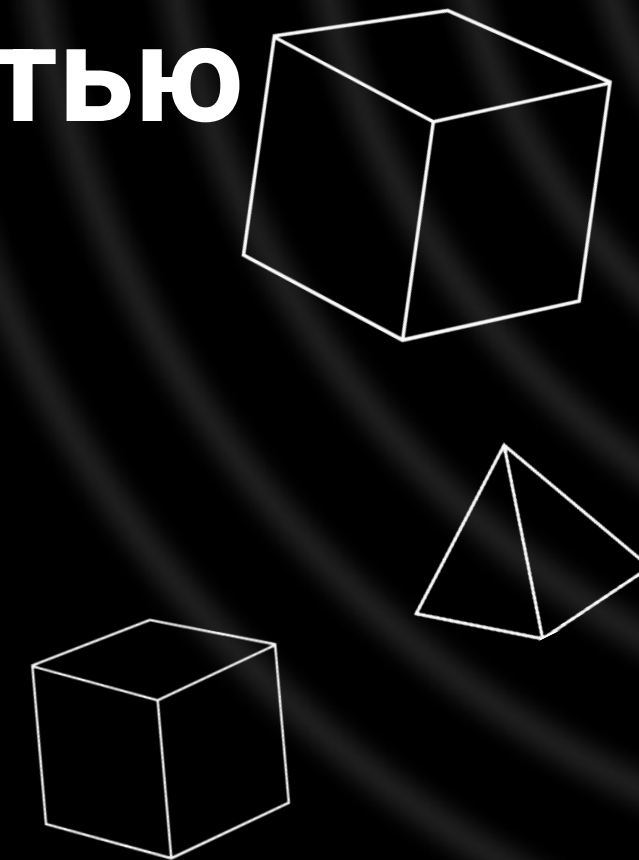


Измерение углов, связанных с окружностью

Разберём главные углы окружности и научимся быстро находить их меры.

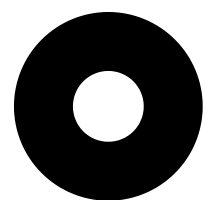


Окружность вокруг нас и в задачах геометрии

Окружности окружают нас в колёсах, часах, монетах и архитектуре. В геометрии они помогают доказывать свойства фигур, находить неизвестные углы и уверенно работать с градусной мерой: 360° , 180° и 90° .



Основные элементы окружности и связанные объекты



Центр окружности

Это точка, которая находится на одинаковом расстоянии от любой точки окружности. Именно от неё отсчитывают радиусы, диаметры и центральные углы в большинстве задач.



Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с точкой окружности, а диаметр проходит через центр и состоит из двух радиусов. Эти отрезки часто помогают заметить нужные углы.



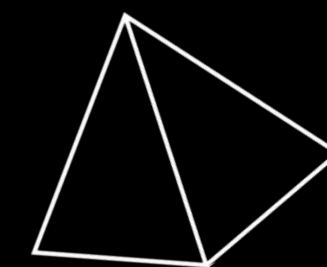
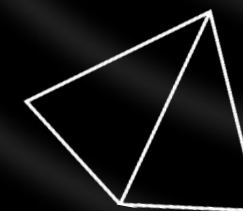
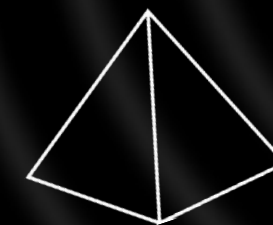
Хорда

Хорда соединяет две точки окружности и может располагаться по-разному относительно центра. По хорде удобно определять, какой угол задан в условии задачи.

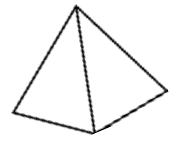


Дуга

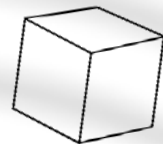
Дуга — это часть окружности между двумя точками. Именно с дугой связаны главные правила измерения: по ней находят центральные и вписанные углы.



