

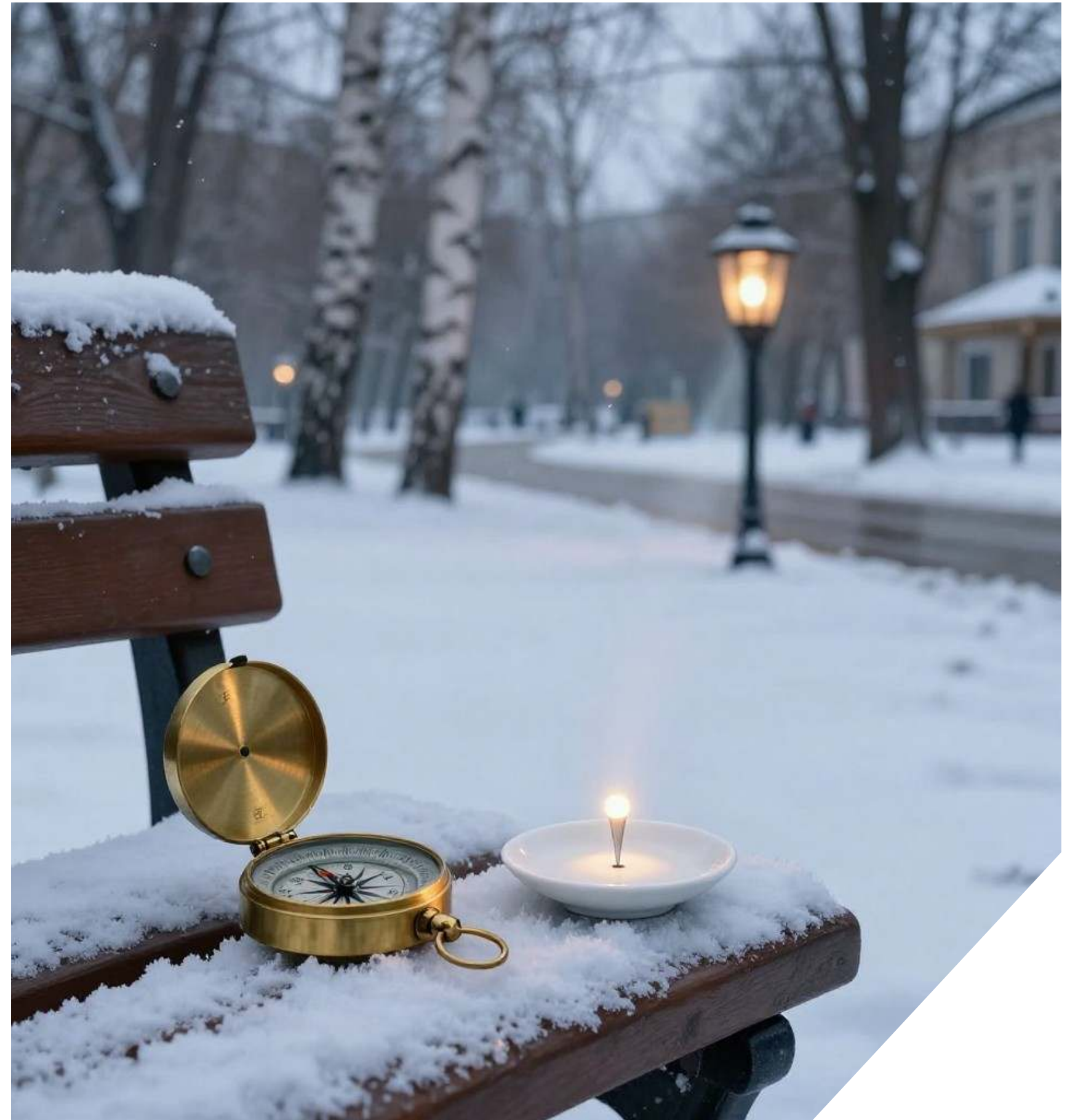
Полярные координаты

Новый способ задавать точки через расстояние и угол.



> Почему полярные координаты полезны

Когда важны не клеточки сетки,
а расстояние до центра и направление,
полярная система делает запись точки
наглядной и удобной для геометрии,
окружностей и задач на вращение.



