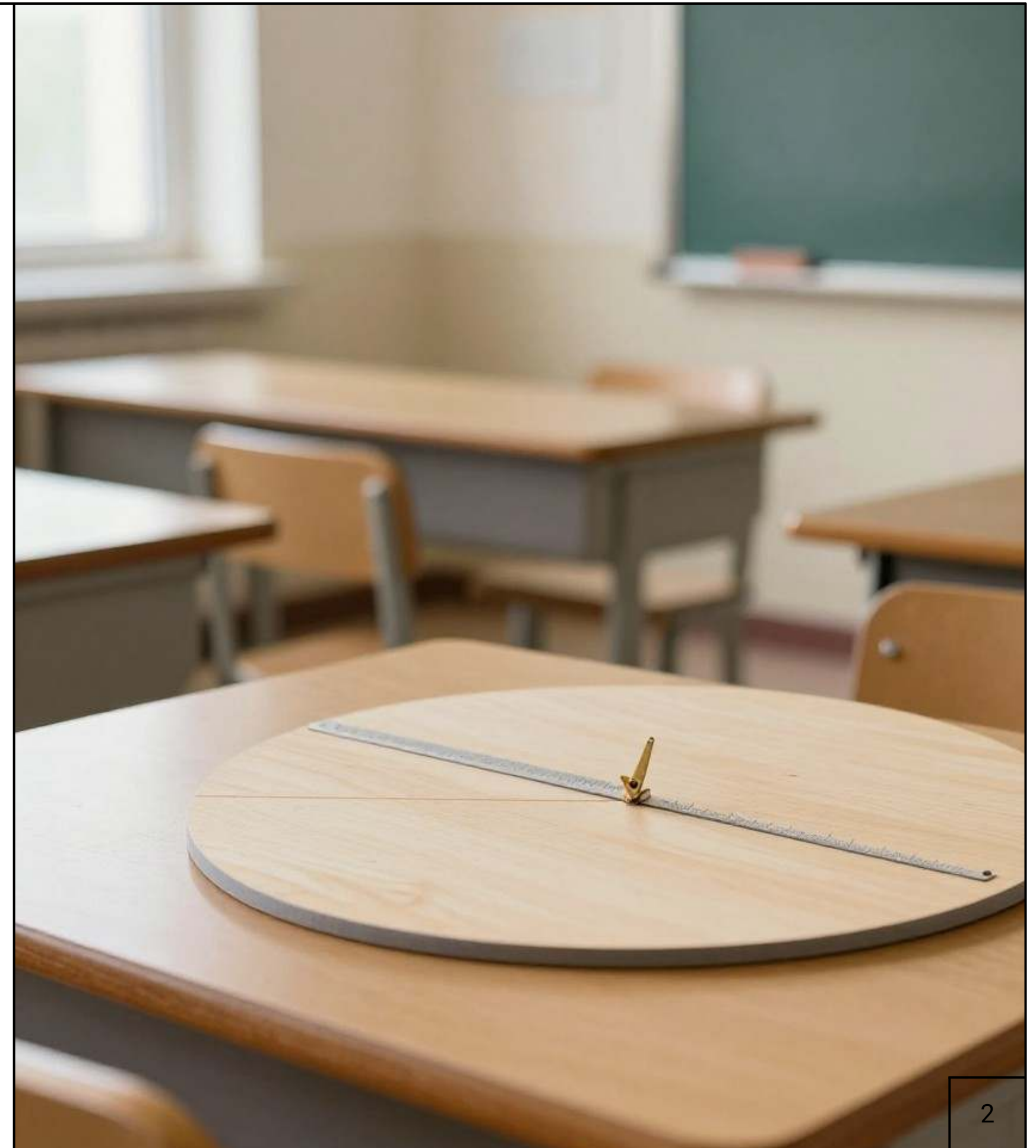


Касательная к окружности: главные факты для 7 класса

Касательная касается окружности в одной точке и опирается на радиус, углы и построения.

Где встречается касательная и зачем изучать её свойства

Касательная легко узнаётся в колесе велосипеда, монете, циферблате, мяче и круглых деталях механизмов. В школе она описывает «соприкосновение без пересечения». Удобно знать: радиус в точке касания перпендикулярен; из внешней точки две касательные равны.



