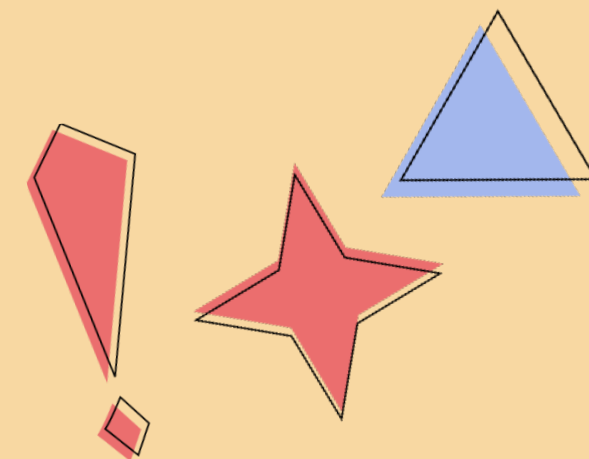


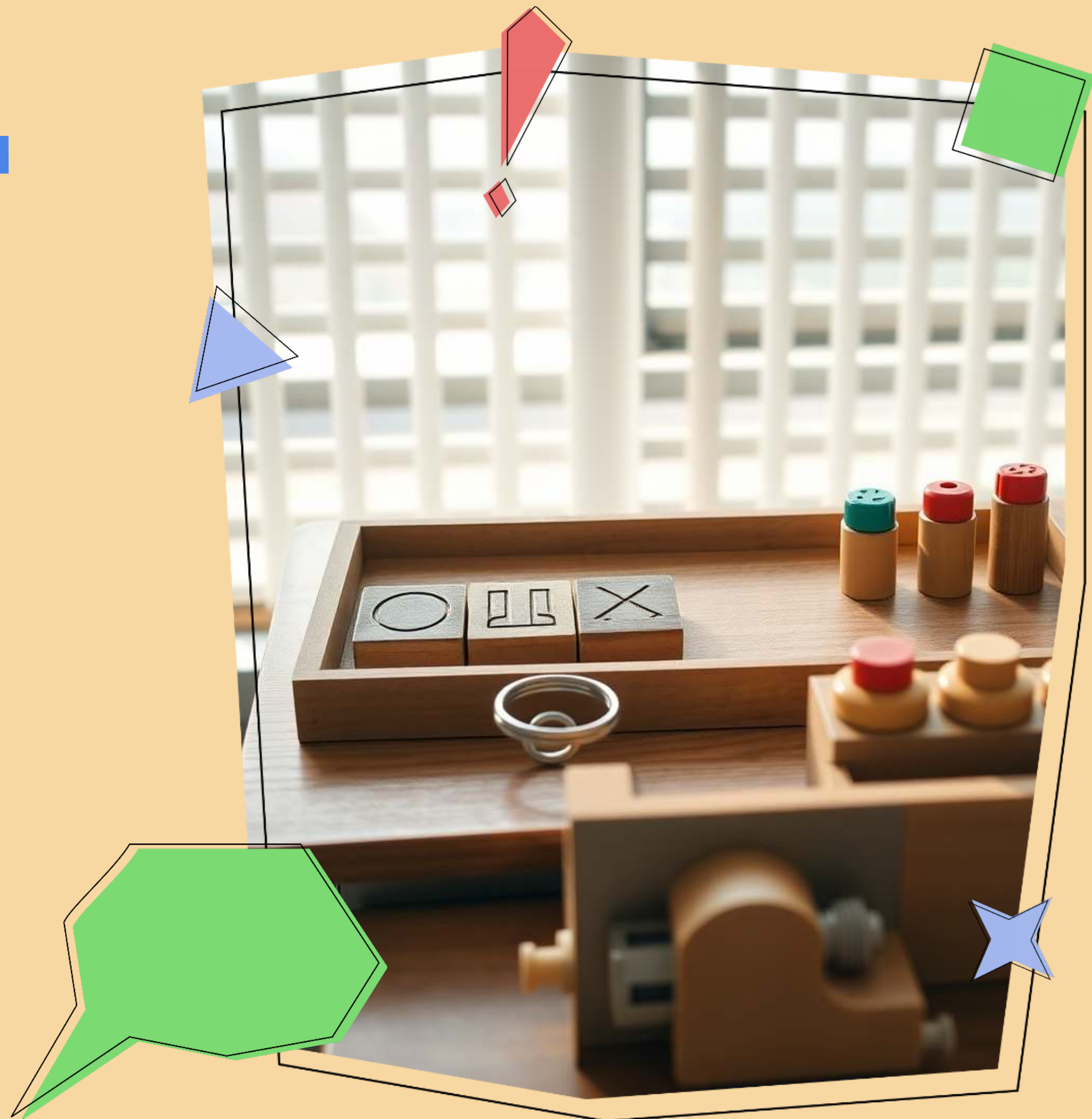
Перестановки в алгебре: порядок имеет значение

Порядок меняет ответ: разберём
перестановки, факториал и примеры из жизни.



Где встречаются перестановки и зачем их изучают

Перестановки помогают точно считать варианты расстановки, кодов и последовательностей. В 9 классе они учат видеть, когда важен порядок, и показывают, как быстро растёт число возможных решений без полного перебора.



Определение перестановки

1. Что это такое

Перестановка — это способ расположить все элементы множества в определённом порядке. Каждый элемент используется один раз, если в задаче не сказано о повторениях.

2. Простой пример

Для букв А, Б и В можно составить шесть вариантов: АБВ, АВБ, БАВ, БВА, ВАБ и ВБА. Набор одинаковый, но порядок каждый раз меняется.

3. Главный признак

Если поменять местами хотя бы два элемента, получится новый вариант. Именно поэтому перестановки считают отдельным видом комбинаторных задач, где важна не только группа объектов, но и их расположение.

4. Связь с темой

Чтобы находить число перестановок, используют факториал. Он позволяет записать все варианты одной формулой и не перечислять их по одному.



Перестановки в школьной и повседневной жизни

Рассадка в классе

Если учеников рассаживают по местам, каждая новая схема даёт другой результат. Здесь важны и сами ученики, и то, кто на каком месте сидит.

Порядок выступления

В школьном концерте или на защите проектов очередность выступающих меняет итоговый порядок программы. Поэтому такую задачу удобно рассматривать как перестановку.

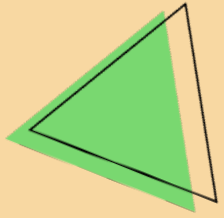
Книги и предметы

Расстановка книг на полке или предметов на столе тоже даёт много вариантов. Объекты те же самые, но их размещение уже другое.