01

Запись точки

Точку в полярной системе записывают как $(r; \varphi)$, где два числа сразу показывают, насколько далеко она находится от полюса

04 каком направлении расположена.

Особый случай $r = 0$

Если r равно нулю, точка совпадает с полюсом.

В этом случае угол не влияет на положение точки, потому что расстояние до начала

координат отсутствует.

02

Полярный радиус

Число r называют полярным радиусом. Оно показывает расстояние от полюса до точки и помогает понять, как далеко нужно откладывать точку на луче.

03

Полярный угол

Угол φ отсчитывают от полярной оси обычно против часовой стрелки. Он задаёт направление луча, на котором будет лежать точка после построения.

Что такое полярные координаты точки

> Полюс, полярная ось и радиус-вектор

Полюс

Полюс — это точка отсчёта в полярной системе координат. Именно от неё измеряют расстояние r до любой другой точки на плоскости.

Радиус-вектор

Радиус-вектор соединяет полюс с точкой. Его длина равна r , поэтому по этому отрезку удобно видеть, насколько далеко расположена точка от начала отсчёта.

Полярная ось

Полярная ось — это выбранный луч, от которого начинают отсчитывать угол φ . Она задаёт начальное направление и помогает правильно ориентироваться на рисунке.



> Правило построения точки по полярным координатам

2. Отсчёт угла

От полярной оси откладывают угол φ в нужную сторону и получают направление будущего луча.

4. Проверка знака

Если r отрицательно, точку откладывают на противоположном луче, после поворота направления на 180° .

1. Выбор основы

Сначала отмечают полюс и проводят полярную ось — это отправная линия для всех дальнейших построений.

3. Откладывание расстояния

На найденном луче откладывают расстояние r от полюса и получают искомую точку.

> Как меняются положение точки и направление луча

При неизменном угле увеличение r уводит точку дальше от полюса. Если r остаётся тем же, но меняется φ , точка поворачивается вокруг центра.

Расстояние и направление задают положение независимо: r отвечает за удаление от полюса, а φ — за поворот луча.

> Связь полярных и декартовых координат

01 Из полярных в декартовы

Если известны r и φ , координаты x и y находят по формулам $x = r \cos \varphi$ и $y = r \sin \varphi$. Они показывают проекции точки на оси.

02 Из декартовых в полярные

Когда заданы x и y , расстояние до полюса находят по формуле $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Так проверяют, насколько далеко точка от начала координат.

03 Одна точка — две записи

Одна и та же точка может быть записана по-разному в двух системах координат. Это удобно для решения задач, но требует

> Разные записи одной и той же точки

Запись	Что меняется	Результат
$(2; 30^\circ)$	Исходная	Точка та же
$(2; 390^\circ)$	$+360^\circ$	Точка та же
$(-2; 210^\circ)$	Знак r	Точка та же

Эти записи показывают, что координаты можно менять, не изменяя положение точки на плоскости.

Добавление 360° не меняет направление, а отрицательный радиус переносит точку на противоположный луч.

Школьный пример по теме «Полярные координаты»

> Почему одна точка имеет несколько полярных записей

Полные обороты

Угол можно увеличить на 360° , 720° и так далее, и направление луча не изменится. Поэтому записи $(r; \varphi)$, $(r; \varphi + 360^\circ)$ и $(r; \varphi + 720^\circ)$ описывают одну точку.

