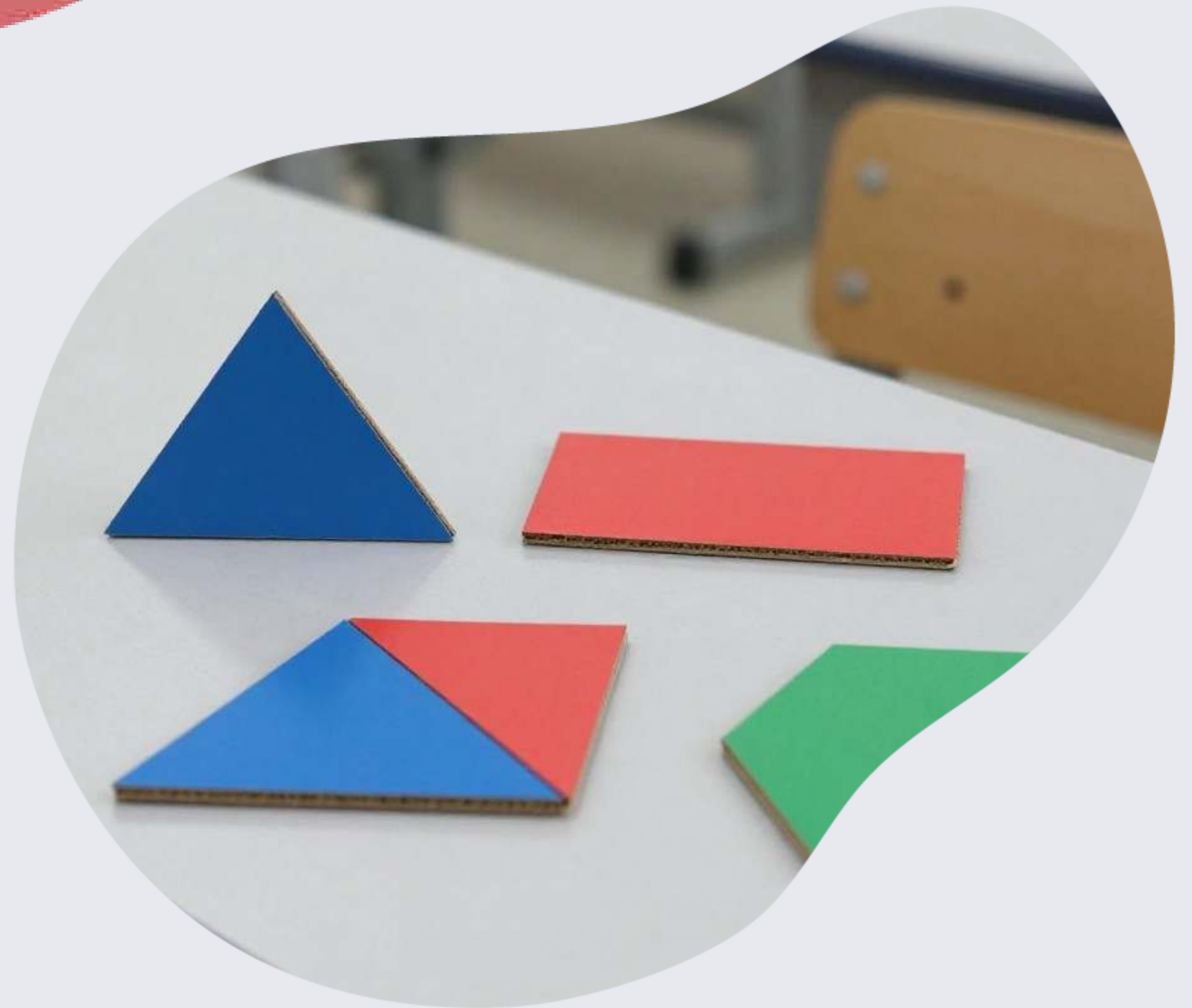