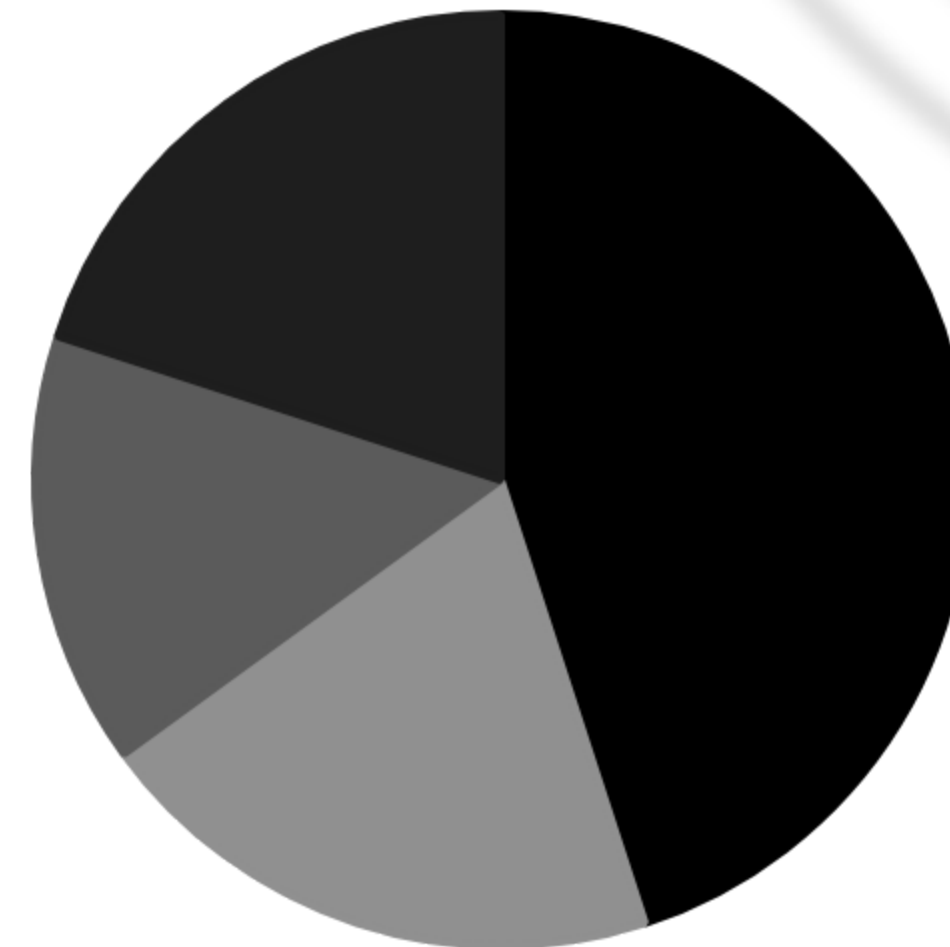
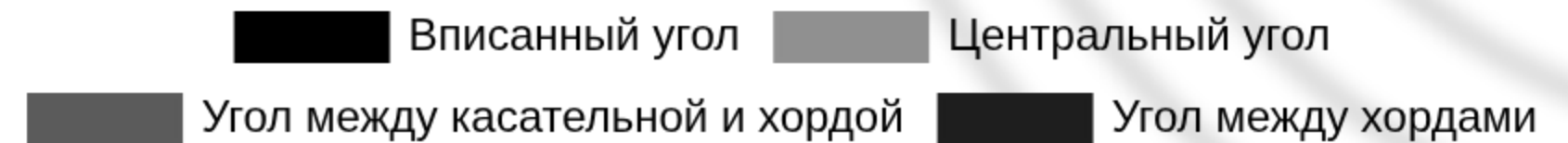
Основные виды углов, связанных с окружностью