Отрицательный радиус

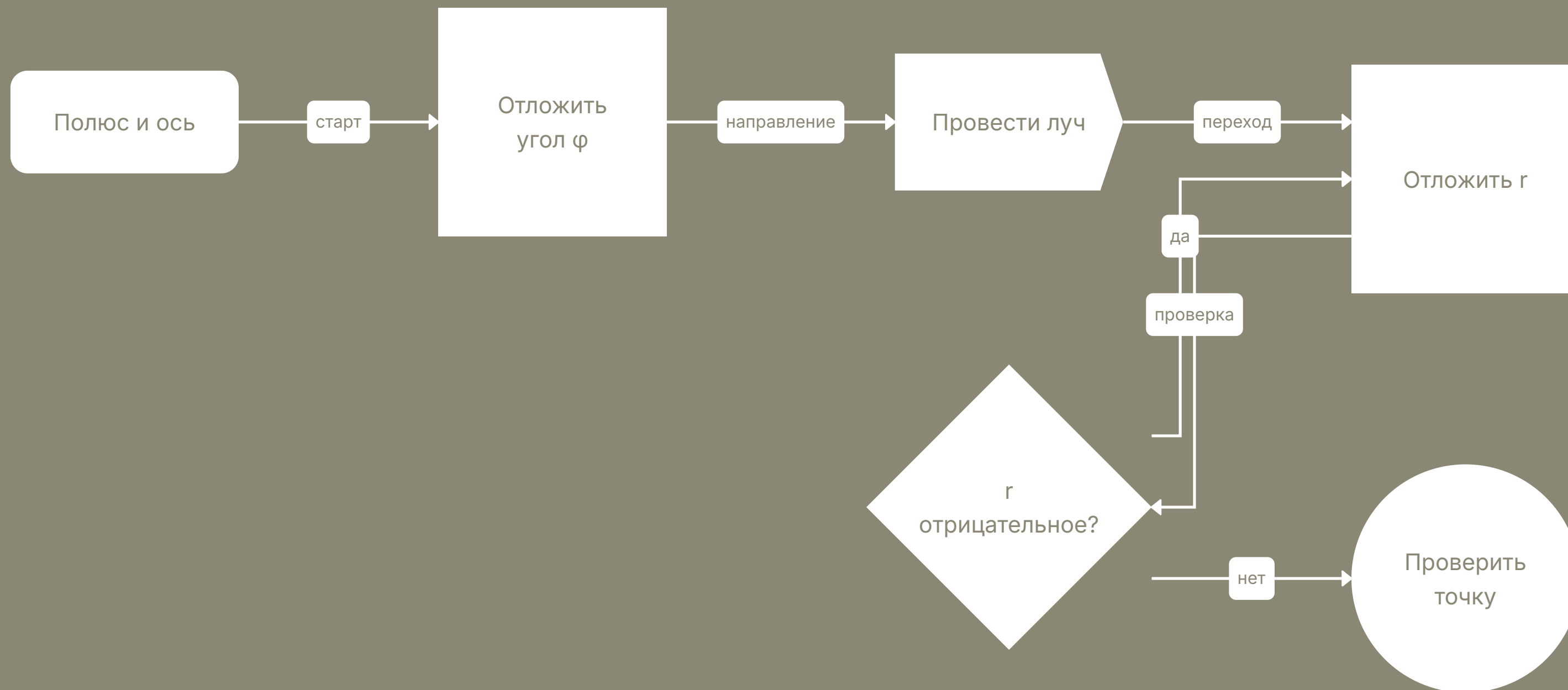
Если радиус взять со знаком минус, точку откладывают в противоположном направлении. Поэтому записи $(r; \varphi)$ и $(-r; \varphi + 180^\circ)$ обозначают одинаковое положение.