Окружность, точка касания и секущая

1 Окружность — это множество точек на одинаковом расстоянии от центра. Радиус связывает центр и любую точку окружности, поэтому именно он помогает проверять свойства касательной.

2 Точка касания — единственная общая точка прямой и окружности, если прямая является касательной. В этой точке удобно проводить радиус и работать с углами.

3 Если прямая пересекает окружность в двух точках, она называется секущей. Сравнивая касательную и секущую, легче понимать, где окружность «касается», а где «режется» прямой.

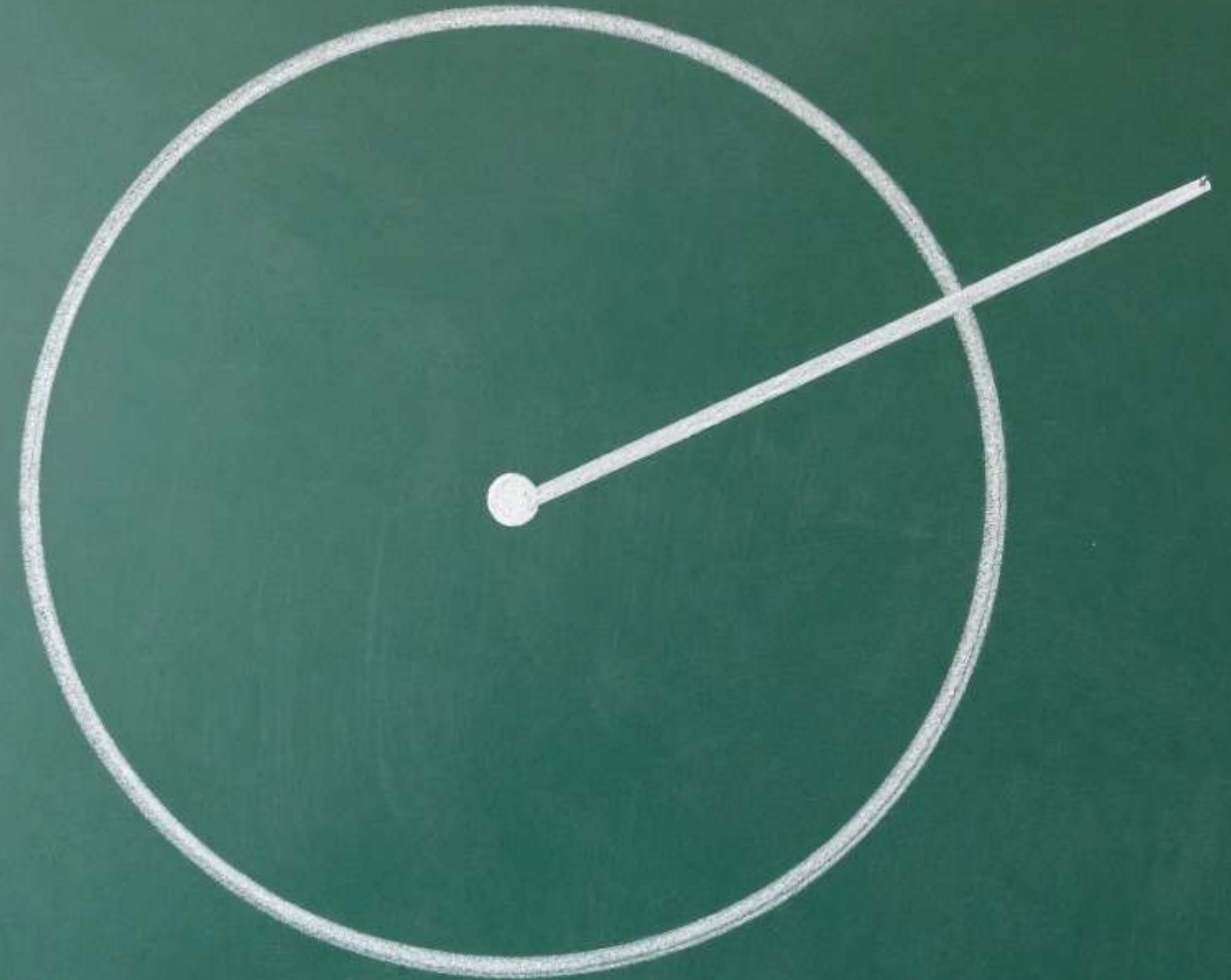
Как выглядит касательная на чертеже

Обозначения и главный признак

На чертеже касательная изображается прямой, которая соприкасается с окружностью только в одной точке. Обычно центр окружности обозначают буквой O , точку касания — A , а касательную — прямой t .