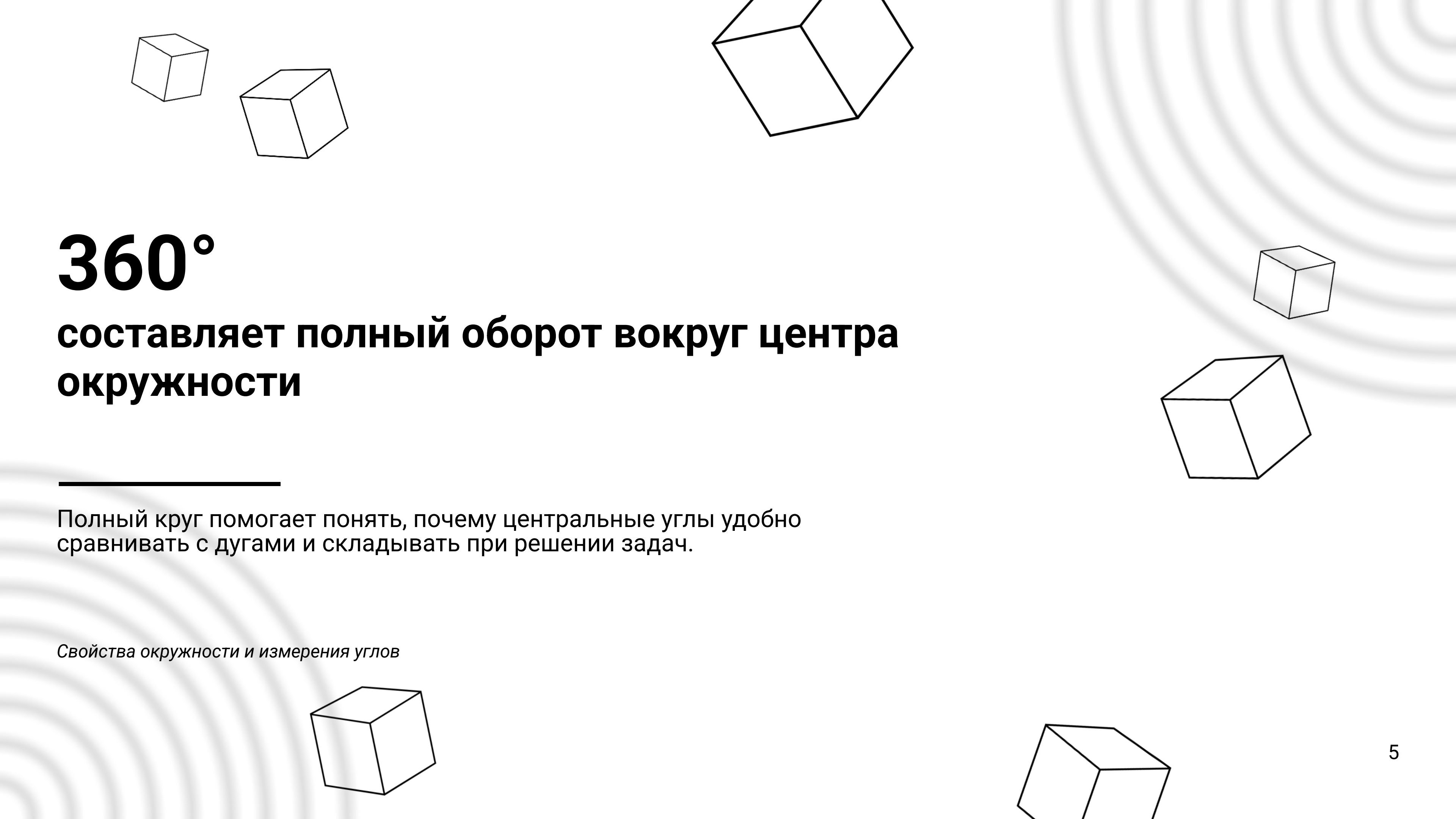


На диаграмме показаны самые важные группы углов, встречающиеся в школьных задачах по окружности.



Вписанные углы встречаются чаще всего, а углы с касательной требуют знания отдельного свойства.





360°

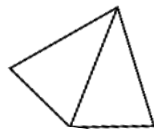
**составляет полный оборот вокруг центра
окружности**

Полный круг помогает понять, почему центральные углы удобно
сравнивать с дугами и складывать при решении задач.

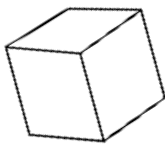
Свойства окружности и измерения углов

Сравнение основных углов в окружности

Вид	Вершина	Правило	Пример
Центральный	центр	равен дуге	$120^\circ \rightarrow 120^\circ$
Вписанный	на окружности	половина дуги	$80^\circ \rightarrow 40^\circ$
Касательная и хорда	точка касания	половина дуги	$110^\circ \rightarrow 55^\circ$
На диаметре	на окружности	90°	диаметр $\rightarrow$ прямой



Краткая таблица показывает, как положение вершины связано с правилом вычисления.



Главное различие определяется местом вершины: оно подсказывает нужную формулу без лишних построений.

Вписанный угол как половина дуги

Где находится вершина

Вершина вписанного угла лежит на окружности, а его стороны проходят по хордам. Такое положение сразу отличает его от центрального угла и помогает выбрать верное правило.

Основная формула

Градусная мера вписанного угла всегда равна половине дуги, на которую он опирается. Поэтому для дуги 80° угол составляет 40° , а для дуги 150° — 75° .