Важность проверки

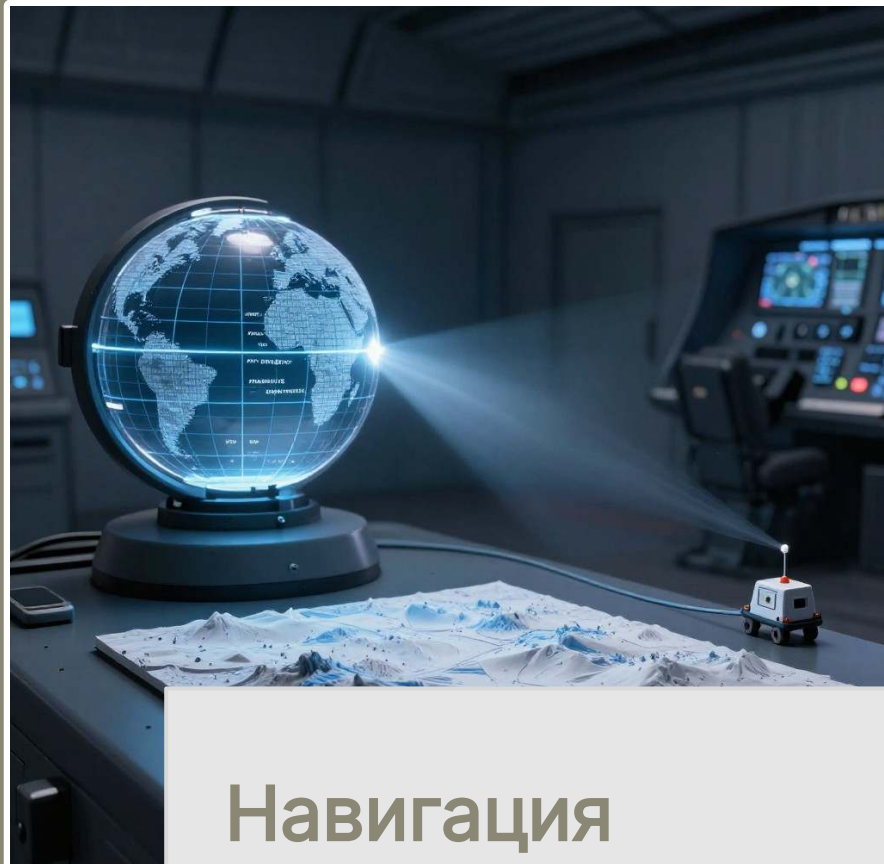
Из-за нескольких допустимых записей легко ошибиться при чтении координат. Чтобы не перепутать точку, полезно всегда сверять знак r и направление отсчёта угла.

> Алгоритм построения точки по полярным координатам

Пошаговая схема построения точки по заданным r и φ

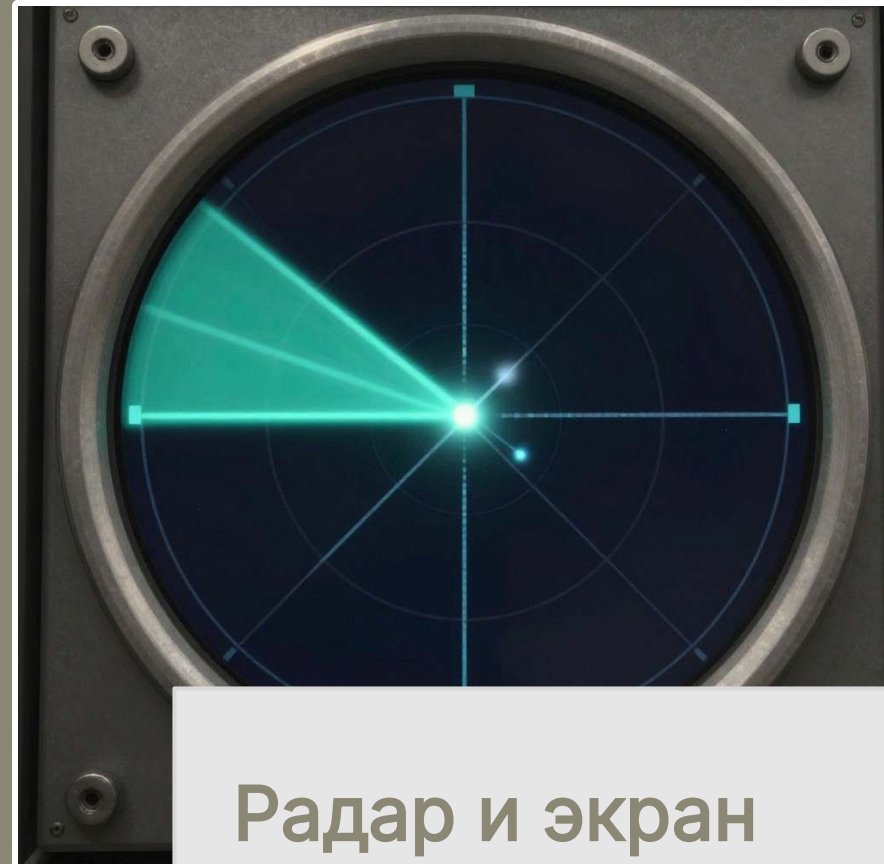


> Полярные координаты в технике и в жизни



Навигация по направлению

Капитан или пилот часто мысленно работает не с клетками, а с расстоянием и направлением. Полярная запись помогает быстро понять, куда двигаться от выбранной точки, если важно не «где на сетке», а «на каком удалении и под каким углом».