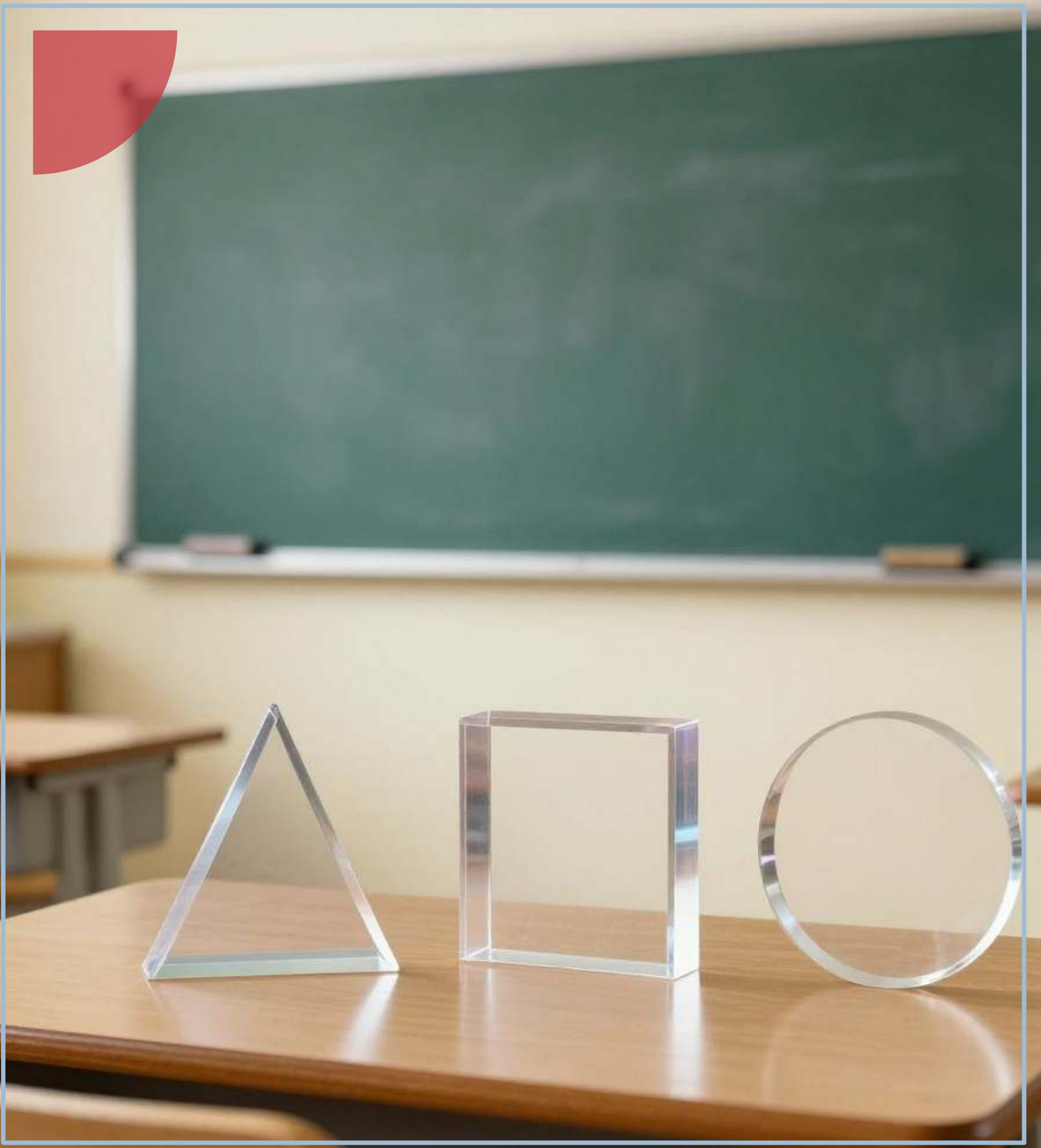