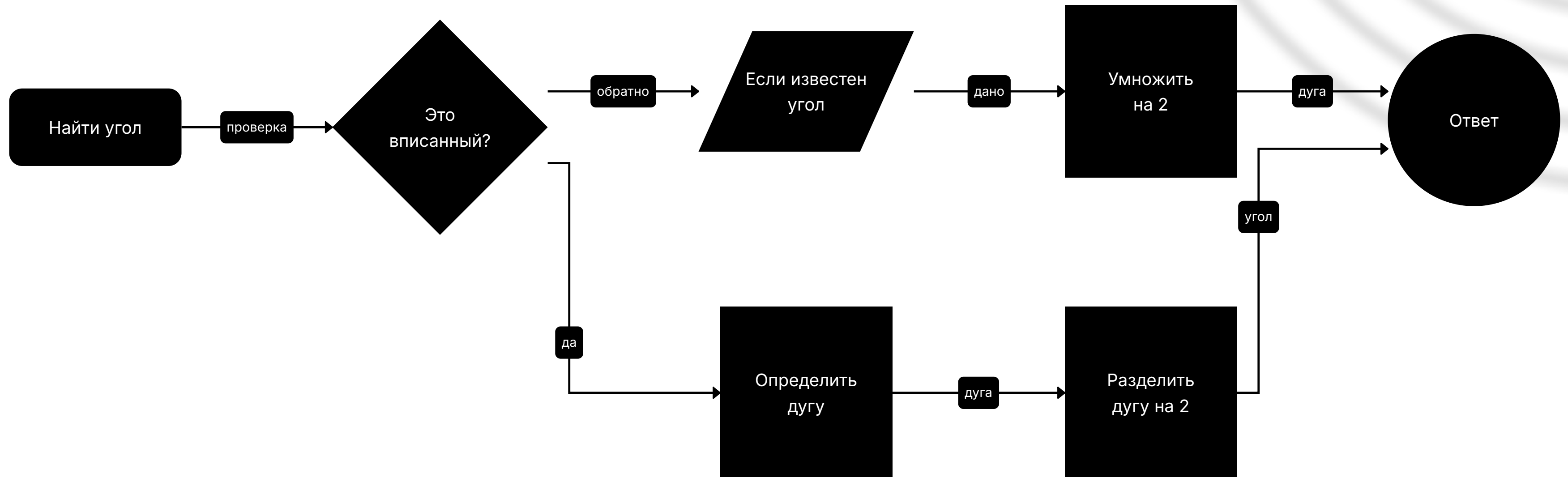
Одинаковые углы

Если несколько вписанных углов опираются на одну и ту же дугу, они равны между собой. Это свойство особенно полезно в задачах с треугольниками и четырёхугольниками.



Как находить вписанный угол по дуге

Последовательность шагов для базовых задач по окружности.



Углы, опирающиеся на одну и ту же дугу

1

Одинаковая мера

Все вписанные углы, которые опираются на одну дугу, имеют одинаковую градусную меру. Это позволяет сразу сравнивать углы, даже если фигура изображена не полностью или без дополнительных построений.

2

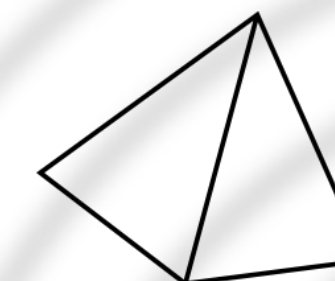
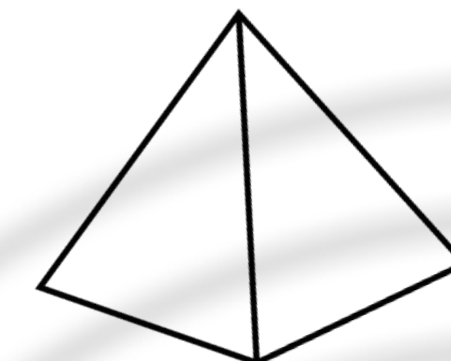
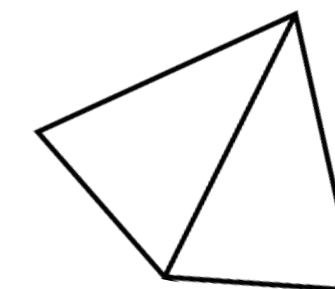
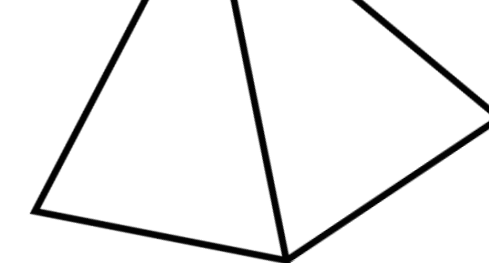
Полезно в многоугольниках

Свойство особенно удобно в задачах с треугольниками и четырёхугольниками, вписанными в окружность. Оно помогает быстро находить неизвестные углы и доказывать равенство без сложных вычислений.

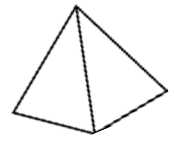
3

Экономия времени

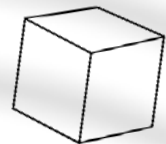
Когда одна дуга уже известна, можно сразу определить все связанные с ней вписанные углы. Это сокращает решение и делает проверку ответа более надёжной.



