

Многоугольник: от определения к задачам

Базовые понятия, углы, диагонали
и площадь без лишней сложности.



> Где живёт геометрия многоугольников

Многоугольники окружают нас в плитке, знаках, окнах и чертежах. Чтобы уверенно работать с ними, нужны только основы: отрезки, углы, периметр, площадь и разбиение фигур.



> Что такое многоугольник

Замкнутая ломаная

Многоугольник — это замкнутая ломаная, составленная из трёх и более отрезков. Между её концами нет разрывов, а все звенья образуют единую фигуру.

Главные элементы

У любой такой фигуры есть стороны, вершины, углы и диагонали. Эти элементы помогают описывать фигуру точно и переходить к вычислениям.

Примеры фигур

К многоугольникам относятся треугольник, четырёхугольник, пятиугольник и многие другие фигуры. Их легко узнать по прямым сторонам и углам.

Без кривых линий

Кривых сторон у многоугольника быть не может. Если граница содержит дугу или окружность, это уже не многоугольник.

> Виды по числу сторон

Число сторон

Название фигуры зависит от числа сторон. Например, треугольник имеет 3 стороны, четырёхугольник — 4, пятиугольник — 5, а шестиугольник — 6.

Равенство чисел

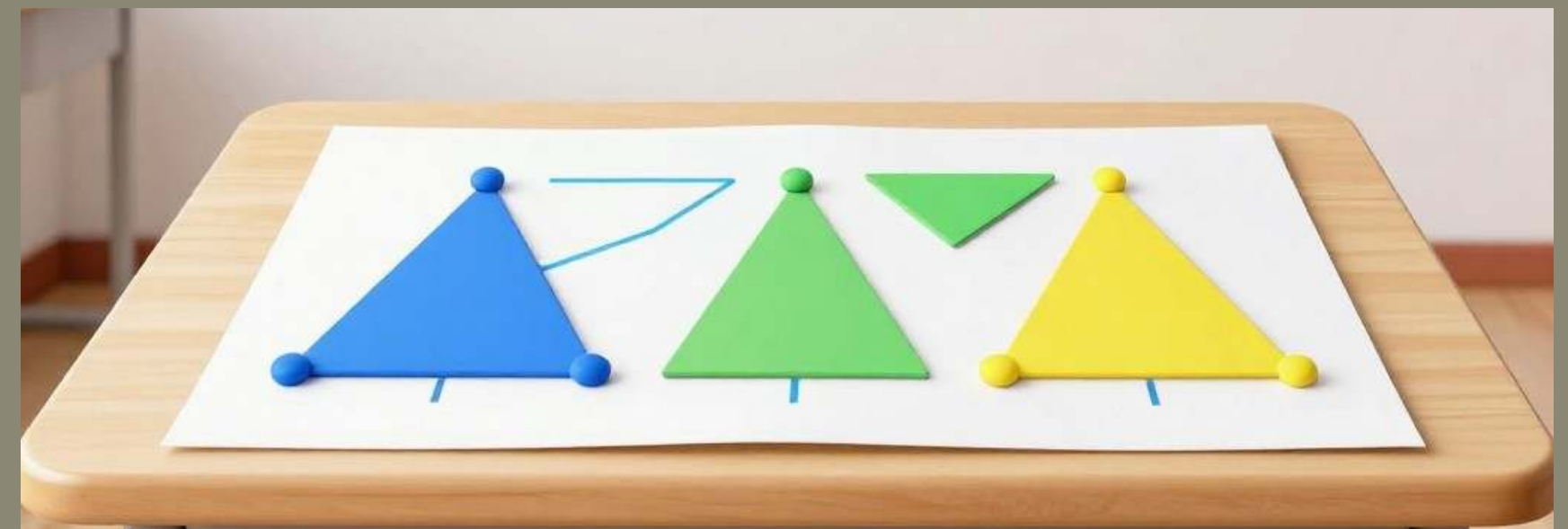
У многоугольника столько же вершин, сколько сторон. Каждый угол связан с одной вершиной, поэтому эти числа всегда совпадают.