Почему это полезно

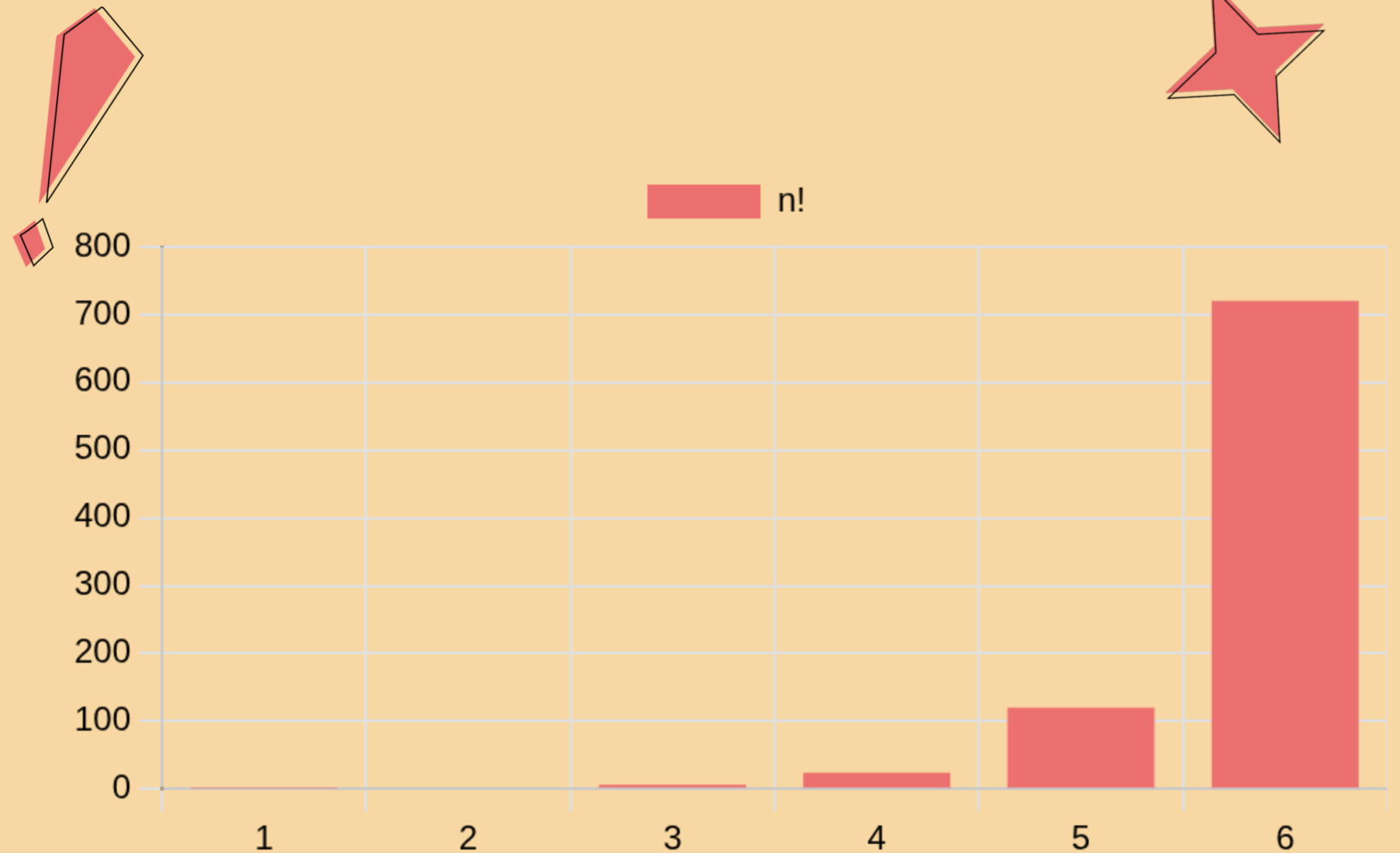
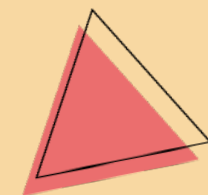
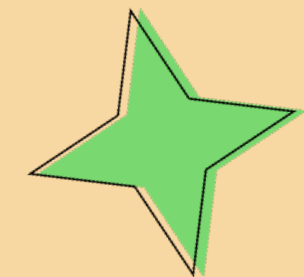
Такие примеры помогают понять, где порядок влияет на ответ, а где нет. Это делает комбинаторные задачи более понятными и помогает выбрать правильный способ подсчёта.

Как быстро растёт число перестановок

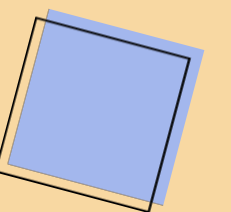


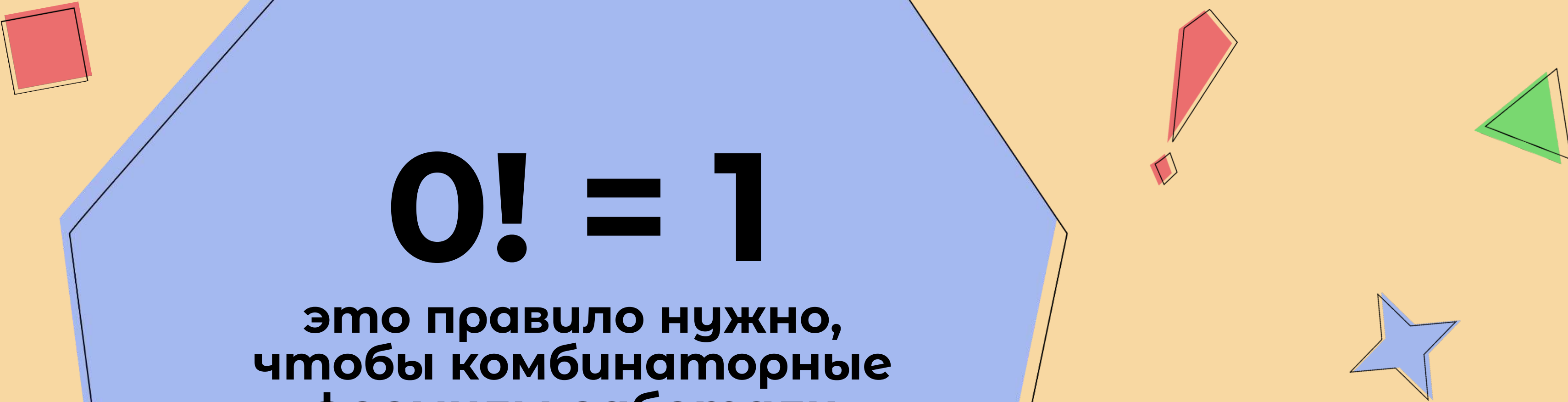
Даже небольшое увеличение числа объектов резко расширяет количество вариантов. Поэтому в задачах важно не считать их вручную.

Рост идёт очень быстро: добавление одного объекта многократно увеличивает число перестановок, поэтому нужна формула, а не перебор.

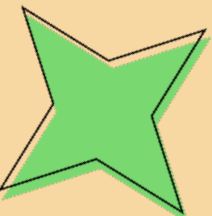


Значения факториала: 1! , 2! , 3! , 4! , 5! , 6!

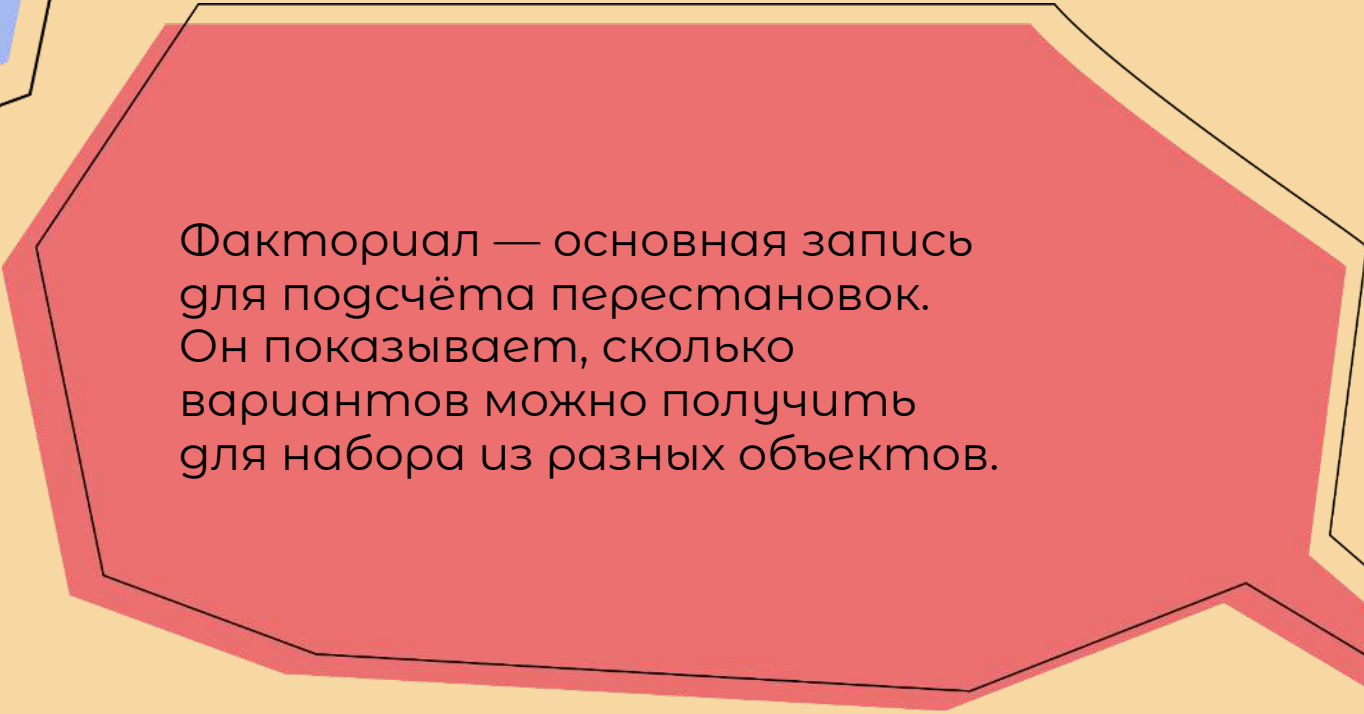



$$0! = 1$$

**это правило нужно,
чтобы комбинаторные
формулы работали
без исключений.**

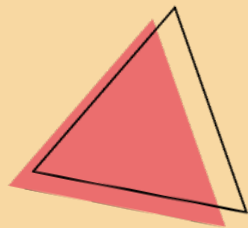
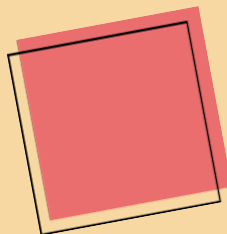
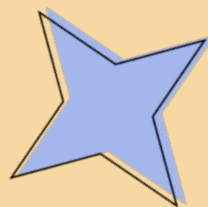


Свойство факториала в школьном курсе алгебры



Факториал — основная запись
для подсчёта перестановок.
Он показывает, сколько
вариантов можно получить
для набора из разных объектов.