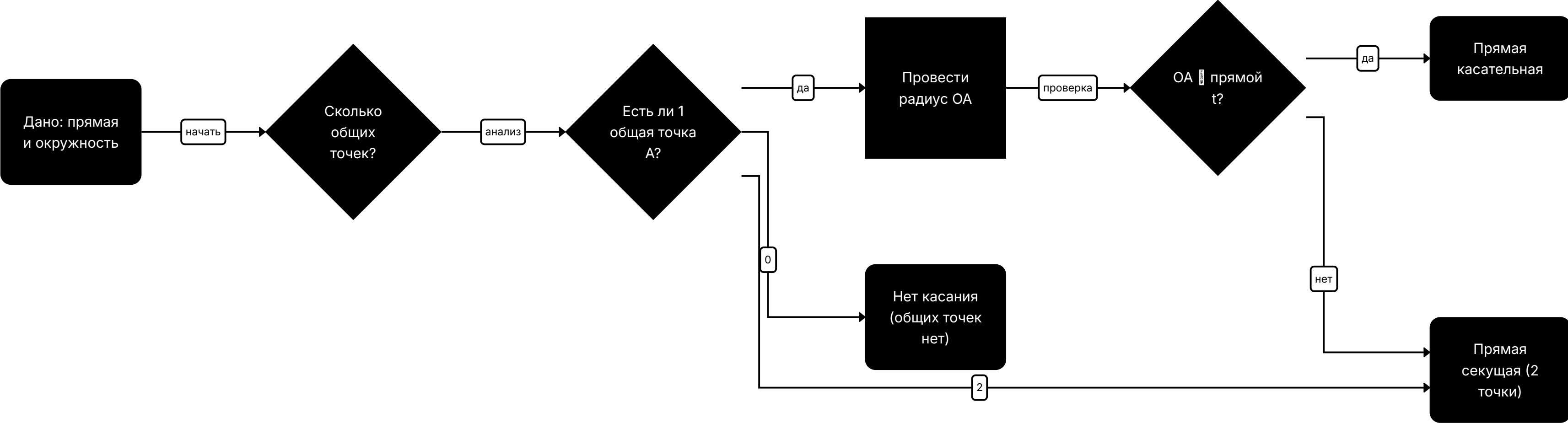
Почему линия «не проходит через окружность»

Радиус OA в этой точке образует с касательной угол 90° . Важно, чтобы прямая не шла сквозь окружность: она касается её в одной точке, без второго пересечения.



Как понять, что прямая — касательная

Проверяем положение прямой относительно окружности и радиуса в точке касания.



90°

Если радиус в точке касания перпендикулярен прямой, то прямая является касательной.

Свойство касательной к окружности (радиус перпендикулярен касательной в точке касания)

Перпендикулярность даёт точный проверочный ориентир при построении и решении задач на углы.

Сколько касательных можно провести из разных точек

1 Если точка лежит на окружности, через неё можно провести ровно одну касательную. Она касается окружности в этой точке и сразу «уходит» в сторону, не образуя второго пересечения.

2 Если точка находится вне окружности, можно провести две касательные. Они образуют «две стороны соприкосновения», и отрезки касательных от точки до окружности будут одинаковой длины.

3 Если точка лежит внутри окружности, касательных провести нельзя. Любая прямая из такой точки либо пересечёт окружность, либо не сможет стать касательной в одной точке.