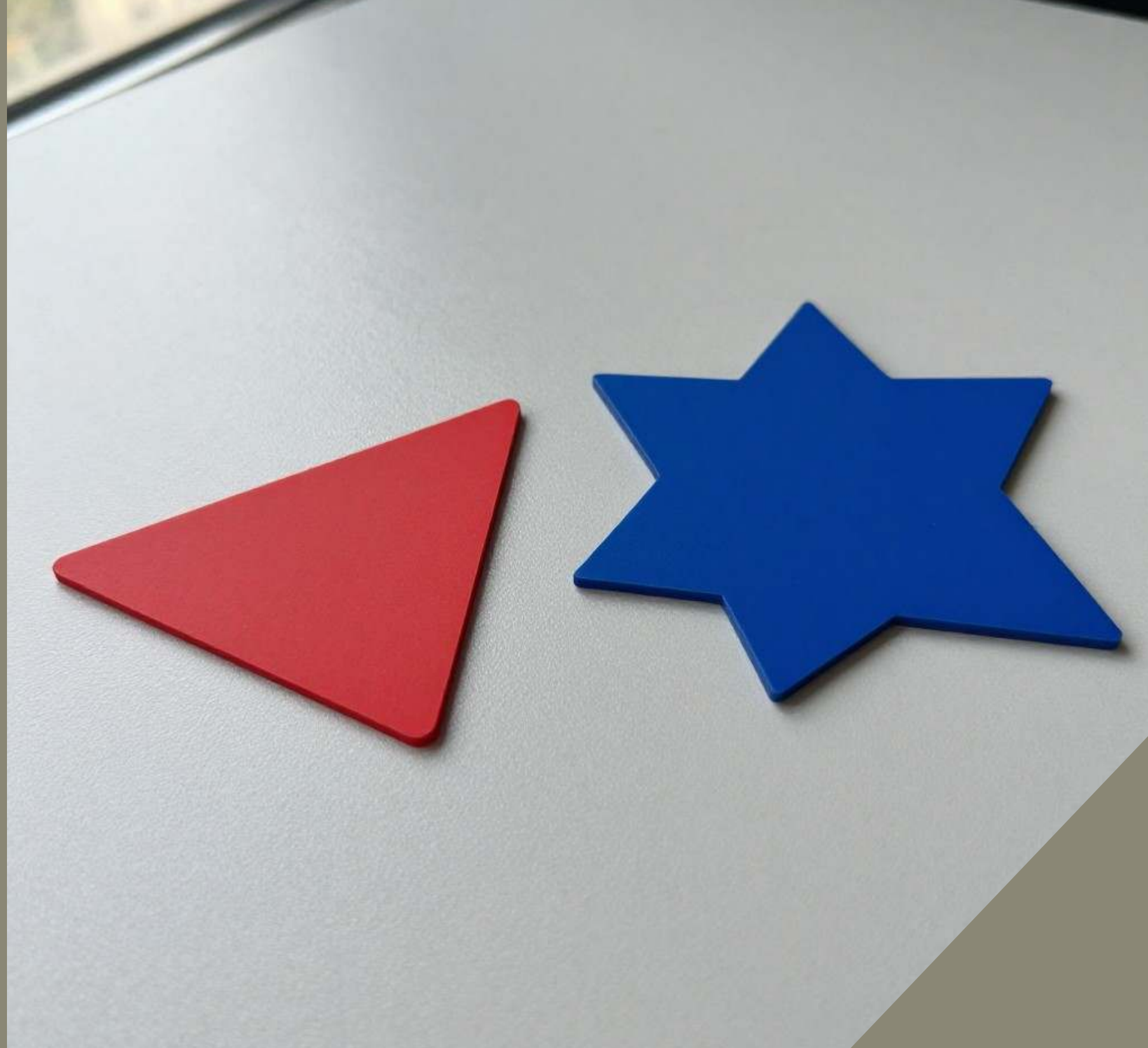
Общий принцип

Чем больше сторон, тем больше деталей у контура. Однако правило счёта остаётся одинаковым: стороны, вершины и углы считают по одному и тому же кругу.

Зачем это нужно

Такие названия помогают быстро отличать фигуры и понимать их свойства ещё до вычислений. Это удобно при решении задач и чтении чертежей.