Геометрические движения: что сохраняется при преобразованиях фигур

Движения позволяют переносить и поворачивать фигуры без изменения размеров и формы.





Зачем изучают движения в геометрии 8 класса

Раздел о движениях опирается на равенство, симметрию и координаты. В 8 классе учат строить образы фигур, задавать их координатами и применять правила в чертежах, орнаментах, мозаиках, инженерной графике и анимации.

6 см

Значит, длина отрезка не
меняется при
преобразовании.

Если отрезок 6 см переходит в
отрезок той же длины, а треугольник
остаётся равным исходному,
преобразование является
движением.

*Школьный курс геометрии (8 класс), понятие движения и
признаки равенства фигур*

Основные виды движений и их свойства

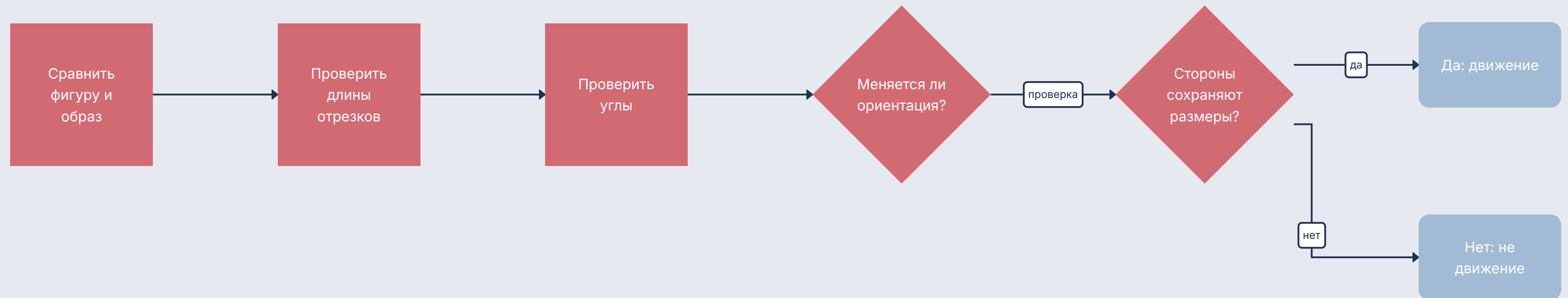
Сопоставим виды движений по общим признакам и отличительным правилам построения.

Все перечисленные преобразования относятся к движениям: равенство фигур сохраняется, различаются лишь «правила» построения образа.

Вид движения	Что сохраняется	Отличительный признак
Все виды	Расстояния, углы, площадь	Фигура переходит в равную
Параллельный перенос	Длины и углы сохраняются	Точки сдвигаются на один вектор
Поворот	Форма и углы не меняются	Поворот вокруг центра на заданный угол
Отражение	Сохраняются размеры	Точки оказываются по разные стороны от прямой

Как определить, является ли преобразование движением

Проверяем сохранение размеров и формы, а также правила «перемещения» фигуры.



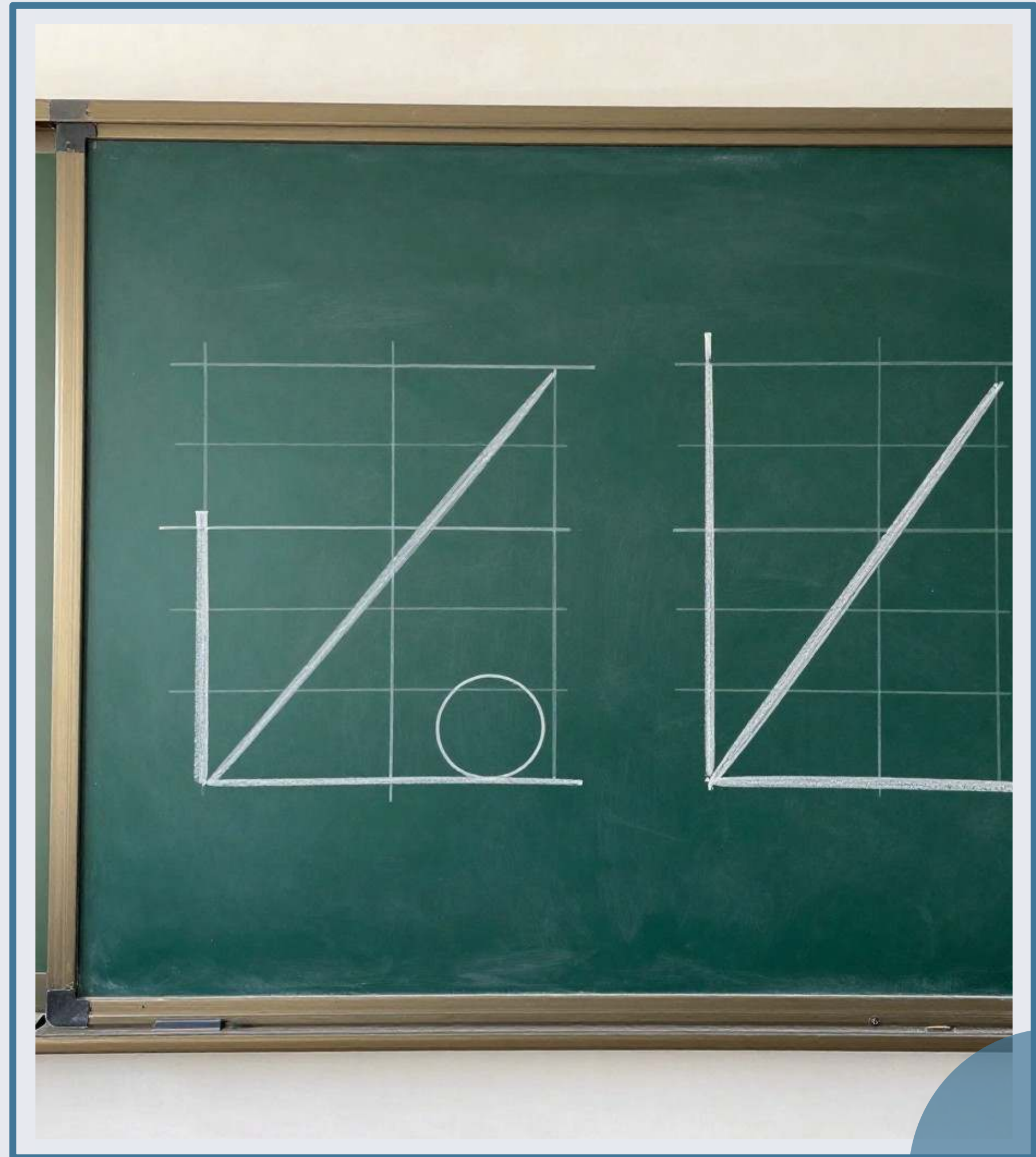
Параллельный перенос на координатной плоскости