Число касательных в зависимости от положения точки

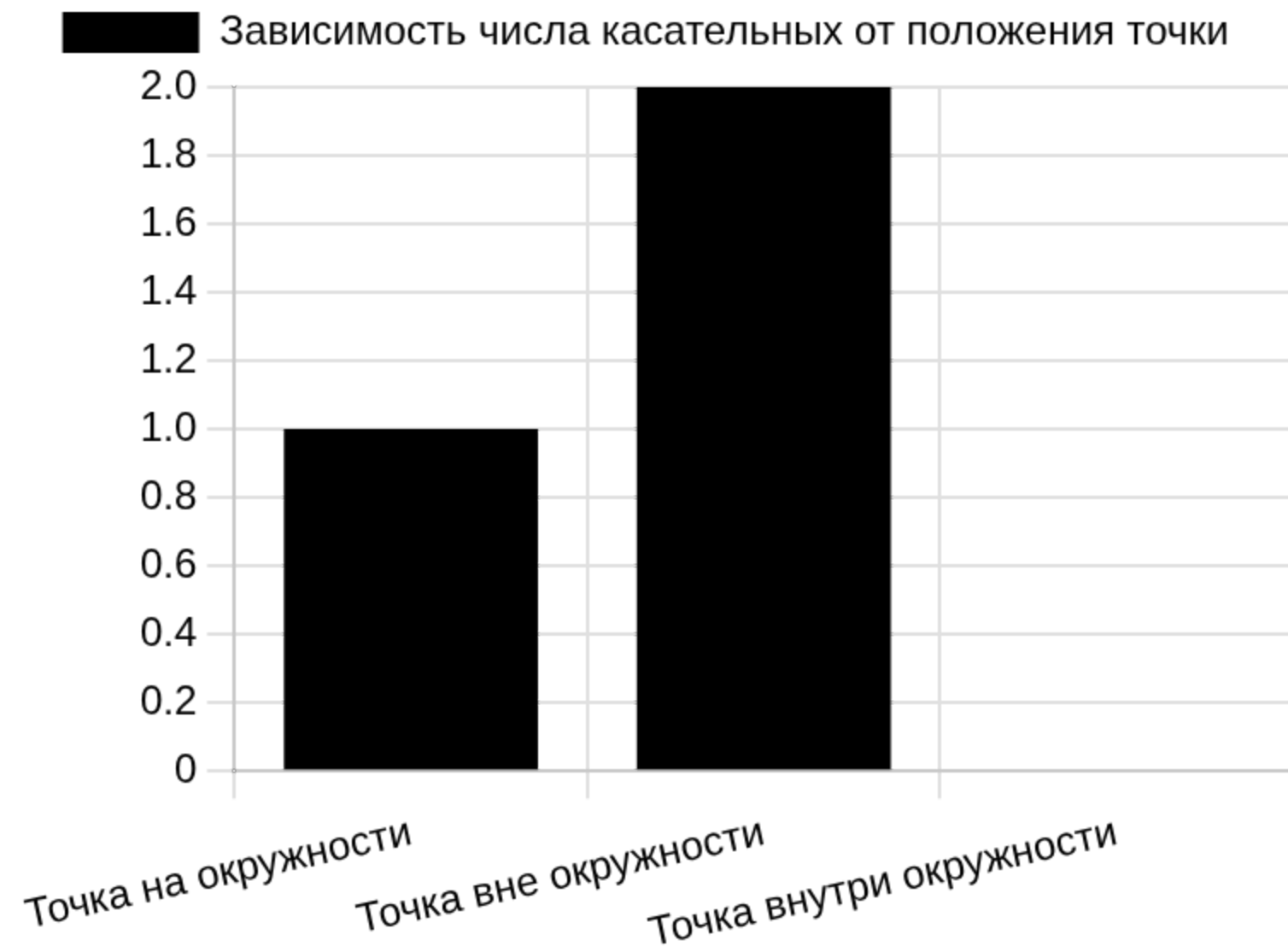
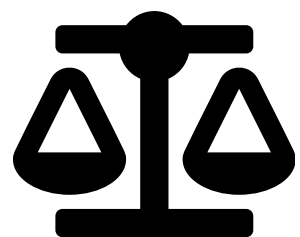


График показывает: количество касательных определяется только тем, где находится точка относительно окружности.

По столбцам сразу выбирают нужный случай задачи: ищут одну касательную, две или понимают, что касательных не существует.

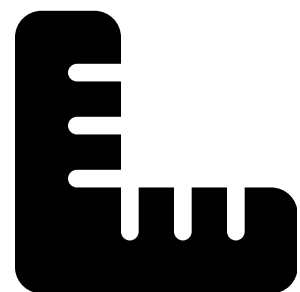
Обобщение учебного свойства касательной (из положения точки относительно окружности)

Почему касательные из одной внешней точки равны



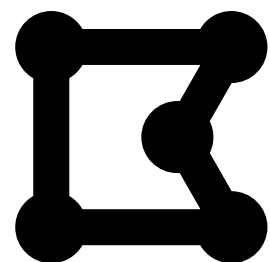
Равные отрезки

Отрезки касательных, проведённых из одной внешней точки к окружности, равны по длине. Это помогает вычислять неизвестную длину, не измеряя её и не достраивая дополнительные линии.