01

Выпуклая фигура

Выпуклый многоугольник не имеет вогнутых частей: вся фигура лежит по одну сторону от любой своей стороны. Любая прямая сторона остаётся «снаружи» по отношению к контуру.

02

Фигура с впадиной

Невыпуклый многоугольник имеет впадину, из-за которой часть фигуры уходит внутрь. На рисунке это хорошо видно по вогнутому углу или звёздчатому контуру.

Выпуклый и невыпуклый многоугольник

> Правильные и неправильные многоугольники

Два обязательных условия

Правильный многоугольник одновременно имеет все равные стороны и все равные углы. Эти два условия должны выполняться вместе, иначе фигура уже не считается правильной.

Когда фигура неправильная

Неправильный многоугольник нарушает хотя бы одно из этих требований. Например, стороны могут быть разной длины, даже если углы выглядят одинаковыми.

Примеры для сравнения

Квадрат — пример правильного четырёхугольника. Прямоугольник без равных всех сторон уже не подходит под определение правильного многоугольника.



> Элементы и обозначения

01 Сторона

Сторона — это один из отрезков, из которых состоит граница многоугольника. По сторонам удобно считать периметр и различать фигуры между собой.

04 Внешний угол

Внешний угол смежен с внутренним и вместе с ним образует прямую линию. Поэтому их суммы всегда дают 180° .

02 Вершина

Вершина — это точка, где сходятся две соседние стороны. Вершины образуют «угловой каркас» фигуры и помогают вести счёт элементов.

05 Диагональ

Диагональ соединяет две несоседние вершины. Она проходит внутри фигуры и помогает разбивать многоугольник на более простые части.

03 Внутренний угол

Внутренний угол находится внутри многоугольника. Его величина показывает, насколько широко раскрыта фигура в данной вершине.

> Как классифицируют многоугольники

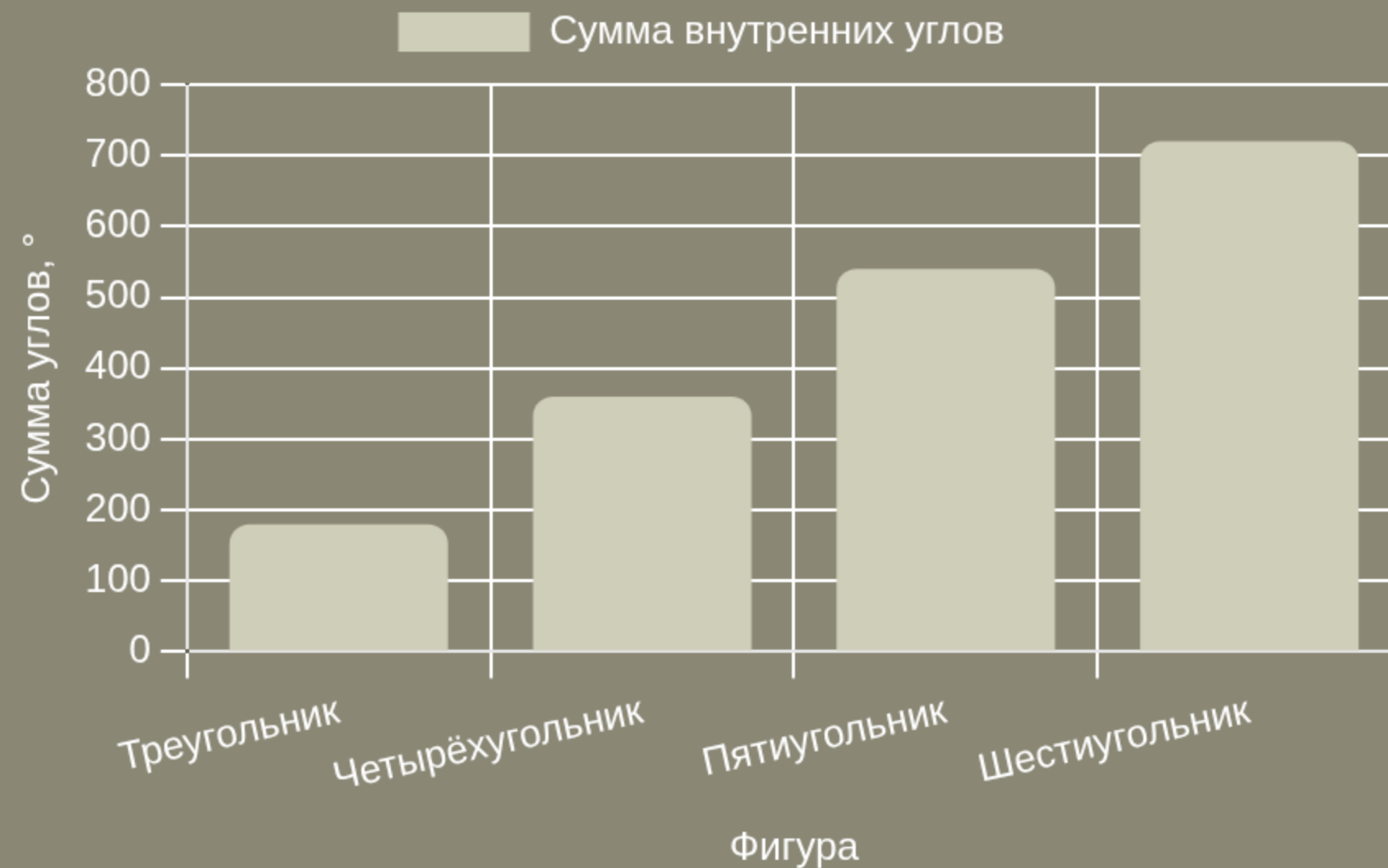
Признак	Варианты	Пример
Число сторон	3, 4, 5...	пятиугольник
Выпуклость	выпуклый/ невыпуклый	звёздчатая фигура
Правильность	правильный/ неправильный	квадрат