Как описывается перенос точек

При параллельном переносе каждая точка фигуры сдвигается на одно и то же расстояние и в одном и том же направлении. На координатной плоскости это записывают формулами $x' = x + a$ и $y' = y + b$.

Что сохраняется при переносе

Такой сдвиг не меняет размеров фигуры: отрезок остаётся тем же по длине, луч — той же по направлению, а треугольник и окружность сохраняют форму. Меняются только координаты и положение на плоскости.



Как меняются координаты при параллельном переносе

В переносе все точки получают одинаковые прибавки a и b , поэтому расстояния между ними остаются прежними. На графике это видно по неизменной «геометрии» фигуры.

Если при добавлении (a, b) фигура не меняет форму и не растягивается, значит преобразование — параллельный перенос. Координаты меняются, но размеры сохраняются.



Пример для учебного анализа: перенос на вектор (a, b) и сравнение исходных и полученных координат.

Поворот фигуры вокруг точки

Поворот — это движение, при котором каждая точка фигуры поворачивается вокруг центра на заданный угол. На практике часто используют углы 90° , 180° и 270° , чтобы быстро строить образы.

При таком преобразовании сохраняются длины сторон и величины углов. Фигура не «переворачивается зеркально», а просто оказывается в другом направлении относительно центра поворота.

Если повернуть фигуру на 180° , она перейдёт в положение, которое совпадает с центральной симметрией. Поэтому примеры вроде стрелок часов или узоров удобно переносить в одну систему понятий.

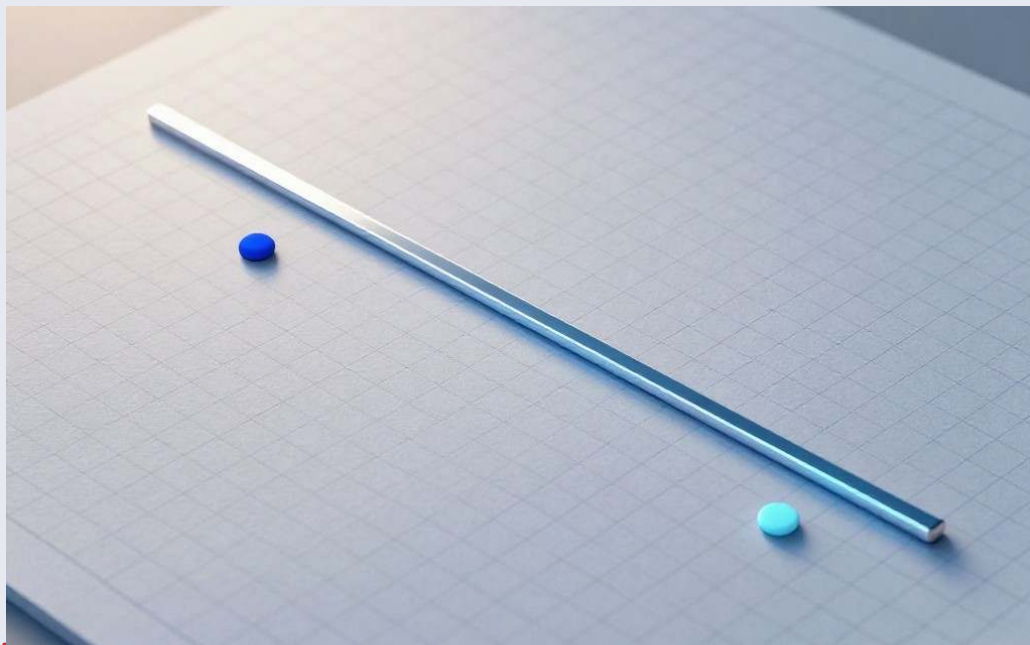
Поворот, отражение и центральная симметрия: сравнение

Преобразование	Опорный элемент	Как меняется расположение
Поворот	Центр и угол	Фигура вращается вокруг точки
Отражение	Ось симметрии	Фигура становится зеркальной
Центральная симметрия	Центр симметрии	Точки расходятся в противоположные стороны
Общее свойство	—	Сохраняется равенство фигур

Сведём различия по опорным элементам и способу «перехода» фигуры в образ.