Значения факториала и число перестановок

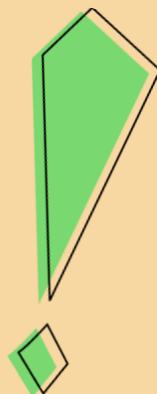
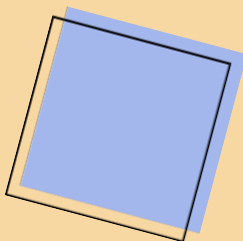
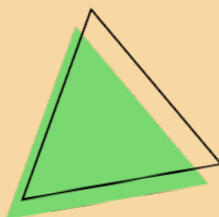


n	n!	Перестановки
0	1	1
3	6	6
6	720	720

Таблица показывает, что для набора из разных объектов число перестановок совпадает со значением факториала.

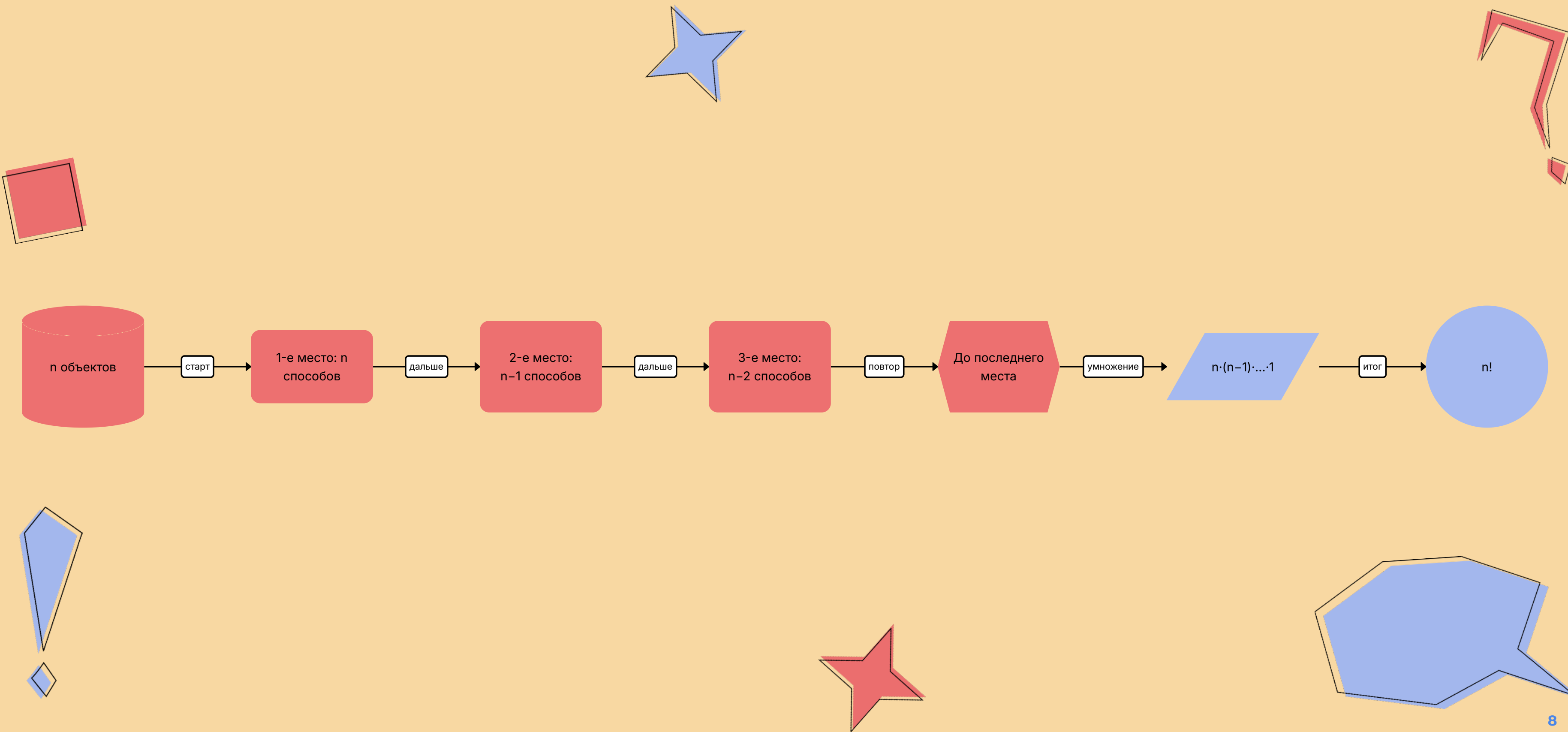
Для разных объектов действует одно правило: число перестановок равно $n!$; при росте n значение увеличивается очень быстро.

Значения факториала в школьной комбинаторике



Как получается формула перестановок

Схема показывает, почему число вариантов перемножается на каждом шаге.



Формула числа перестановок

Обозначение

Число перестановок из n различных объектов обозначают P_n . Для таких задач используют формулу $P_n = n!$, потому что учитываются все элементы и все их положения.

Пример с пятью объектами

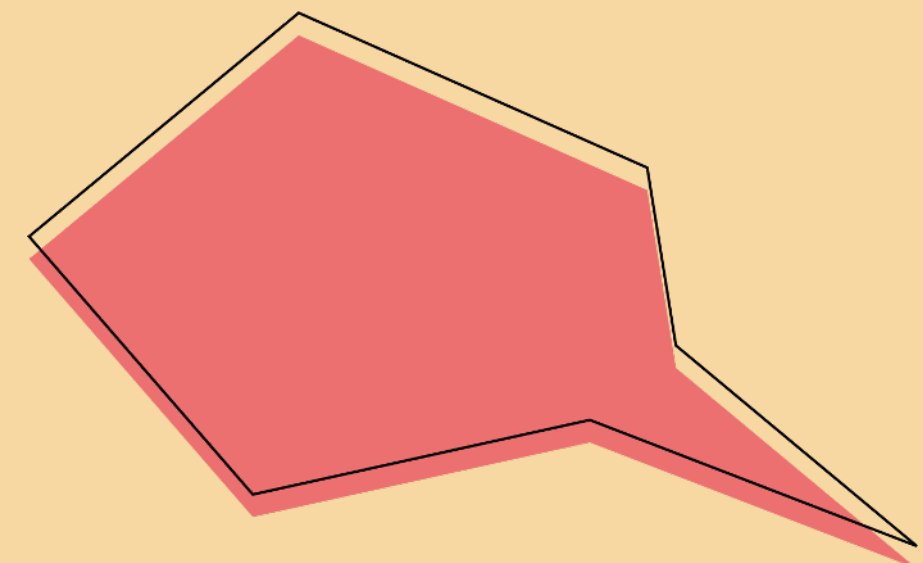
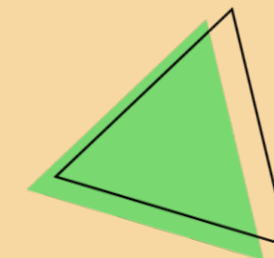
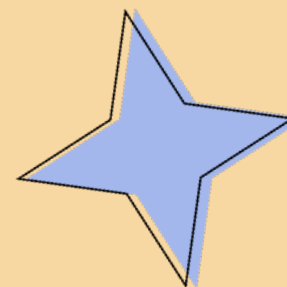
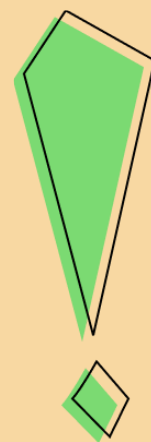
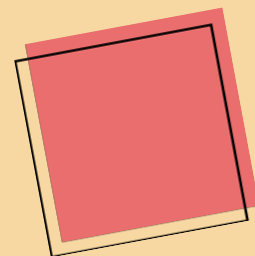
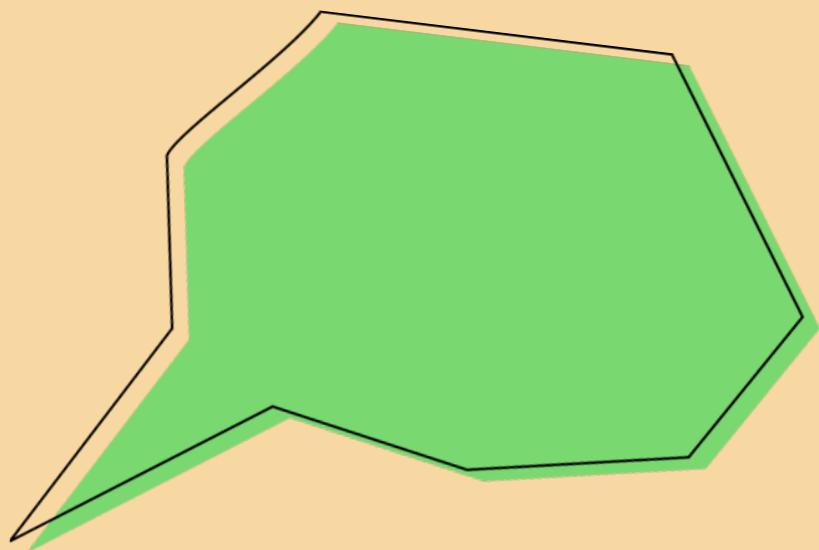
Если объектов пять, то число перестановок равно $5! = 120$. Это значит, что один и тот же набор можно расположить 120 различными способами.