Три признака позволяют быстро описать любой многоугольник и не перепутать его свойства при решении задач.

Одна фигура может одновременно принадлежать сразу к нескольким группам: например, квадрат — выпуклый и правильный.

Классификация многоугольников по числу сторон, выпуклости и правильности

> Сумма внутренних углов



Формула работает для любого n -угольника и удобно проверяется на простых примерах из нескольких сторон.

Каждая добавленная сторона увеличивает сумму внутренних углов на 180° , потому что фигура разбивается ещё на один треугольник.

Формула суммы внутренних углов n -угольника: $(n-2) \times 180^\circ$

Это ключевой ориентир:
при обходе фигуры поворот
суммируется до полного
круга.

360°

— такова сумма внешних углов
многоугольника.

*Свойство внешних углов многоугольника, школьная
геометрия*

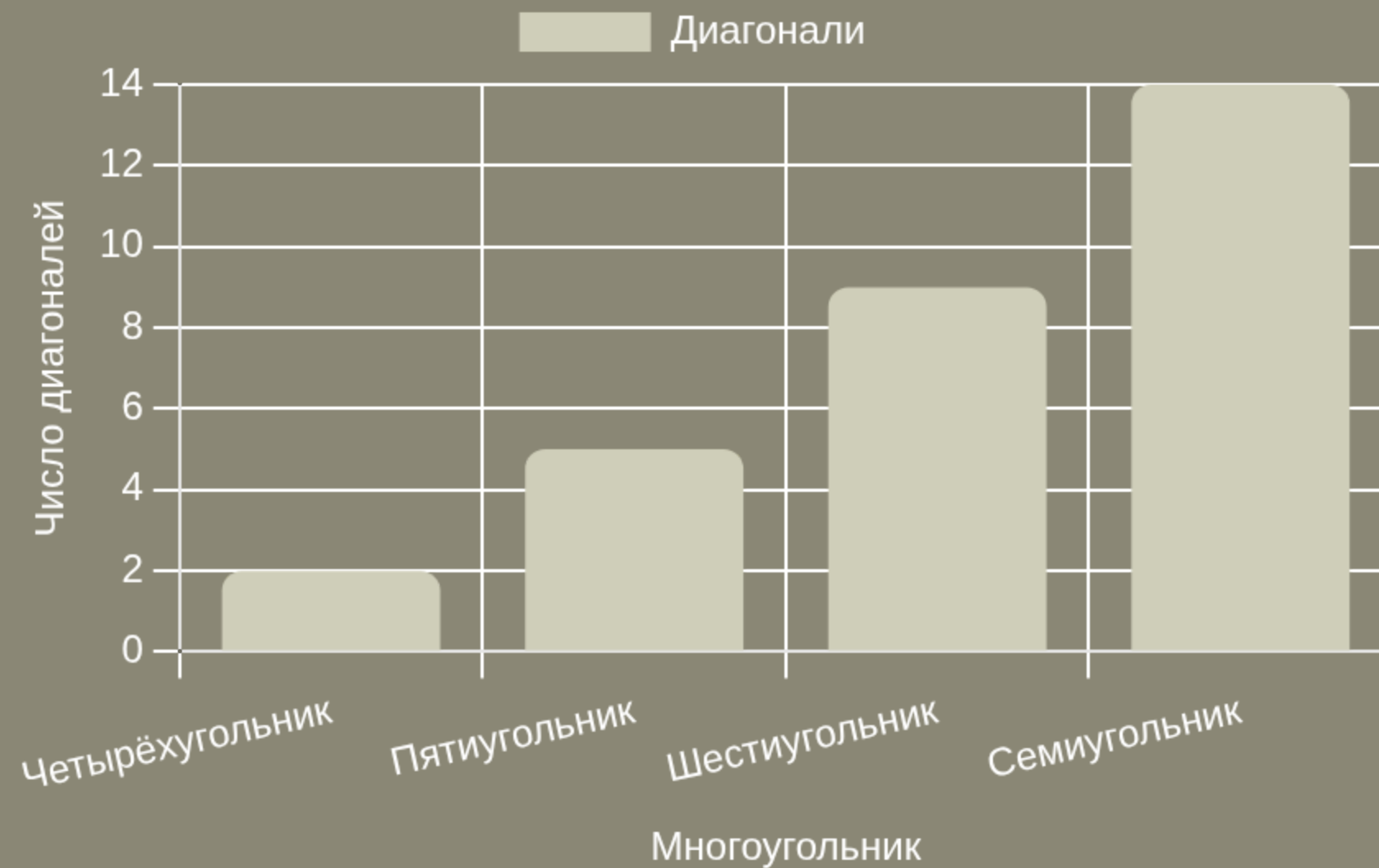
Для одного вершины
внутренний и внешний углы
всегда дополняют друг
друга до развёрнутого угла.

180°

— это сумма смежных углов
у одной вершины.

Свойство смежных углов; школьная геометрия.

> Диагонали многоугольника



Диагонали растут быстрее числа сторон: каждая новая вершина добавляет несколько новых соединений, не считая соседние вершины.

Формула $n(n-3)/2$ точно описывает рост числа диагоналей и помогает быстро проверять ответы в задачах.