Радар и экран обзора

На экране радара цель удобно показывать как объект на определённой дальности и под нужным углом. Такая схема делает изображение наглядным: центр соответствует прибору, а круговые линии показывают удаление от него в разных направлениях.



Круговое движение вокруг центра

Колесо, карусель или вращающаяся деталь хорошо описываются через поворот вокруг одной точки. Здесь особенно важно, насколько объект удалён от центра и как изменилось направление, поэтому полярные координаты естественно подходят для таких ситуаций.

Углы, отличающиеся на полный оборот, указывают на одно и то же направление, поэтому их удобно сравнивать и упрощать построения.

360°

— это полный оборот, после которого направление повторяется.

Школьный курс геометрии: свойства углов и полный оборот

> Главные направления на координатной плоскости

Полярный угол отсчитывают от положительной оси Ox , поэтому четыре опорных направления легко запомнить по кругу.

Все ключевые оси равноправны как ориентиры: они помогают быстро определять четверть и строить точку без лишних вычислений.



Угол 0°
01

Точка оказывается на положительной оси Ox . Это самое простое положение для начала построения, потому что луч совпадает с полярной осью и не требует поворота.

Угол 90°
02
Точка попадает на положительную ось Oy . Здесь удобно видеть, что поворот против часовой стрелки на четверть оборота меняет направление луча на вертикальное.

Угол 180°
03

Точка лежит на отрицательной оси Ox . Такой случай помогает понять, как полярный угол проходит через противоположное направление и переводит точку на другую сторону начала координат.

Угол 270°
04

Точка оказывается на отрицательной оси Oy . Этот пример закрепляет ориентиры на окружности и показывает, что полярный угол можно быстро связать с основными осями.

Точки на осях в полярных координатах

> Две системы координат рядом

Система	Что задаёт	Когда удобна
Декартова	x и y	Сетка, прямые
Полярная	r и φ	Круги, вращение

Сопоставление показывает, чем отличаются способы задания одной и той же точки на плоскости.

Декартова система лучше для линейных построений, а полярная — для задач, связанных с центром, поворотом и окружностью.

> Графики, которые удобно задавать в полярной форме



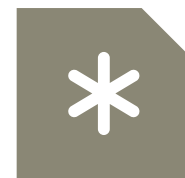
Окружность

Когда центр совпадает с полюсом, круг описывается особенно просто: расстояние до точки остаётся постоянным. В полярной форме такая линия читается как одинаковый радиус при любом угле.



Спирали

Спираль постепенно удаляется от центра, поэтому полярная запись хорошо передаёт её движение. Здесь особенно наглядно видно, как при изменении угла меняется расстояние до полюса.



Лепестковые кривые

Некоторые рисунки выглядят как цветок или звезда с повторяющимися лепестками. Их удобно задавать через зависимость от угла, потому что форма сразу отражает периодическое изменение расстояния до центра.



Фигуры с симметрией

Если рисунок повторяется при повороте вокруг центра, полярные координаты помогают описать его короче и понятнее. Такая запись подчёркивает не клетки сетки, а саму форму и её поворот.

> Где полярная система особенно полезна

Оценка показывает, что полярная запись особенно сильна там, где важны центр, радиус и направление поворота.

Чем больше в задаче кругового движения или симметрии, тем естественнее использовать полярные координаты вместо прямоугольных.