Пример с семью объектами

Для семи различных объектов получаем $7! = 5040$. Уже здесь видно, как быстро растёт количество вариантов даже при небольшом увеличении набора.

Когда формула подходит

Формулу применяют только тогда, когда все элементы различны и используются полностью. Если есть повторения или берут не все объекты, нужно другое правило подсчёта.



Пример перестановок букв

1.

Набор букв

Из букв М, О, Р и Е можно составить 24 перестановки. Это следует из правила $4! = 24$, потому что все буквы различны и используются все сразу.

2.

Разные записи

Примеры МОРЕ, МРЕО, ОМЕР, РОМЕ и ЕМОР показывают, что одна и та же группа букв даёт разные варианты, если изменить их порядок.

3.

Главный вывод

Перестановки учат замечать, что порядок способен полностью изменить результат. Поэтому в подобных задачах сначала смотрят на расположение элементов, а уже потом считают варианты.



Почему порядок меняет результат

Одинаковый набор

В последовательностях 123 и 321 используются одни и те же цифры, но результат уже другой. Для перестановок важно не только, какие элементы выбраны, но и в какой последовательности они стоят.

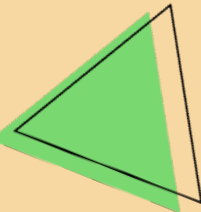
Каждое место имеет значение

Если поменять элементы местами, получится новый вариант, даже когда числа или буквы не изменились. Поэтому в задачах на перестановки считают все возможные расположения по позициям, а не только состав набора.

Порядок создаёт различие

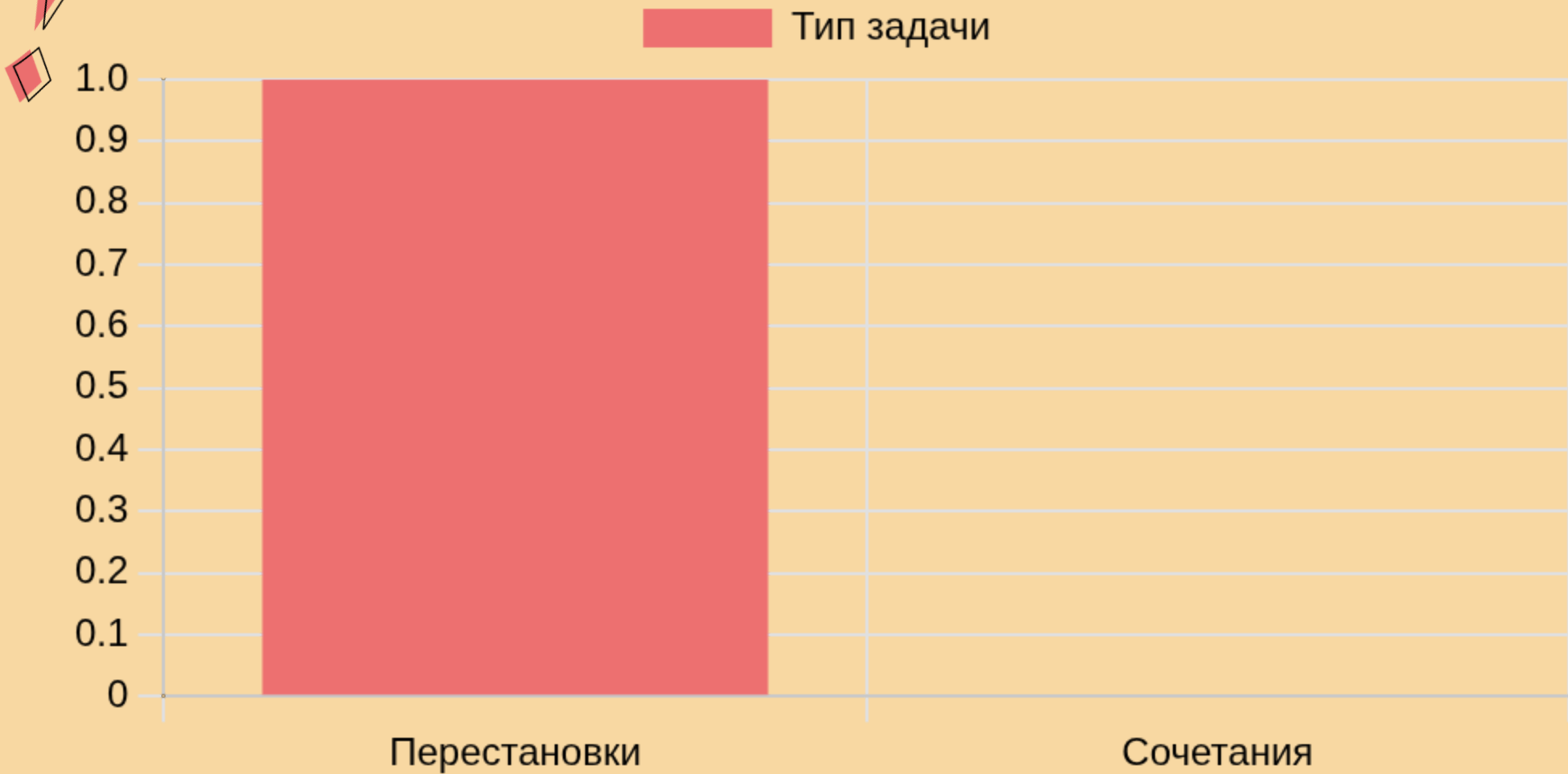
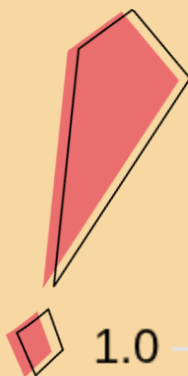
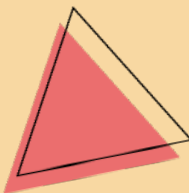
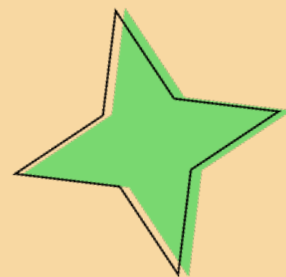
Два ответа могут совпадать по содержанию, но отличаться по расположению элементов. Именно поэтому перестановки помогают различать варианты, где любое изменение порядка превращает одну запись в совершенно другую.

Порядок важен и не важен: разные типы задач

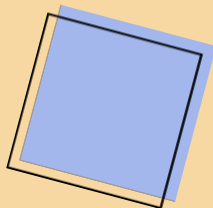


Перед вычислением всегда нужно понять, что именно считается: все расположения или только выбор элементов. От этого зависит формула и способ решения.