Удобно для расчётов

Если известна длина одной касательной, то вторая такая же. В задачах на чертежах обычно достаточно записать равенство и затем применять его к требуемой величине.



Опора для построений

Равенство касательных поддерживает аккуратность построений: построили две касательные — проверяйте, что соответствующие отрезки от внешней точки получаются одинаковыми.

Сравнение прямой, секущей и касательной

Прямая	Общие точки	Положение	Связь с радиусом
Без пересечения	0	Не касается	Радиус не задаёт перпендикулярность в точке касания
Секущая	2	Пересекает окружность	Радиус перпендикулярен не обязателен
Касательная	1	Касается окружности	ОА касательная в точке касания (О — центр)

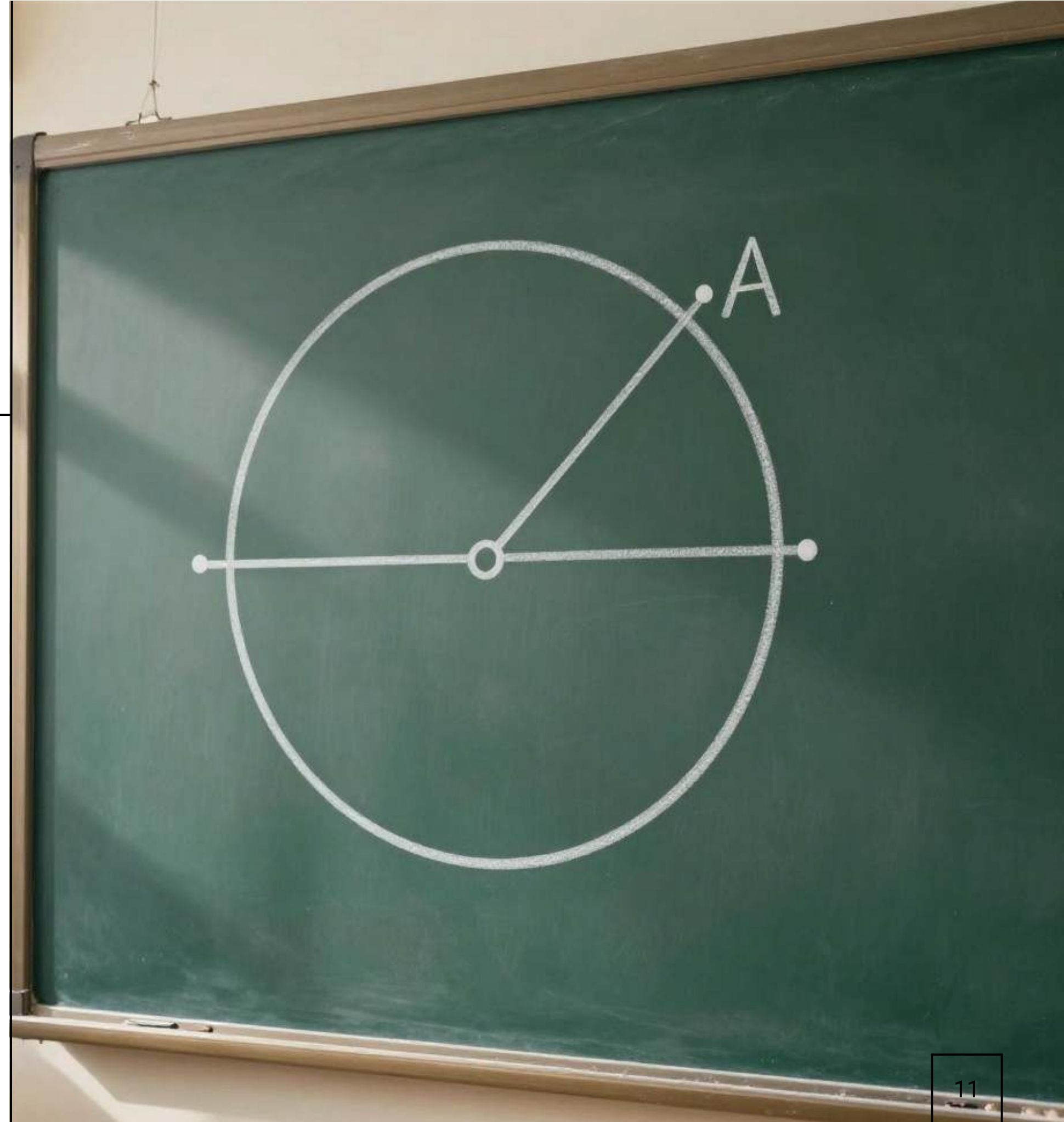
Таблица помогает быстро отличить прямую с нуля, одной или двух общих точек и понять связь с радиусом в точке касания.