> Типичные ошибки при работе с полярными координатами

01 Неверный знак радиуса

Если перепутать положительный и отрицательный r , точка окажется на противоположном луче. Поэтому сначала нужно проверить знак, а затем уже

03 Сложности при переходе к x и y

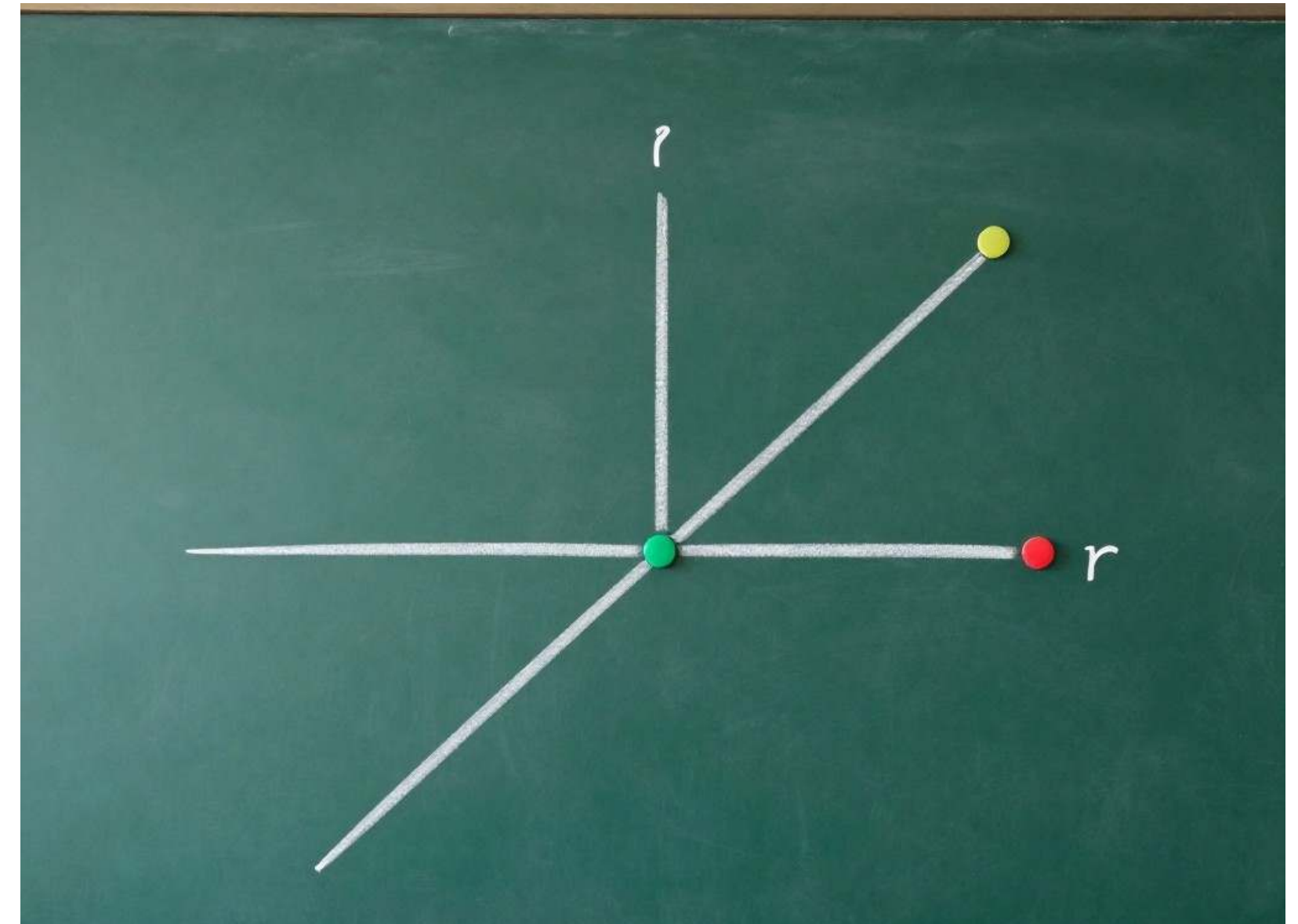
При вычислении расстояния часто забывают извлечь корень из суммы квадратов. Также нужно внимательно определять четверть,