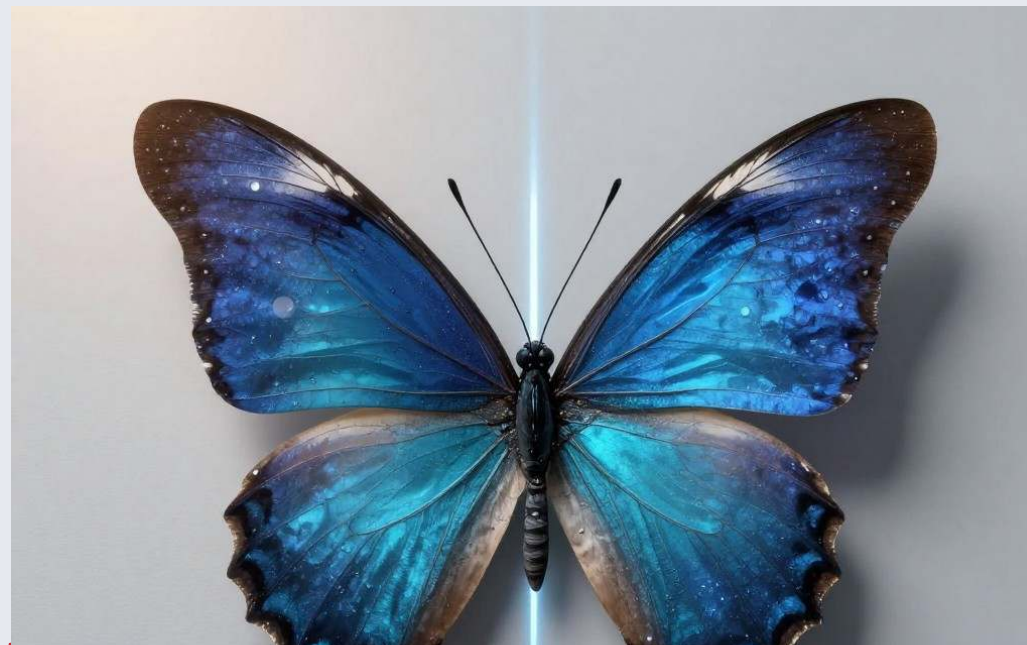
Разные опорные элементы задают разные «пути» перемещения фигуры, но в каждом случае сохраняются размеры и форма.

Отражение относительно прямой: истории для иллюстраций



Ось на клетчатой бумаге

На клетчатой бумаге проведите прямую и отметьте точку по одну сторону. Её отражение окажется на другом «берегу» оси, так что прямая станет серединным перпендикуляром к отрезку между точками. Это наглядно объясняет осевую симметрию.



«Бабочка» и зеркальное отражение

Представьте половину рисунка, лежащую по одну сторону оси. Если отразить каждую точку относительно прямой, получится симметричная «вторая половина», как у бабочки. Рисунок сохраняет форму, только меняется сторона относительно оси.



Симметричная буква

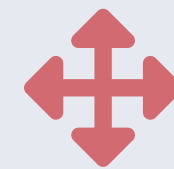
Берут букву или простой знак и проводят ось симметрии так, чтобы части по обе стороны совпадали после отражения. Точка, лежащая прямо на оси, не сдвигается — она переходит в себя. Так видно, что ось играет роль «зеркала».

Центральная симметрия: что происходит с точками



Центр симметрии

При центральной симметрии задана одна точка — центр. Каждая точка фигуры имеет образ по другую сторону центра на том же расстоянии. Фигура сохраняет размеры и форму, меняется только положение.



Одна и та же дистанция

Для любой точки A образ A' расположен так, что центр симметрии — середина отрезка AA' . Поэтому длина AA' делится пополам, а направление к центру меняется на противоположное.