Касательная отличается именно «одной общей точкой» и перпендикулярностью радиуса к касательной в этой точке.

Построение касательной в точке на окружности

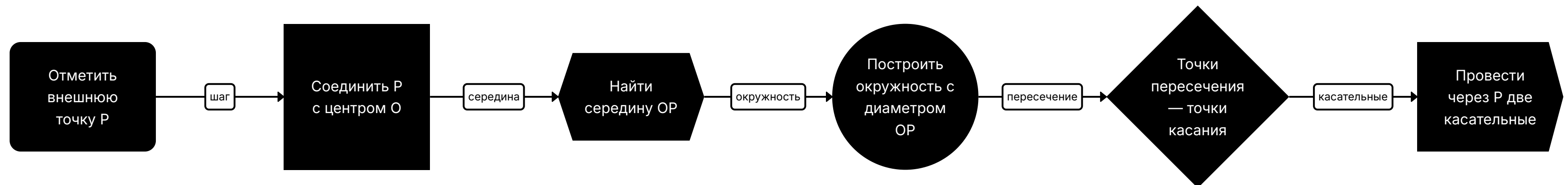
Отметьте на окружности точку A и подпишите центр O . Соедините A с O , чтобы получить радиус OA . Он будет ключевым элементом, от которого зависит правильное построение касательной.

Через точку A проведите прямую, перпендикулярную радиусу OA . По признаку касательной такая прямая касается окружности ровно в одной точке A . На рисунке подчеркните угол 90° и подписи O , A , OA и t .



Построение двух касательных из внешней точки к окружности

Основано на прямом угле в точке касания: радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной; середина OP помогает получить точки касания через окружность с диаметром OP .



Углы, связанные с касательной и хордой

1 Пусть к окружности в точке касания A проведена касательная, а через A проходит хорда. Рассмотрим угол между касательной и хордой: он связан с дугой, на которую опирается хорда.

2 Этот угол равен вписанному углу, который тоже опирается на ту же дугу. То есть для вычисления можно «переносить» задачу на вписанный угол в треугольнике, заданном точками дуги.

3 На практике это помогает находить неизвестные углы в чертежах с окружностью: сначала выделяют дугу, затем выбирают вписанный угол, равный углу между касательной и хордой.

Основные угловые соотношения с касательной

- Радиус и касательная: 90°
- Касательная и хорда: равенство вписанному углу
- Касательная и секущая: внешний угол



На чертеже удобно отмечать центр O , точку касания A и хорду: по этим обозначениям быстро определяют, какой именно угол применяется в задаче.

Диаграмма показывает, что чаще всего в задачах используют три связи: прямой угол при радиусе, равенство с вписанным углом и внешний угол при секущей.

Типичные ошибки в задачах на касательную

1 Иногда касательной считают любую прямую, которая «рядом» с окружностью. Но касательной она становится только тогда, когда прямая имеет одну общую точку с окружностью и касается её в этой точке.

2 Частая ошибка — построить перпендикуляр к радиусу не в точке касания. Перпендикуляр к радиусу должен проходить именно через точку A , иначе признак касательной не выполняется.

3 Иногда путают касательную и хорду: если линия проходит через окружность и пересекает её в двух точках, это уже секущая или хорда, а не касательная к окружности.

4 Ещё одна проблема — не обозначить центр O и точку касания A . Без этих меток трудно проверить прямой угол и правильно применить свойства равенства углов и отрезков.