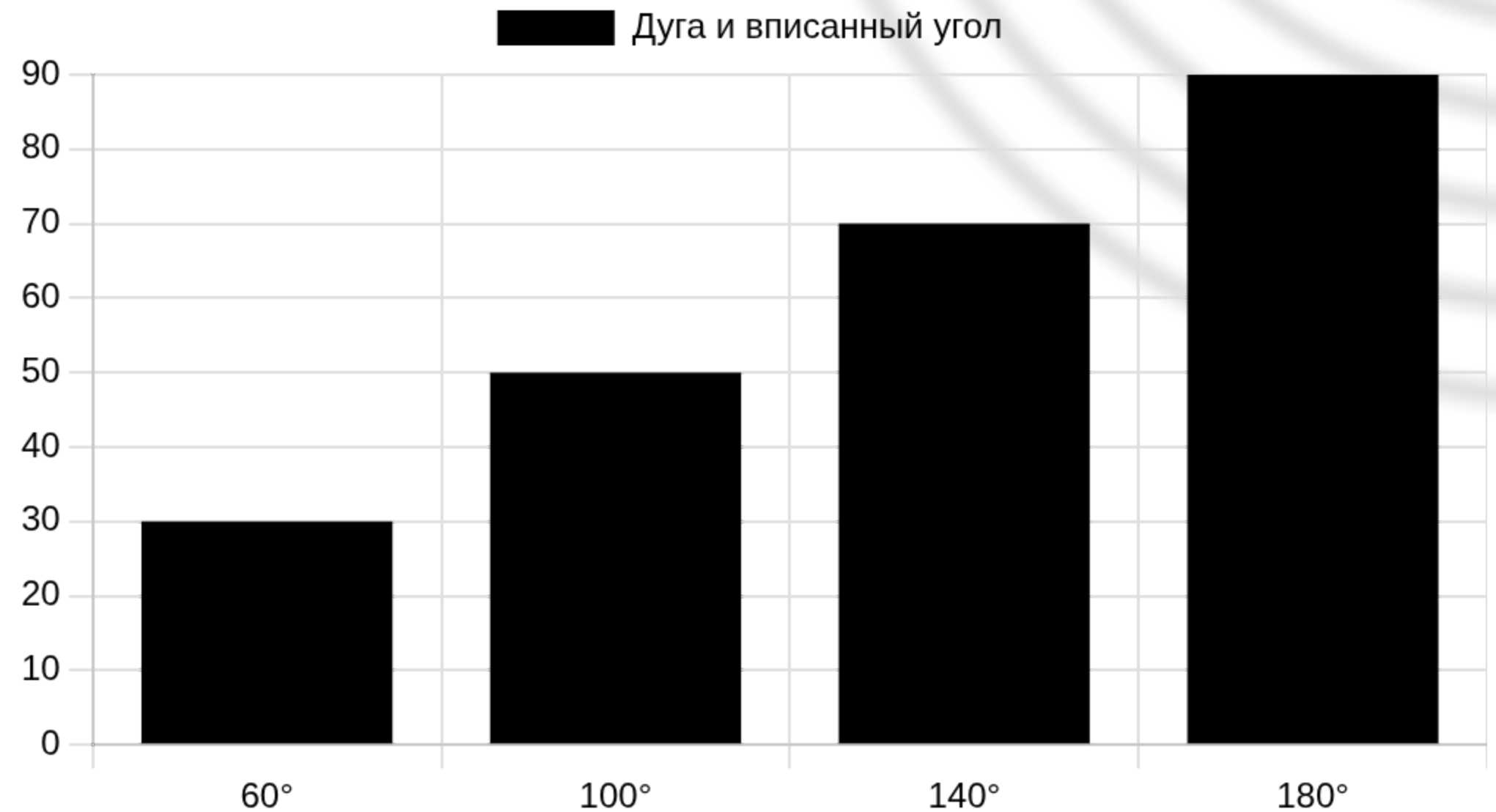
Связь дуги и вписанного угла



Чем больше дуга, тем больше вписанный угол, но его значение всегда остаётся вдвое меньше соответствующей дуги.



Правило половины дуги видно на всех примерах и удобно для быстрой самопроверки.