02 Ошибка в направлении угла

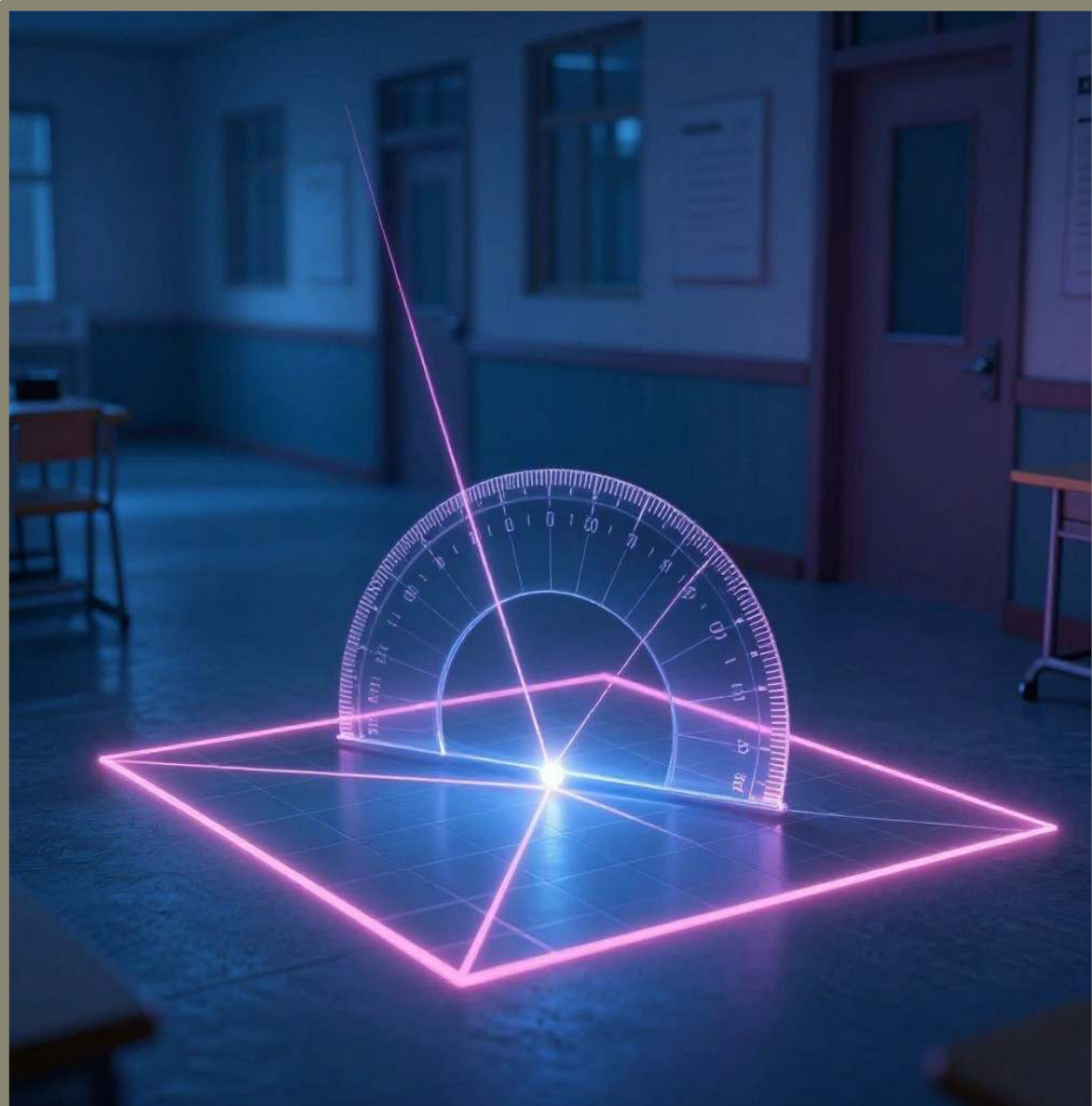
Угол следует отсчитывать от полярной оси, а не от любой другой линии. Ещё важно выбрать правильную сторону поворота, иначе точка попадёт

04 Проверка по рисунку

Если результат кажется сомнительным, полезно быстро построить схему. Графический контроль помогает заметить несоответствие между числом, углом и реальным положением точки.