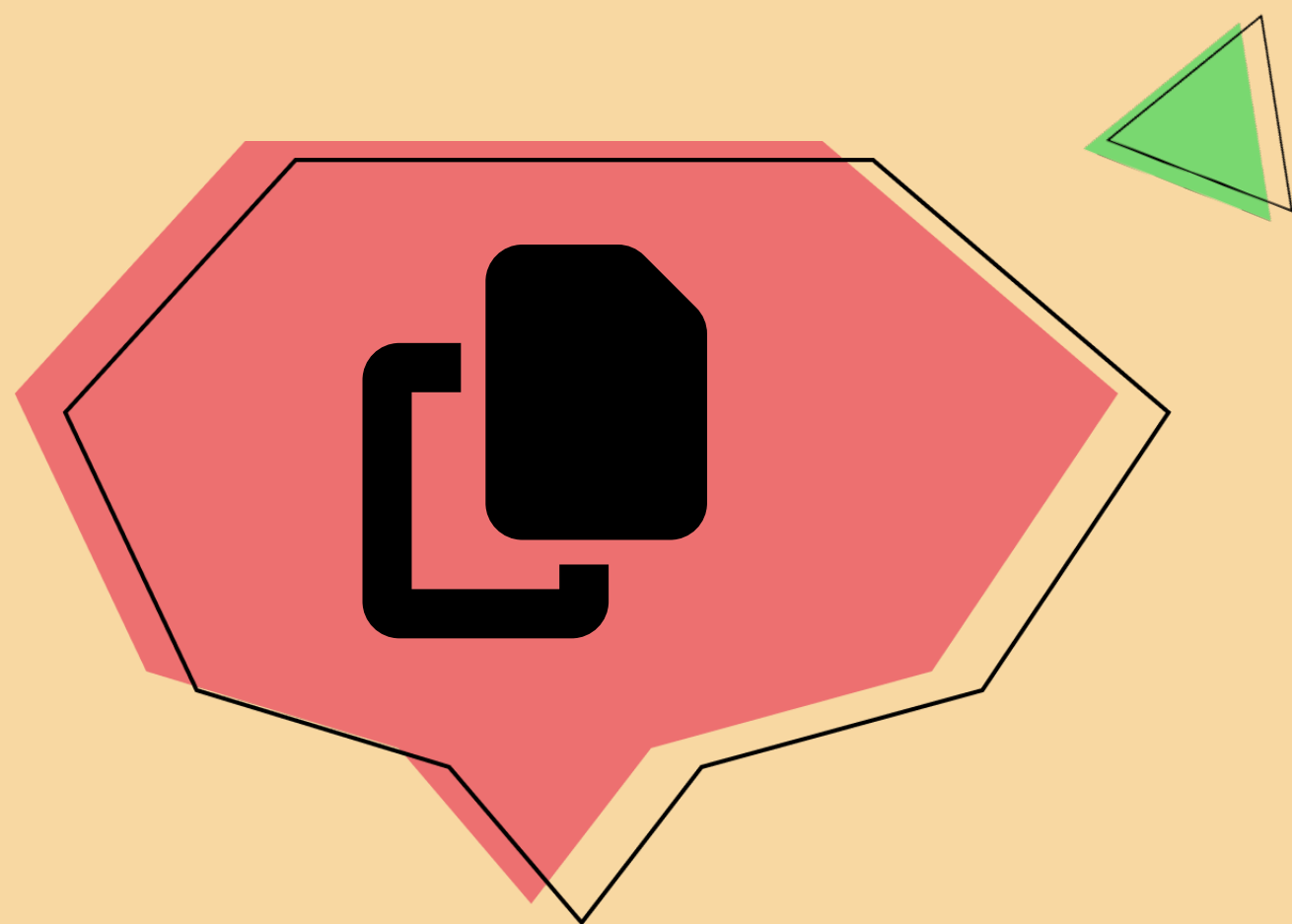
Если порядок влияет на ответ, используют перестановки; если нет — подходят сочетания. Ошибка в этом шаге меняет весь результат.



Школьный курс комбинаторики, 9 класс.

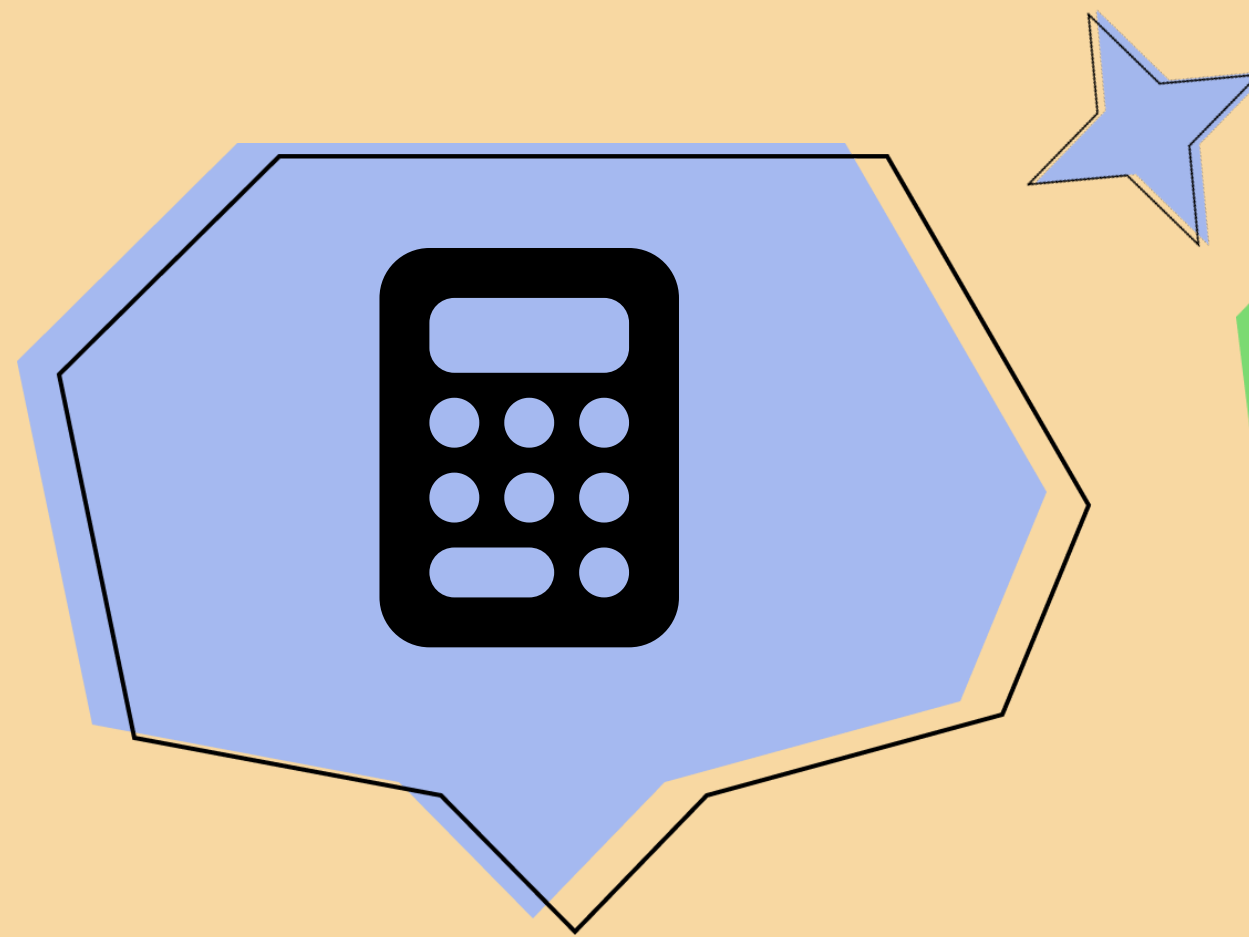
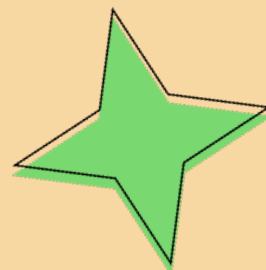


Как учитывать повторяющиеся элементы



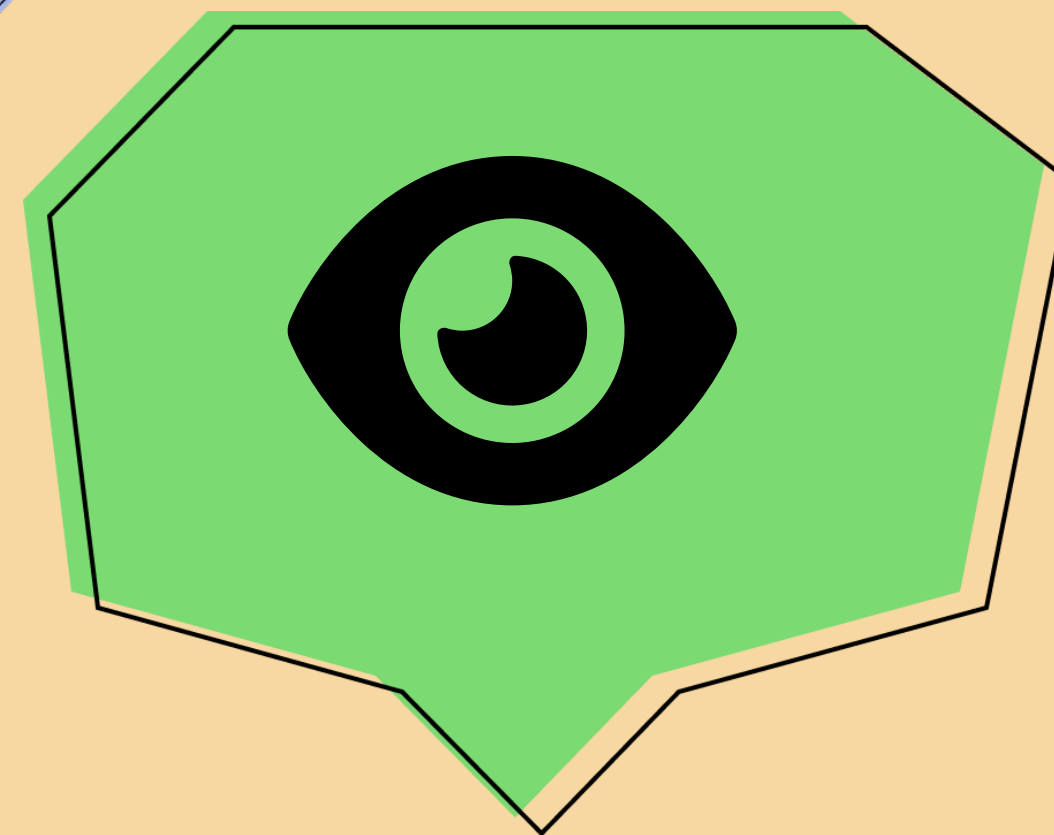
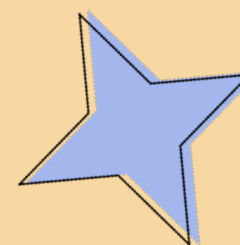
Одинаковые буквы

Если в записи есть одинаковые символы, часть перестановок повторяется. Поэтому их нельзя считать как разные варианты: одинаковые элементы не создают новый результат, а только дублируют уже известный.