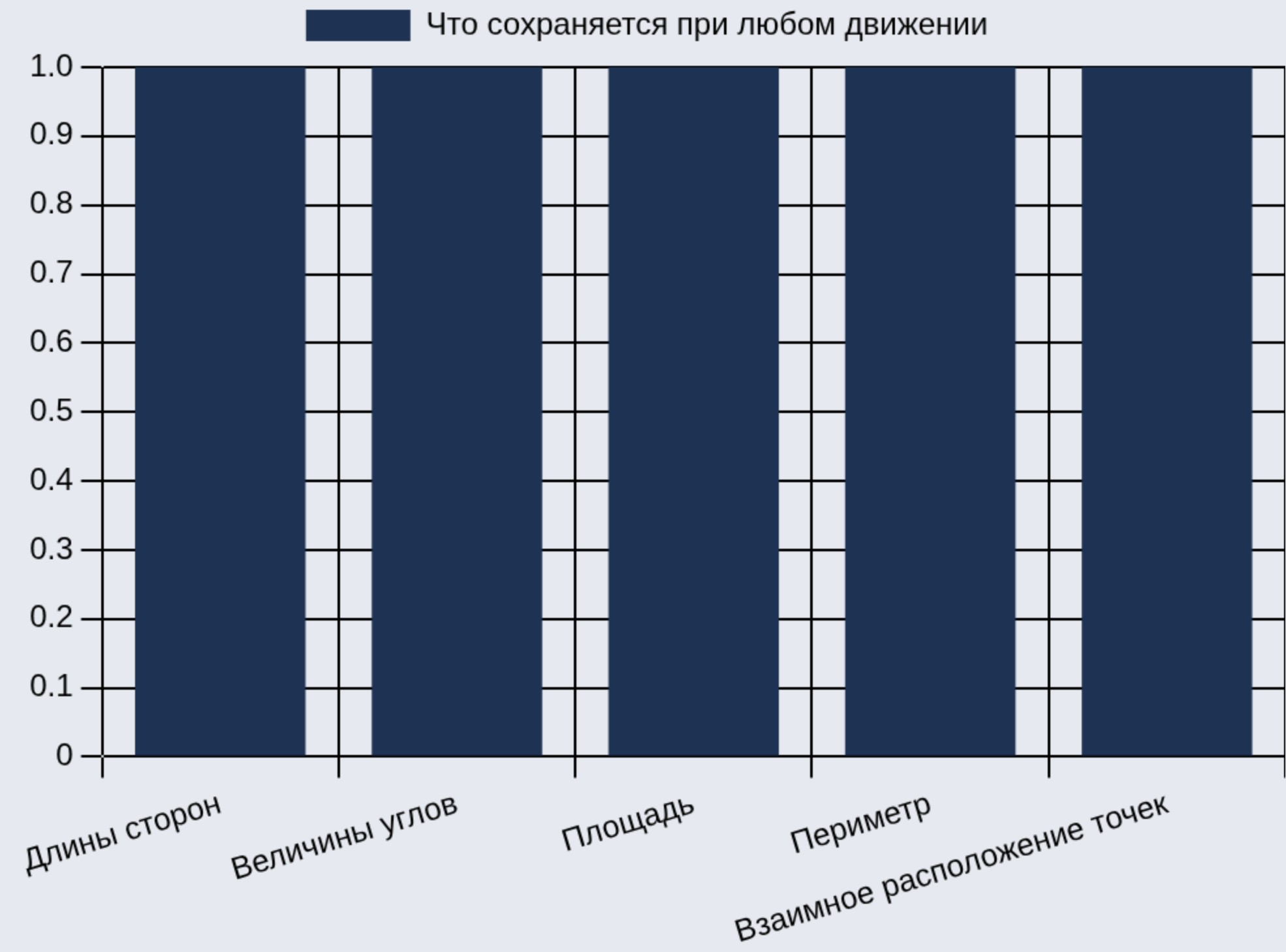
Эквивалентность повороту на 180°

Центральная симметрия часто встречается в орнаментах и правильных многоугольниках. Важно помнить: поворот на 180° даёт тот же результат, что и центральная симметрия относительно той же точки.

Какие элементы фигуры сохраняются при движениях

Даже если фигура выглядит «иначе» из-за поворота или отражения, её измеримые характеристики остаются теми же. Это и позволяет сравнивать прообраз и образ без вычислений «на глаз».

Диаграмма показывает: движения — это преобразования, которые не меняют геометрическую «внутренность» фигуры. Меняется только ориентация или положение на плоскости.



Учебный материал по геометрии 8 класса (качественная схема сохранения параметров; условные значения 1 = сохраняется).

