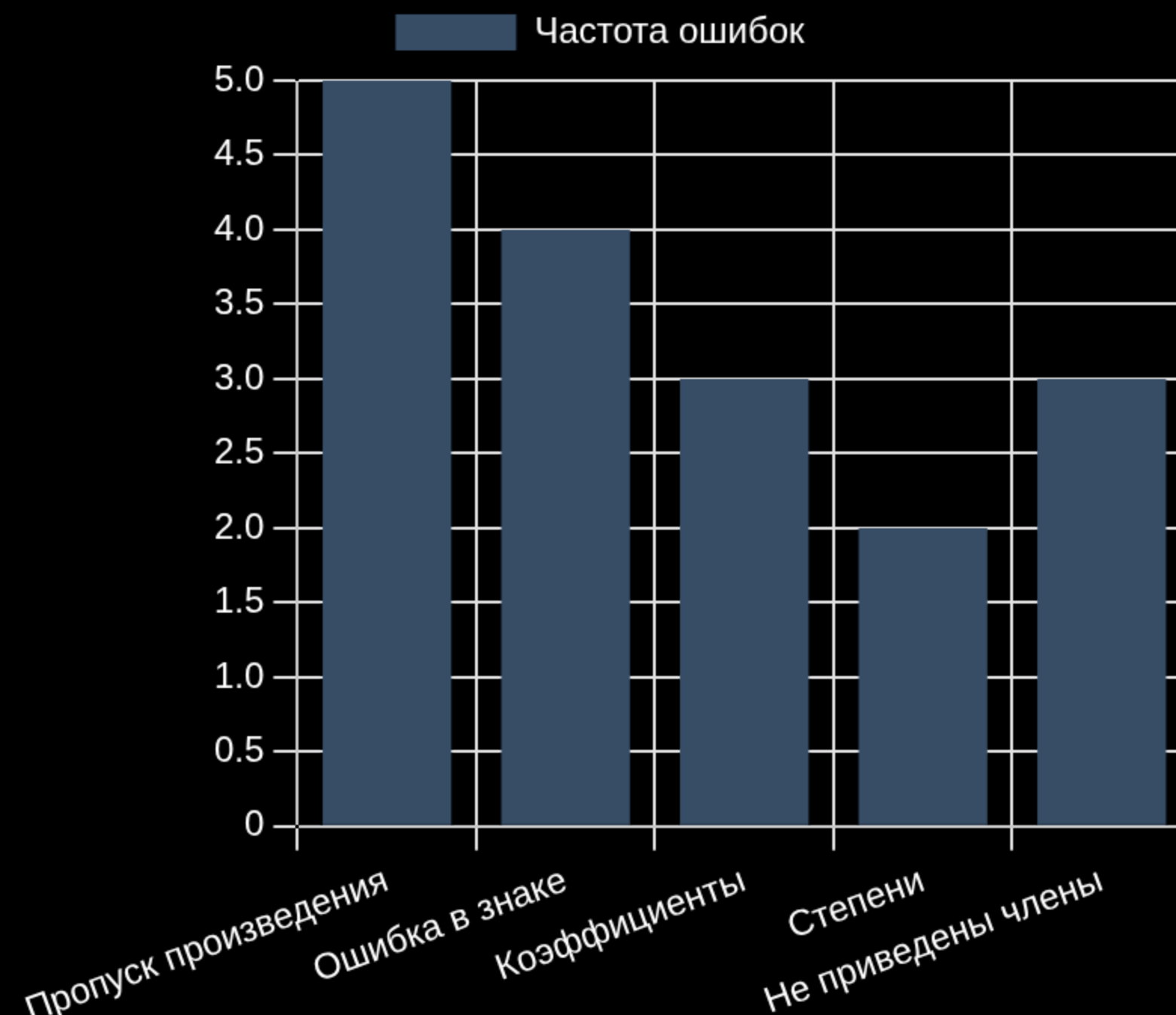
Такой рисунок помогает увидеть, что умножение многочленов не случайно: каждая часть площади имеет свой алгебраический смысл. Поэтому формула становится наглядной и легче запоминается.