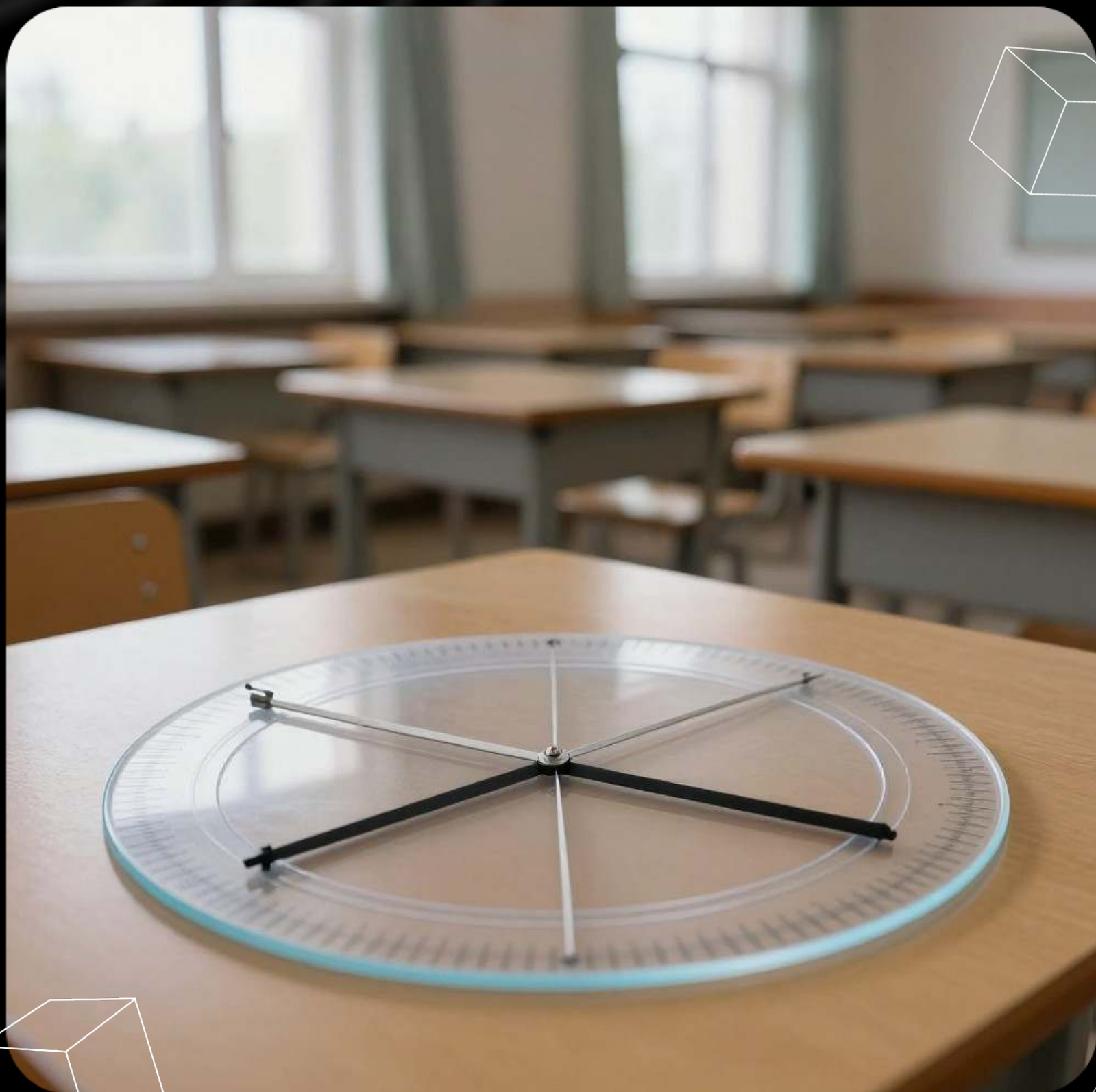
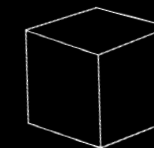
55°

— это половина соответствующей дуги.

Если дуга внутри угла равна 110° , то искомый угол легко находится по правилу половины дуги. Такое соотношение часто встречается в задачах с внешней стороной окружности.

Школьное свойство угла между касательной и хордой в евклидовой геометрии

Угол, опирающийся на диаметр



1

Всегда прямой

Если вершина угла лежит на окружности, а его стороны опираются на концы диаметра, то такой угол обязательно равен 90° . Это удобный признак прямого угла без измерения линейкой.

2

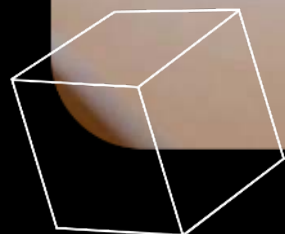
Помогает в доказательствах

Свойство диаметра часто используют, чтобы показать, что треугольник прямоугольный, или проверить правильность построения. Достаточно заметить диаметр, чтобы сразу получить нужный угол.

3

Работает в обратную сторону

Если в окружности найден прямой угол, можно предположить, что он опирается на диаметр. Это помогает находить неизвестные элементы фигуры и быстрее решать задачи на окружность.



Быстрые значения для вычислений

Дуга	Центральный	Вписанный
40°	40°	20°
90°	90°	45°
120°	120°	60°
180°	180°	90°

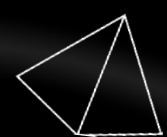
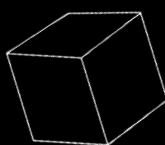
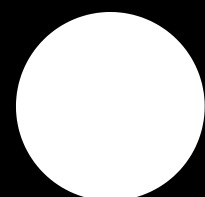


Таблица помогает мгновенно переходить от дуги к центральному и вписанному углу, не выполняя дополнительных построений и не теряя время на вычисления.