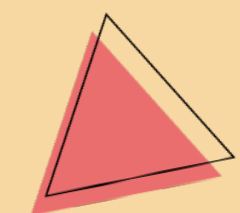
Меньше уникальных вариантов

Для слов с повторениями число перестановок становится меньше, чем у набора из полностью разных элементов. Чем больше одинаковых букв, тем сильнее сокращается количество действительно различных расположений.

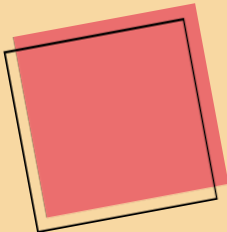
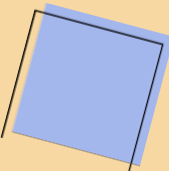


Нужно замечать повторы

В таких задачах важно сначала определить, какие элементы совпадают, а затем не считать одинаковые раскладки несколько раз. Это помогает получить точный ответ без лишних вариантов.

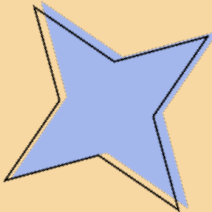
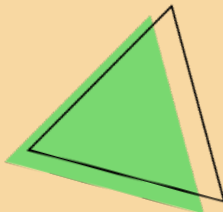


Примеры перестановок с повторениями



Слово	Состав	Вариантов
МАМА	2 М, 2 А	6
ТОТ	2 Т, 1 О	3
КОКОС	2 К, 2 О, 1 С	30

Расчёт по правилам перестановок с повторениями.

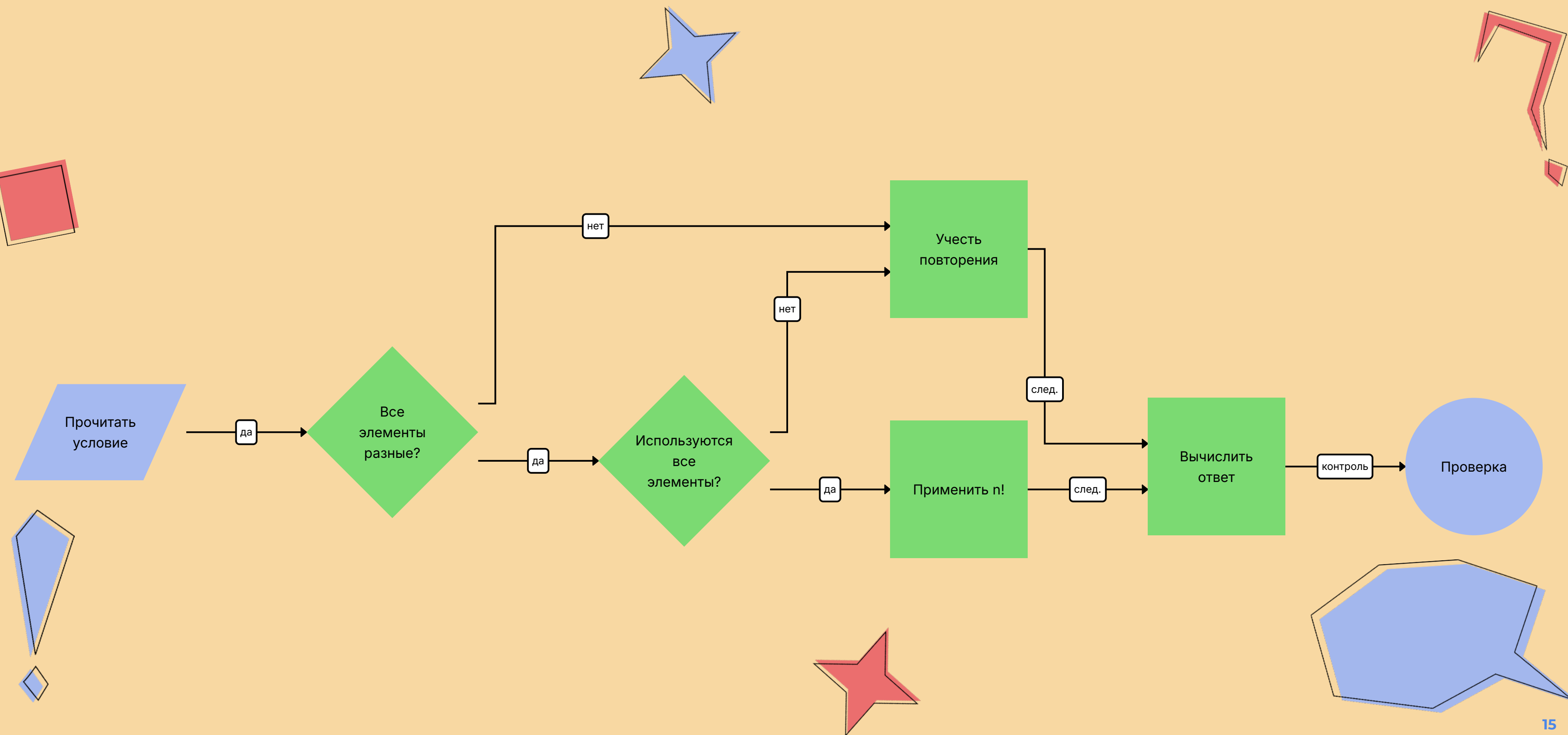


В таблице показано, как повторяющиеся буквы уменьшают число различных перестановок по сравнению с набором из разных элементов.

Повторы заметно уменьшают число уникальных расположений. Чем больше одинаковых букв в слове, тем меньше различных перестановок.

Как решать задачи на перестановки

Последовательность шагов помогает выбрать нужную формулу и избежать лишних подсчётов.



Типичные ошибки при решении задач

Путают с сочетаниями

Главная ошибка — считать задачу перестановкой, хотя порядок на самом деле не влияет на ответ. В таких случаях нужно использовать сочетания, иначе результат получится неверным.