Школьная формула числа диагоналей n -угольника.

> Как перейти к треугольникам

Построение основано на разбиении выпуклой фигуры диагоналями из одной вершины.



> От простых фигур к многоугольнику

Старт с прямоугольника

Площадь прямоугольника находят по длинам двух смежных сторон: это самая простая опорная формула, от которой удобно переходить к более сложным фигурам.

Сложение частей

Если провести диагонали из одной вершины, многоугольник распадается на треугольники. Затем остаётся сложить найденные площади и получить ответ для всей фигуры.

Опора на треугольник

Площадь треугольника выражают через основание и высоту. Именно треугольники чаще всего используют как «кирпичики» при разбиении многоугольника на части.



> Пример вычисления площади пятиугольника

Часть	Площадь
□1	6 см ²
□2	8 см ²
□3	5 см ²

Пятиугольник разбит на три треугольника. Нужно сложить площади всех частей, чтобы получить площадь всей фигуры.

Сумма площадей трёх треугольников даёт 19 см²; это показывает, как разбиение упрощает вычисления.

Учебный пример по разбиению многоугольника на треугольники.

> Проверь себя по трём шагам



Сумма углов

Для восьмиугольника используем формулу суммы внутренних углов: $(8-2) \times 180^\circ$. Получаем 1080° . Это быстрый способ проверить, правильно ли решена задача без построения чертежа.