Касательная в окружающем мире

Колесо «касается» дороги одной точкой

В момент движения колесо велосипеда соприкасается с дорогой в одной точке. Эта точка похожа на точку касания окружности с прямой: в ней «нет пересечения», а есть правильное соотношение между направлением и радиусом до центра колеса.



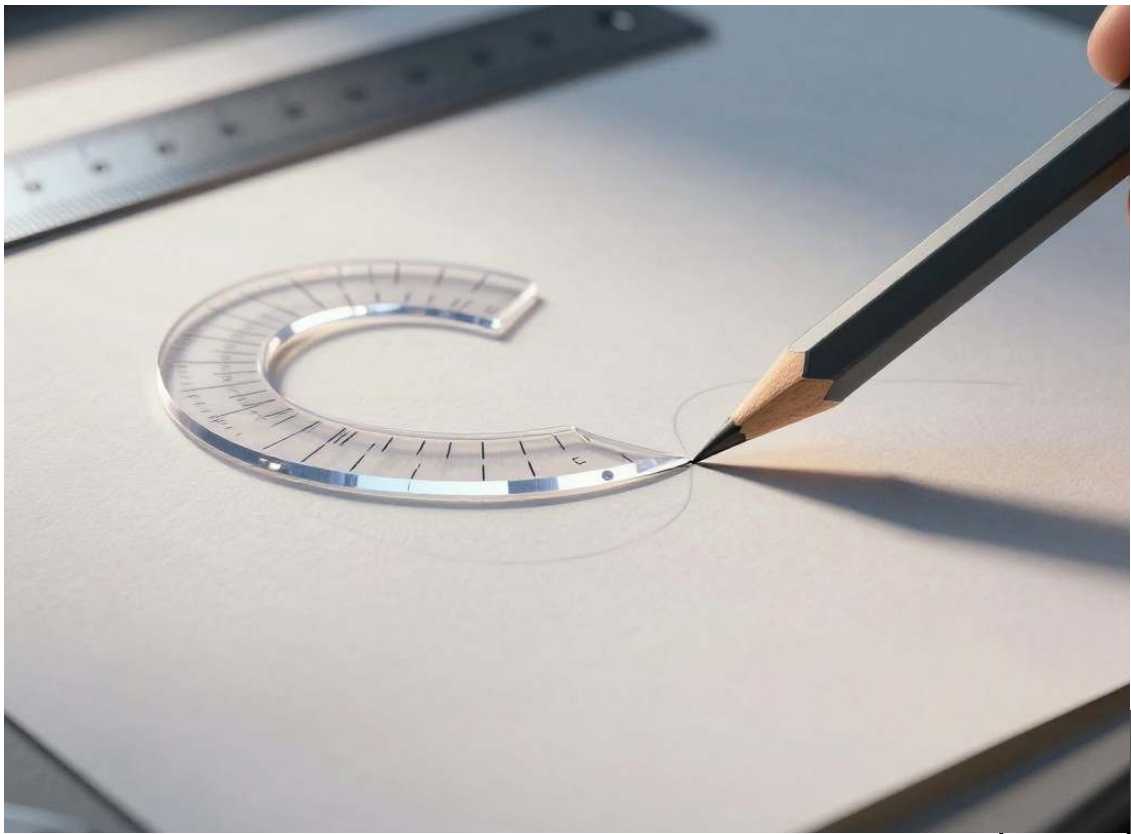
Часы и механизмы: касательные задают направление

На циферблатах стрелки и элементы оформления часто можно рассматривать как линии, соприкасающиеся с круглыми деталями. В механизмах подобные касательные помогают задавать нужное направление движения и плавные переходы между частями устройства.