Центральный угол повторяет дугу, а вписанный всегда вдвое меньше. По таблице удобно быстро проверять ответы и находить значения в типовых заданиях.

Вписанный четырёхугольник и сумма противоположных углов



Все вершины на окружности

Если четырёхугольник вписан в окружность, каждая его вершина лежит на одной и той же окружности. Такое расположение сразу подсказывает, что можно использовать свойства противоположных углов.



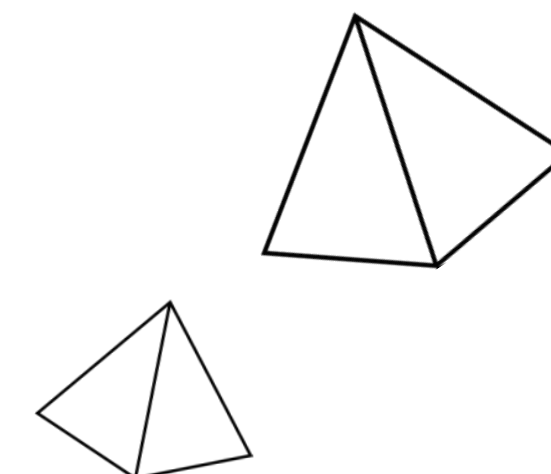
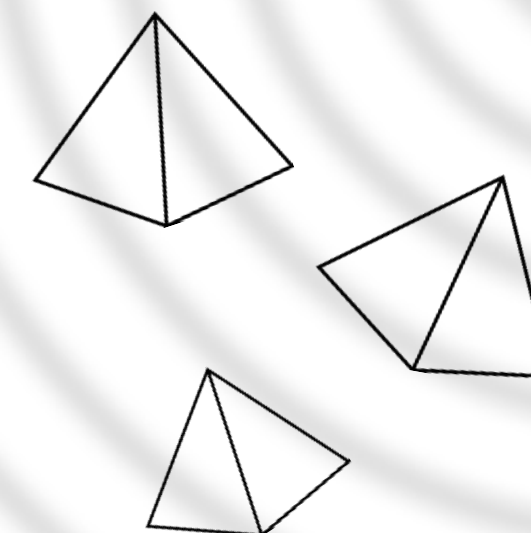
Сумма равна 180°

У вписанного четырёхугольника противоположные углы всегда дополняют друг друга до развернутого угла. Поэтому, зная один угол, легко найти второй и проверить правильность решения.



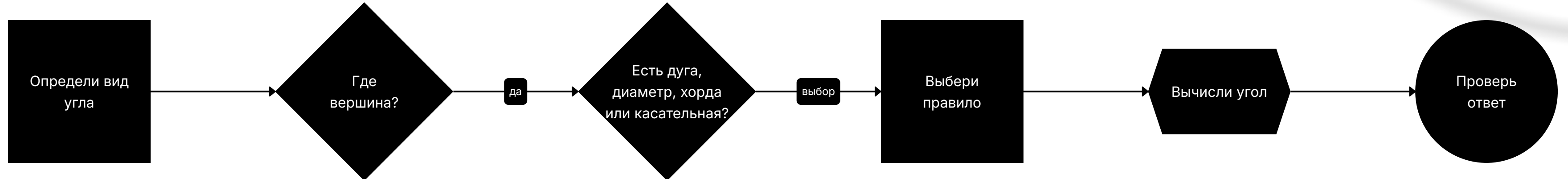
Удобно для задач

Это свойство особенно полезно в задачах на доказательство и вычисление. Оно позволяет быстро находить неизвестные углы без сложных построений и делать выводы о форме фигуры.

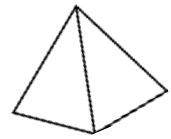


Как решать задачи на углы в окружности

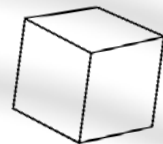
Последовательность основана на положении вершины угла и виде опоры: дуга, хорда, касательная или диаметр.



Типичные ошибки при работе с углами окружности



Чаще всего ошибки возникают не из-за вычислений, а из-за неверного выбора формулы. Поэтому сначала нужно внимательно определить положение вершины и вид опоры угла.



Лидирует путаница между центральным и вписанным углом. Значит, главный навык — быстро распознавать тип ситуации до начала вычислений.

Путают углы Не делят дугу Неверный диаметр
Хорда и касательная Не та дуга



Примеры окружности в реальных объектах

Колесо и часы

В колесе велосипеда и циферблате часов легко увидеть центр, радиусы, дуги и центральные углы. Такие объекты помогают связать абстрактные правила с привычными предметами.

Знаки и арены

Круглые дорожные знаки, спортивные арены и разметка площадок показывают хорды, сектора и дуги. На них удобно объяснять, как части окружности связаны между собой.