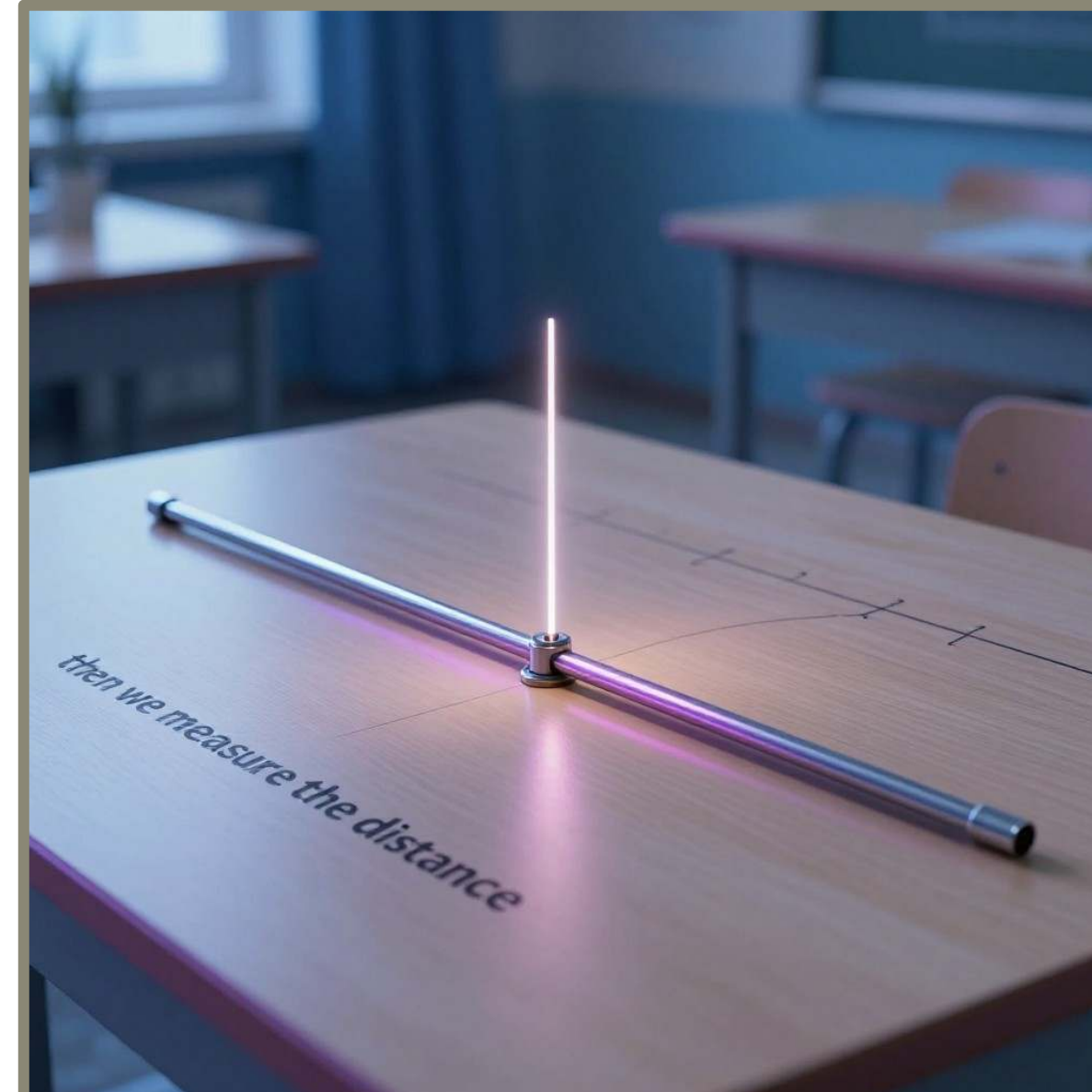


> Как построить точку (3; 120°)



Сначала задаём направление

От положительного направления оси Ox откладывают угол 120° против часовой стрелки. На рисунке появляется вспомогательный луч, который показывает нужное направление и помогает не потерять ориентацию при построении точки.



Потом откладываем расстояние

На полученном луче от полюса отмечают три единицы длины. Итоговая точка ставится именно на этом расстоянии, поэтому важно не перепутать порядок действий: сначала угол, затем удаление от центра.

> Полярные координаты: главное, что нужно запомнить

Полярные координаты связывают точку с расстоянием и направлением, поэтому особенно удобны для окружностей, вращения и симметричных фигур. Важно уверенно читать угол, радиус и связь с декартовой системой.