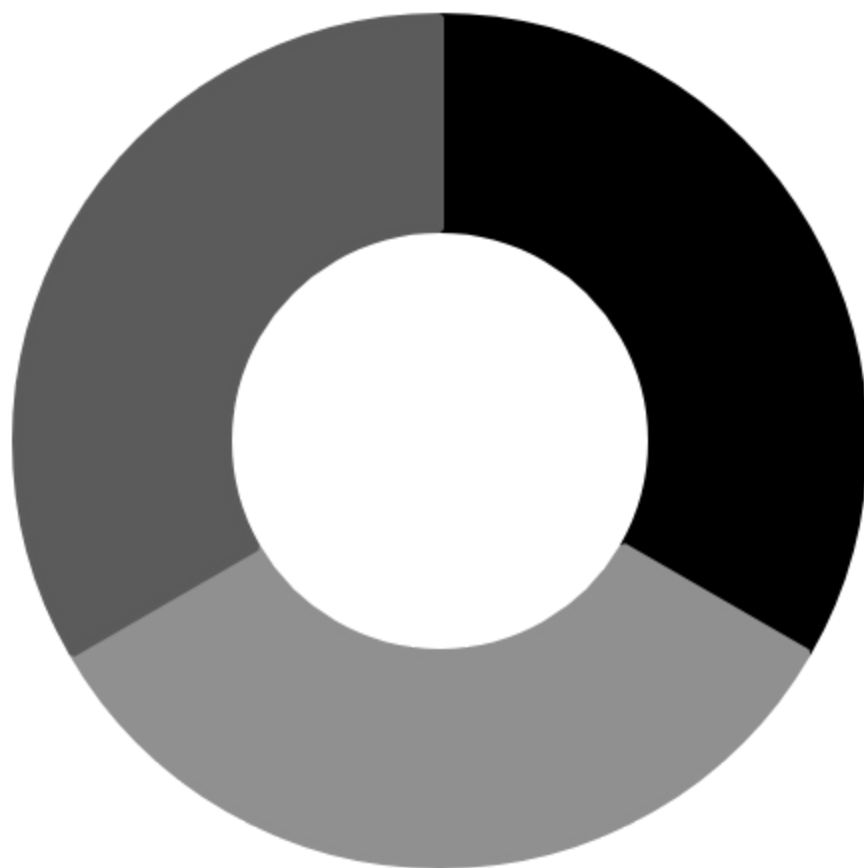
Рисунок и дизайн: касательная делает линию аккуратной

В черчении и дизайне касательные используют, чтобы получить плавные линии и корректные переходы между кривыми. Геометрия здесь работает как «настройка» формы: касание в одной точке помогает сохранять задуманные углы и симметрию.



Связь касательной с радиусом и хордой

- Радиус □ касательная
- Касательные из одной внешней точки равны
- Угол касательная–хорда равен вписанному углу на ту же дуг



Эти связи работают вместе: сначала находят точку касания, затем используют прямой угол с радиусом, а дальше применяют равенство касательных или угловую формулу с хордой.

Круговая диаграмма подчёркивает, что большинство задач сводится к выбору одного из трёх «инструментов» и последующему аккуратному применению именно его в нужном месте.

Мини-практика по теме касательной

Потренируйтесь узнавать, какая формулировка касательной нужна в каждом типовом случае: определение единственной касательной, две равные касательные, признак по перпендикуляру и применение равенства касательных.

Каждое задание соответствует отдельному признаку или следствию: число общих точек, перпендикуляр радиусу и равенство отрезков касательных позволяют решать без догадок.

Ситуация	Что требуется	Ключевое свойство
Точка на окружности	Найти единственную касательную	Один общий пункт
Внешняя точка	Определить две касательные	Можно провести две
Дан радиус и 90°	Проверить касательную	Перпендикуляр радиусу
Две касательные из точки	Использовать равенство	Длины равны

Как решать задачи на касательную

1. Найдите опорные элементы

На чертеже обозначьте центр окружности, радиус и точку касания. Убедитесь, что вы видите, какие точки лежат на окружности, а какие — снаружи.

2. Проверьте «касание»

Посмотрите, сколько общих точек у прямой и окружности. Для касательной должно быть ровно одно пересечение, а радиус к точке касания должен быть перпендикулярен прямой.

3. Используйте равенства и углы

Когда касательных две — применяйте их равенство. Для углов применяйте отношения с хордами: угол между касательной и хордой равен вписанному углу на ту же дугу.

4. Оформите решение через чертёж

Держите обозначения и подписи на рисунке: O , A , t и нужные хорды/отрезки. Аккуратный чертёж помогает не перепутать касательную с секущей и быстро выбрать правило.

Итоги: что нужно запомнить о касательной

Касательная имеет одну общую точку с окружностью. Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Из точки на окружности проводят одну касательную, из внешней — две равные, а из внутренней — касательных нет.