Симметрия в окружающих предметах и узорах

01

В архитектуре и орнаментах симметрия помогает создавать ритм: элементы повторяются и уравнивают композицию. Так легче воспринимать фасад, бордюры и узоры на тканях, когда формы «зеркалятся» или «поворачиваются» вокруг центра.

02

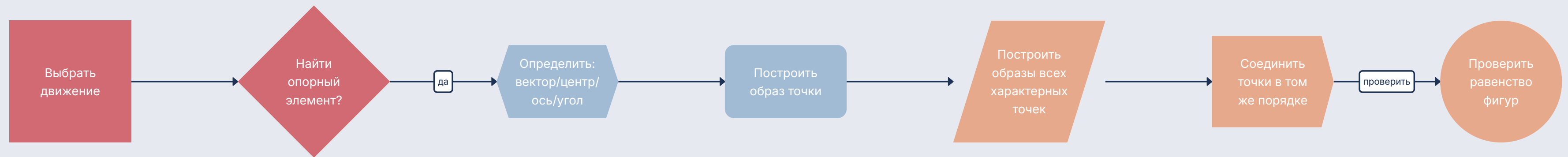
Природа тоже подсказывает идеи. Осевая симметрия заметна у многих листьев и бабочек, а центральная встречается в розетках и некоторых узорах, напоминающих снежинки. Поэтому симметрия становится мостом между геометрией и наблюдением.

03

В школьной геометрии симметрия учит находить ось и центр, а затем строить равные части фигуры. Это пригодно и для задач: нужно «достроить» образ, сохранив расстояния, углы и порядок вершин.

Построение образа при движении

Шаги построения при переносе, повороте, отражении или центральной симметрии



Движения на координатной плоскости

01

Координатная плоскость позволяет записывать движение формулами для координат точек. Тогда образ получается не «на глаз», а по строгому правилу, что удобно при построении фигур в задачах.

02

При параллельном переносе к каждой точке прибавляется один и тот же вектор: $x' = x + a$, $y' = y + b$. Поэтому меняются координаты, но расстояния между точками остаются прежними.