Ошибки в факториале

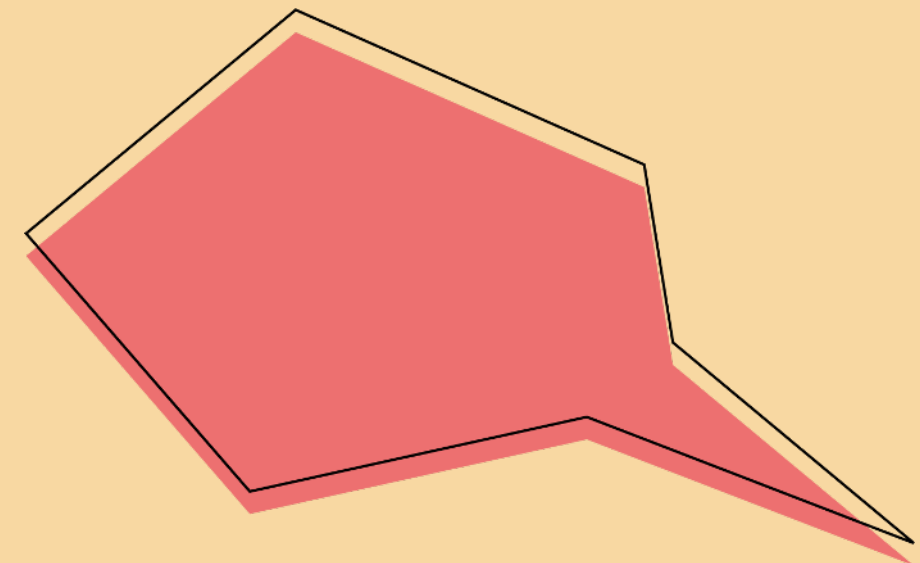
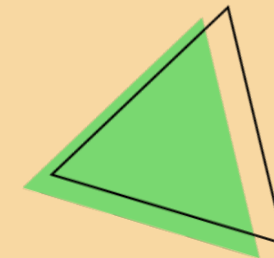
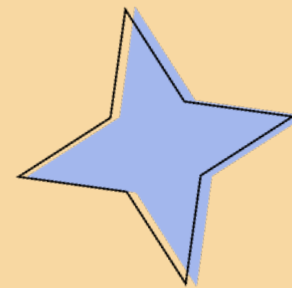
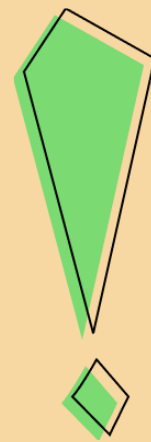
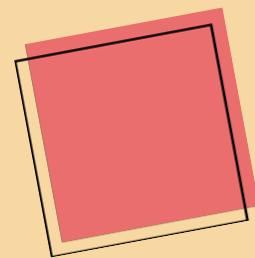
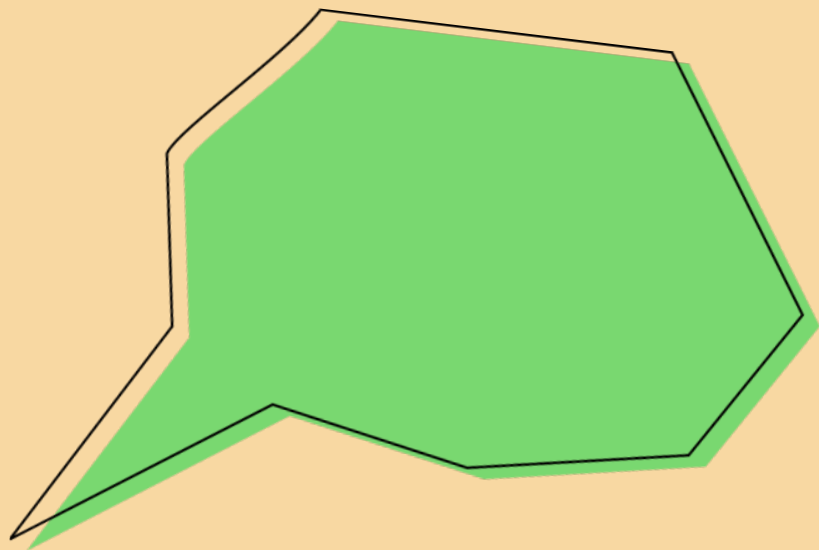
При вычислении $6!$ или $7!$ легко пропустить множитель или перепутать порядок умножения. Чтобы не ошибиться, полезно раскладывать факториал по шагам и проверять итоговое произведение.

Не замечают повторы

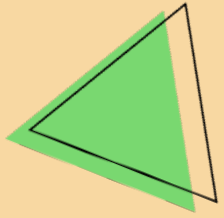
Если в слове или наборе есть одинаковые элементы, их нельзя считать как разные. Иначе одно и то же расположение будет засчитано несколько раз, а ответ станет завышенным.

Не проверяют условие

Иногда в задаче нужно расположить не все элементы, а только часть из них. Если не заметить это заранее, можно выбрать неправильную формулу и потерять правильный ход решения.

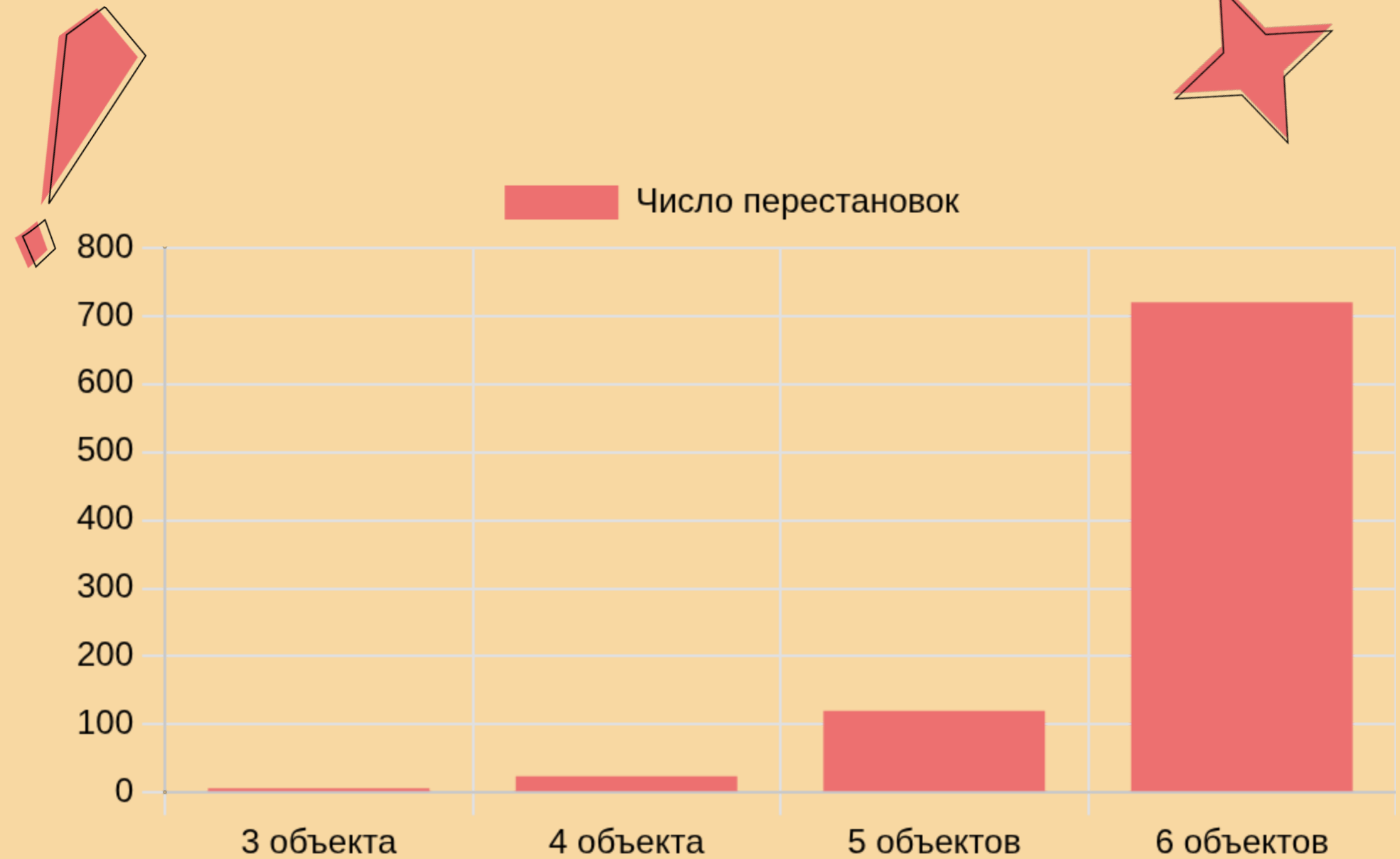
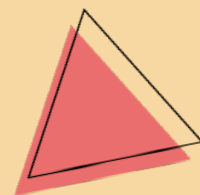
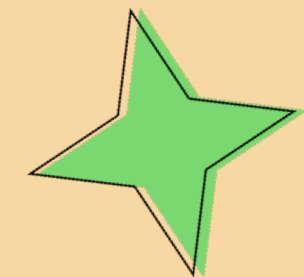


Сравнение числа вариантов для разных количеств объектов

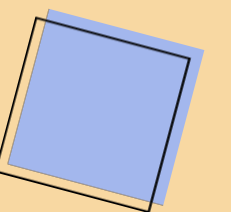


Даже небольшое увеличение числа элементов резко расширяет количество возможных расположений. Поэтому для подобных задач удобнее сразу использовать формулу.

Рост числа перестановок очень быстрый: добавление одного объекта многократно увеличивает количество вариантов. Полный перебор становится невыгодным уже на небольших наборах.



Расчёт по формуле перестановок $P_n = n!$.