Типичные ошибки при умножении многочленов

Наибольшие трудности возникают при полном раскрытии скобок: ученики часто забывают одно слагаемое или неверно переносят знак минуса.

Чаще всего ошибаются там, где нужно быть внимательным к каждому члену выражения; проверка по шагам заметно снижает число ошибок.

Сводная учебная диаграмма по типичным ошибкам при раскрытии скобок; данные носит иллюстративный характер



Приведение подобных членов после раскрытия скобок

■ Одинаковая буквенная часть

Подобными считаются члены с одинаковой буквенной частью. Например, $3x$ и $5x$, $7a^2$ и $2a^2$ можно объединять, потому что переменные и степени совпадают.

■ Меняются только коэффициенты

При приведении подобных членов складывают или вычитают только коэффициенты. Буквенная часть остаётся той же, поэтому $4m+2m-m$ превращается в $5m$ без изменения вида переменной.

■ Упрощение записи

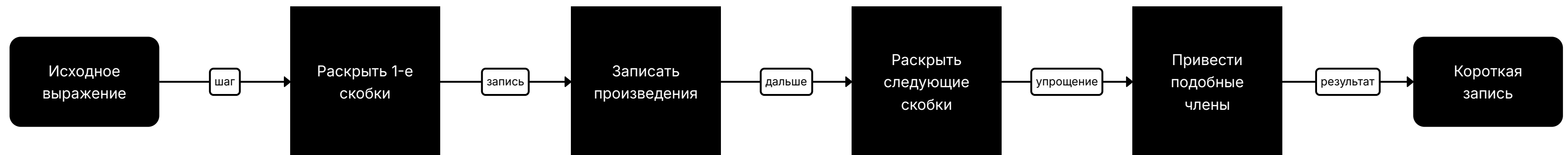
После объединения подобных членов выражение становится короче и удобнее для вычислений. Это особенно важно, когда дальше нужно решать уравнение или выполнять новые преобразования.

■ Внимание к знакам

Нужно внимательно следить за знаками перед каждым слагаемым. Ошибка в минусе меняет весь результат, поэтому сначала удобно переписать выражение аккуратно, а затем объединять члены.

Преобразование выражений с несколькими скобками

Последовательность раскрытия скобок и упрощения алгебраического выражения



Сравнение исходной и упрощённой записи выражений

▶ В таблице показано, как исходная запись со скобками превращается в более короткий многочлен после раскрытия и приведения подобных членов.

▶ Во всех примерах упрощённая запись короче, но сохраняет то же значение выражения при одинаковых значениях переменных.

Исходное	Раскрытие	Упрощение
$(x+2)(x+3)$	$x^2+3x+2x+6$	x^2+5x+6
$2(a-5)(a+1)$	$2(a^2-4a-5)$	$2a^2-8a-10$
$(m-4)(m-4)$	$m^2-4m-4m+16$	$m^2-8m+16$

Учебные примеры по теме раскрытия скобок

Проверка результата подстановкой

01

Выбрать число

Чтобы проверить преобразование, удобно подставить конкретное число вместо переменной. Тогда можно сравнить значения исходного выражения и полученной после упрощения записи.

02

Сравнить значения

Если оба выражения дают один и тот же результат, преобразование выполнено верно. Этот способ особенно полезен, когда нужно проверить знаки, коэффициенты и степени.