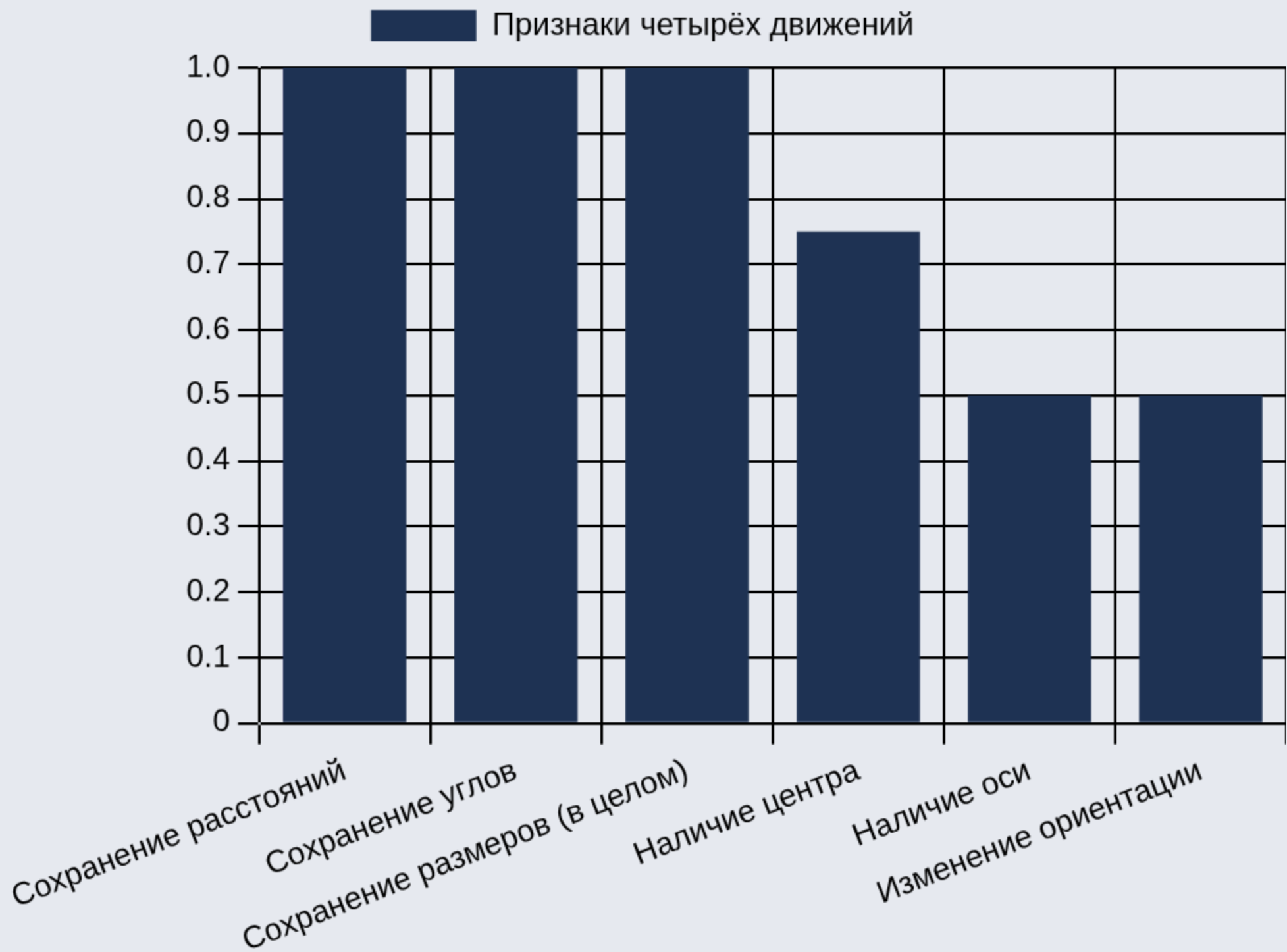
03

При отражении относительно осей координат меняется знак одной или обеих координат. А при повороте на 90° и 180° координаты переходят по определённым правилам, связанным с центром поворота.

Сравнение преобразований по признакам

Здесь значения отражают только наличие признака в разных движениях. Все четыре преобразования остаются движениями, потому что базовые измерения фигуры не меняются.

По диаграмме видно: «ядро» движений — сохранение размеров. А различия проявляются через дополнительные элементы: ось, центр, вектор и характер ориентации.



Учебная логика из школьного курса (схема признаков; условная шкала 1/0.75/0.5 для визуального сравнения).

Типичные задачи на движение фигур

Часто просят найти образ точки или построить образ всей фигуры после выбранного движения. Для этого используют опорные элементы: вектор, центр, ось симметрии или угол поворота.

Нередко требуется доказать равенство отрезков и углов: показать, что при движении сохраняются расстояния и величины углов. Такие задачи опираются на определение движения и свойства равных фигур.

Ещё один класс задач связан с координатами: по координатам прообраза получить координаты образа. В ответе важно соблюдать правильный порядок вершин, иначе фигура получится «не той».

Как движения оживают в узорах и архитектуре



Плитка и повторяющийся рисунок

На стене узор держится на повторении фрагмента: переносы сдвигают рисунок на одинаковые расстояния, а повороты меняют ориентацию деталей. Часто добавляют отражения, чтобы орнамент выглядел цельным и симметричным. В результате получается аккуратная мозаика без «провалов» в размерах.



Розетки и «зимняя» геометрия

Снежинки и розетки подсказывают, как разные движения создают единую композицию. Центральная симметрия делает рисунок «собранным» вокруг точки, а повороты распределяют элементы равномерно. Благодаря сохранению углов и длин узор остаётся геометрически точным даже при множестве повторов.



Оконные решётки: баланс и ритм

В фасадах и оконных решётках элементы располагают так, чтобы глаз легко улавливал закономерность. Обычно используют сочетание переносов, поворотов и отражений: узоры повторяются и «сходятся» в ключевых точках. Поэтому конструкции выглядят упорядоченно и эстетично, сохраняя форму деталей.

Главные ошибки при изучении движений



Путаница возникает, когда движение принимают за произвольное изменение формы. Если длины сторон или углы меняются, это уже не движение, а другое преобразование, не сохраняющее геометрию.



Ошибки случаются и с поворотом. Поворот на 180° действительно даёт центральную симметрию, но повороты на другие углы — не то же самое. Нельзя подменять угол «по интуиции».



Нередко смешивают осевую и центральную симметрию. При осевой нужен «направленный» элемент — прямая, а при центральной — точка. Поэтому важно правильно определить ось или центр по условию и чертежу.



Ещё одна типичная ошибка — строить образ по отдельным точкам, не сохраняя порядок вершин и расстояния. В результате может получиться фигура с теми же точками, но не совпадающая как геометрический объект.

Главное о геометрических движениях

Геометрические движения сохраняют длины, углы, периметр и площадь фигуры. Это параллельный перенос, поворот, отражение относительно прямой и центральная симметрия. Они помогают распознавать равные фигуры, строить образы и работать с координатами, связывая доказательства с чертежами и практикой.