Диагонали

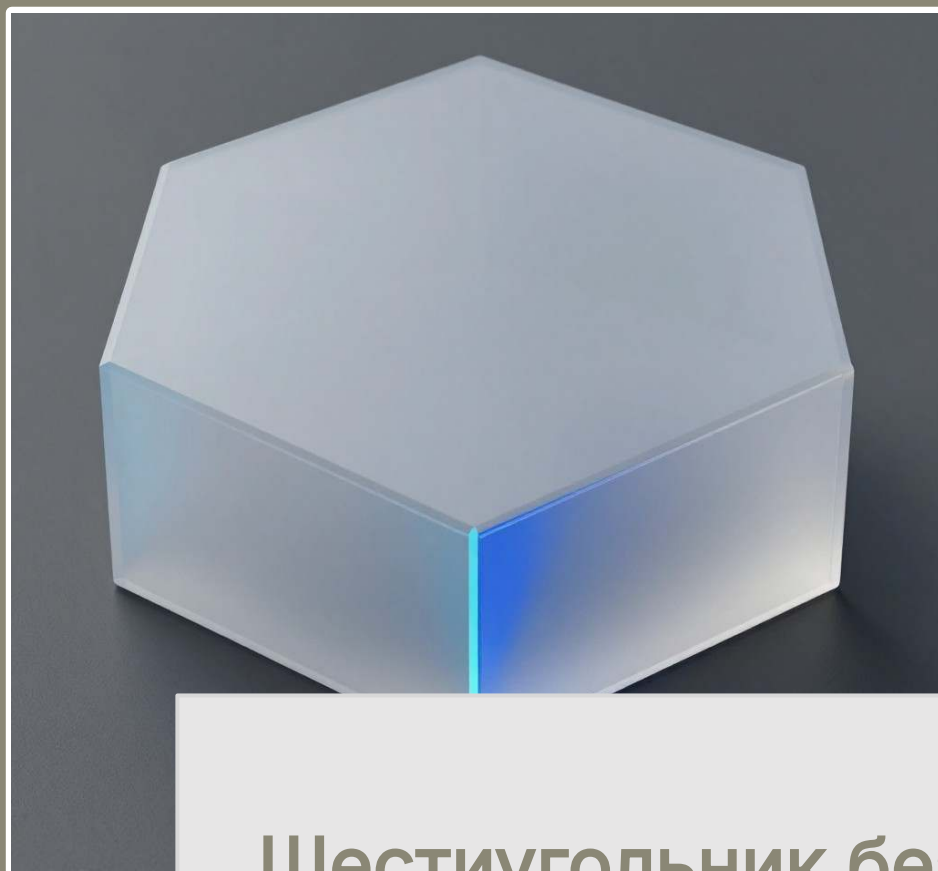
Число диагоналей семиугольника находим по формуле $n(n-3)/2$. Подставляем 7 и получаем 14. Важно не считать соседние стороны диагоналями.



Выпуклость

На рисунках нужно разделить выпуклые фигуры от невыпуклых. У невыпуклой есть «впадина», поэтому часть внутреннего пространства уходит внутрь контура.

> Две короткие задачи с проверкой



Шестиугольник без ошибок

У правильного шестиугольника все стороны и углы равны. Делим 360° на 6 и получаем внешний угол 60° , а внутренний — 120° . Такой результат удобно сразу сверять с формулой $180^\circ - 360^\circ/n$.



Пять сторон — три треугольника

Из одной вершины пятиугольника проводят диагонали только к несоседним вершинам. Получается три треугольника, потому что число частей всегда равно $n-2$. Для пятиугольника это особенно легко проверить на схеме.

> Площадь через разбиение

Треугольник	Площадь
1	7 см ²
2	9 см ²
3	4 см ²
4	6 см ²

Найдите площадь всей фигуры по сумме площадей треугольников и отметьте, чего не хватает для решения без готового разбиения.

Общая площадь равна 26 см². Если части не выделены, нужны диагонали или другие размеры, позволяющие разбить фигуру на треугольники.

Учебная задача на сложение площадей частей фигуры.

> Проверь понимание по шагам

Самопроверка по ключевым определениям, формулам и способам решения задач.



> Главное о многоугольниках

Теперь вы умеете распознавать многоугольники, различать их виды, считать углы и диагонали, а также находить площадь через разбиение на треугольники. Следующий шаг — решать задачи без подсказок.