03

Пример проверки

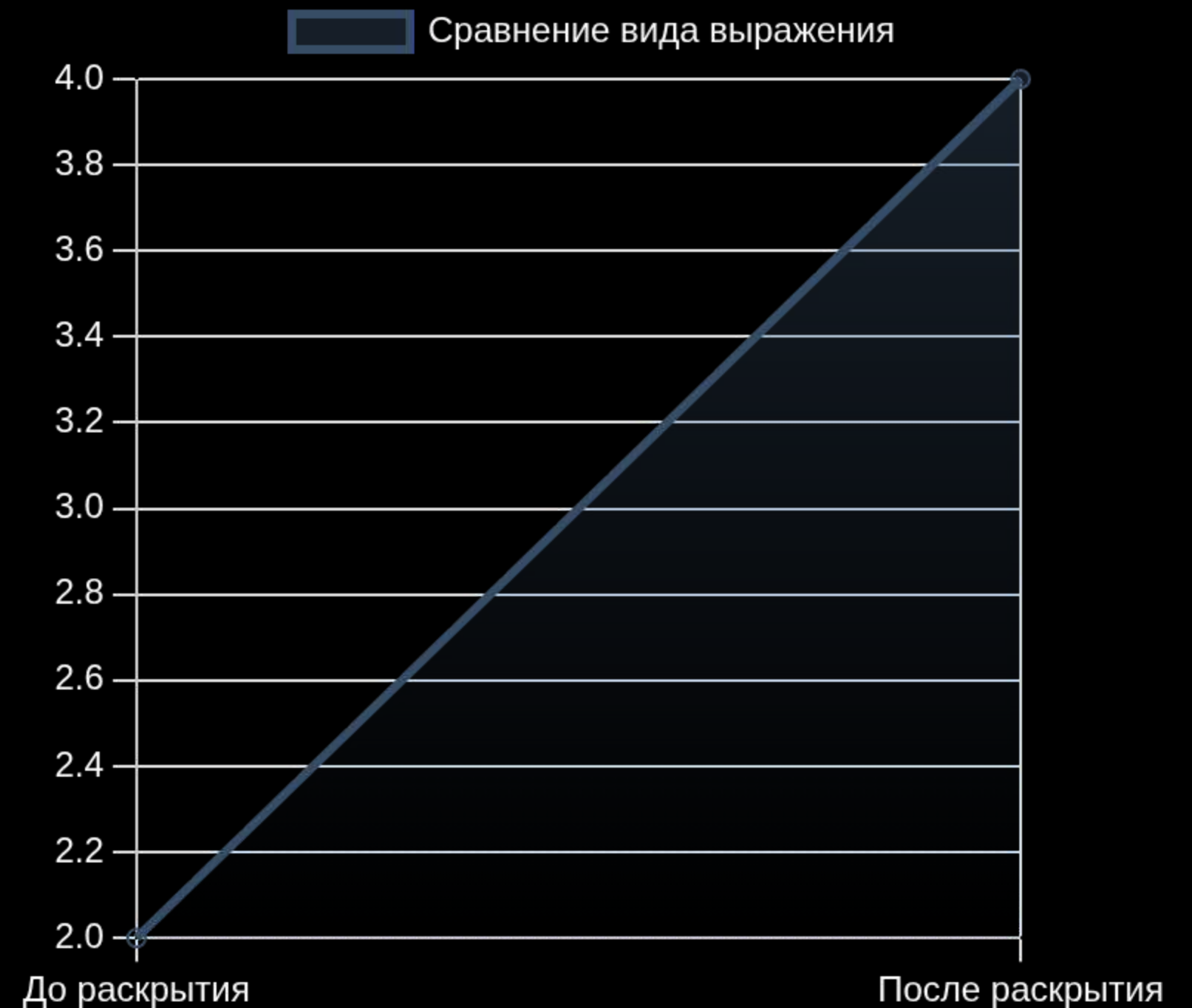
Например, при $x=2$ выражения $(x+3)$ $(x+4)$ и $x^2+7x+12$ должны дать одинаковое значение. Такая проверка помогает быстро заметить ошибку в раскрытии скобок.

Как изменяется вид выражения после умножения

Линия показывает: после раскрытия скобок запись становится длиннее, но при подстановке одинакового числа значение выражения сохраняется.

Преобразование меняет форму записи, а не смысл выражения; именно поэтому его можно использовать для удобных вычислений и дальнейших шагов.

Учебная схема по теме преобразования выражений



Где используется умножение многочленов



Тема освоена: от скобок к удобной записи

Умножение многочленов опирается на распределительное свойство и требует внимательной работы с каждым членом. Если соблюдать алгоритм, раскрытие скобок и упрощение выражений становятся понятными и надёжными.