Перестановки в цифровом мире



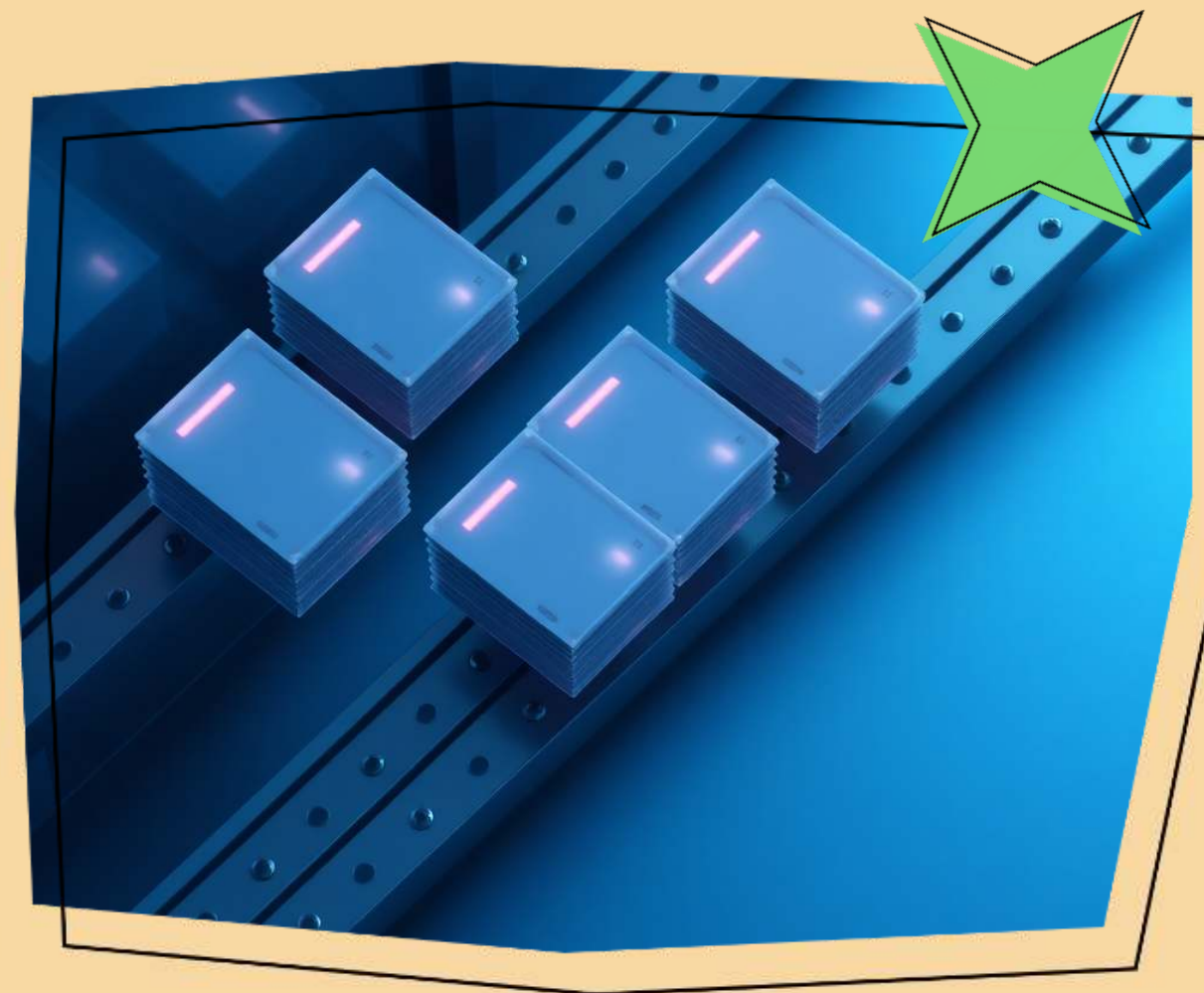
PIИ-код как последовательность

В цифровом замке важен не только набор цифр, но и их порядок. Код 1234 отличается от 4321, хотя цифры те же. Именно поэтому даже короткая последовательность может иметь много вариантов и требует точного ввода.



Пароль и безопасность

Пароли строятся из символов, и каждое место в записи влияет на результат. Если поменять символы местами, получится другая комбинация. Чем длиннее пароль и чем больше доступных знаков, тем труднее перебрать все варианты вручную.



Порядок в данных

Перестановки встречаются и при работе с информацией: список можно упорядочить по-разному, а от порядка иногда зависит смысл записи. В цифровой среде это помогает понимать, почему одна и та же группа символов может означать разные вещи.

Итоги по теме: основные формулы и факты

1. Что называют перестановкой

Перестановка — это расположение всех элементов набора в определённом порядке. Для таких задач важно, что используются именно все элементы, а их последовательность меняет ответ.

2. Главная формула

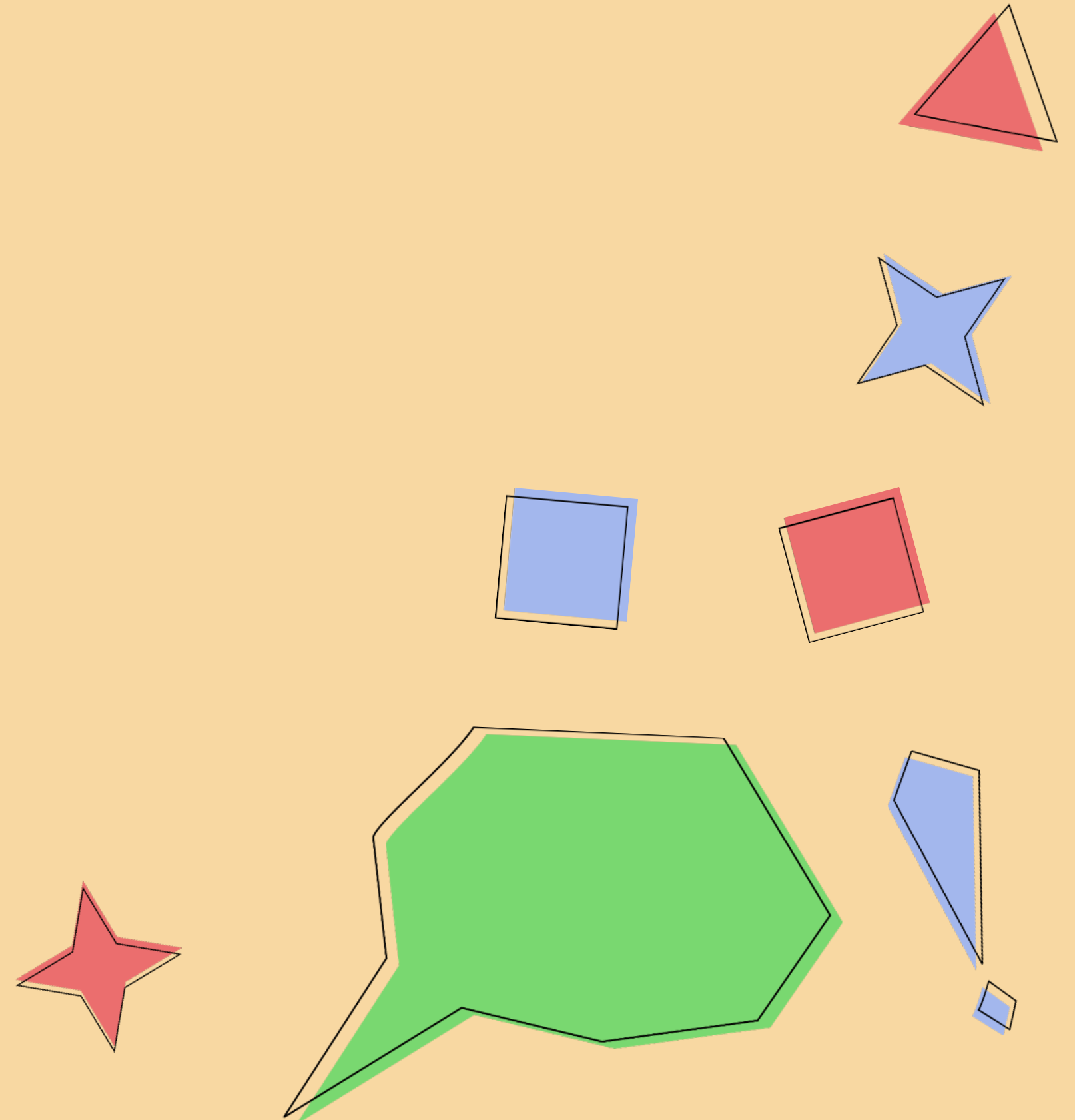
Для n различных объектов число перестановок равно $P_n = n!$. Это означает, что количество вариантов связано с факториалом и растёт очень быстро даже при небольшом n .

3. Как работают повторы

Если среди элементов есть одинаковые, часть вариантов совпадает. Тогда число различных перестановок становится меньше, чем $n!$, потому что одинаковые расположения нельзя считать несколько раз.

4. Как решать задачи

Сначала нужно определить, влияют ли порядок и повторения на ответ. Затем выбирают нужную формулу и только после этого выполняют вычисления и проверку результата.





Перестановки помогают считать точно

Перестановки показывают, как порядок элементов
меняет число вариантов. Факториал помогает
быстро находить ответ, а умение замечать
повторы и условия задачи делает решения точными
и понятными.