Архитектура и оформление

В арках, витражах и круглых окнах заметны симметрия, окружности и вписанные фигуры. Эти элементы делают геометрию видимой и помогают лучше запомнить свойства углов.



Проверка ответа в задачах на окружность

1

Уточни тип угла

Сначала убедись, что найден именно тот угол, который спрашивается в задаче. Если перепутать центральный, вписанный или угол с касательной, итоговое число может оказаться неверным.

2

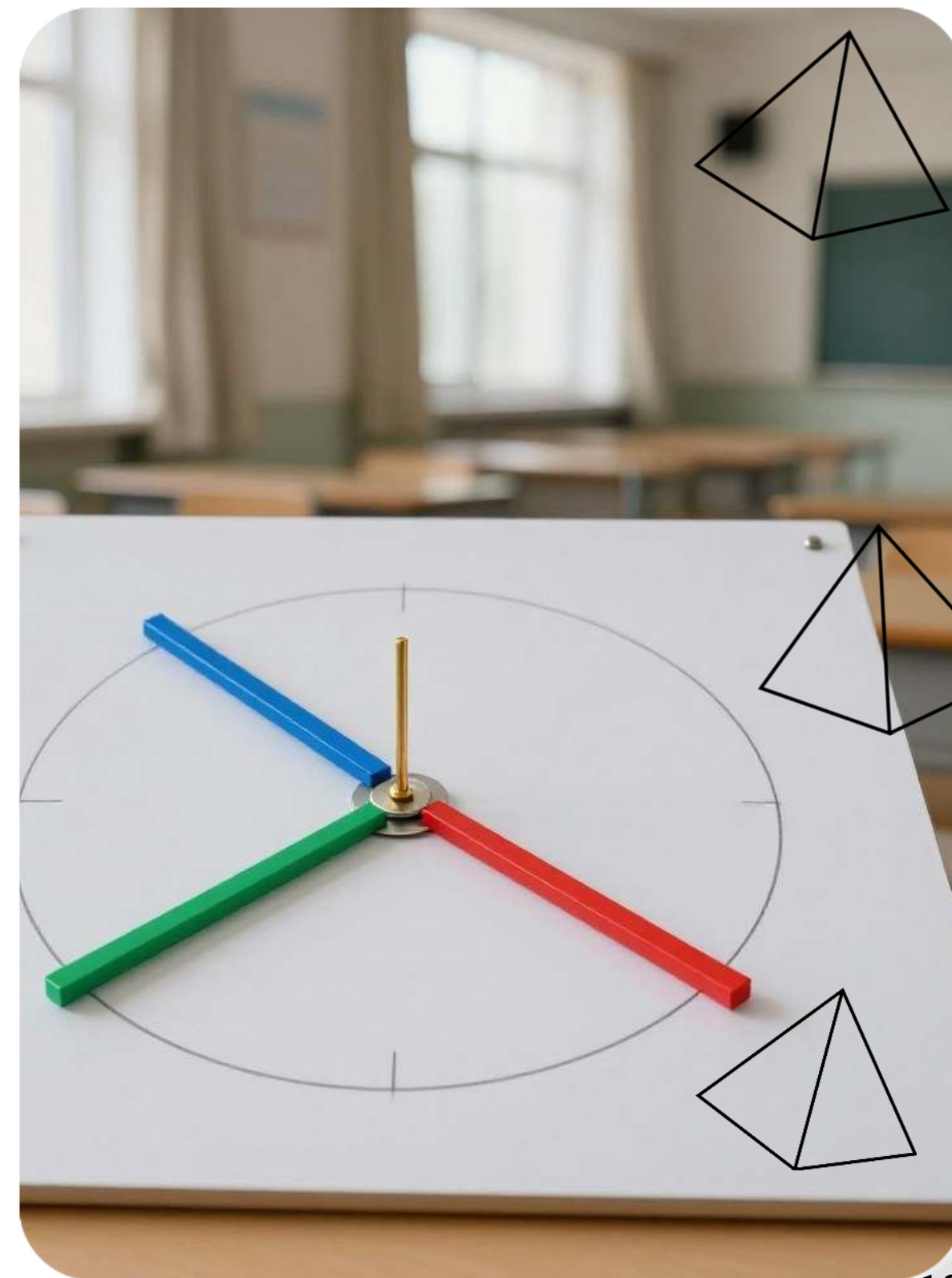
Сопоставь с правилом

Проверь, соответствует ли ответ известному свойству: вписанный угол должен быть вдвое меньше дуги, а угол на диаметре — равен 90° . Это быстрый способ заметить ошибку.

3

Оцени правдоподобие

Итог лучше сравнить с геометрической ситуацией на рисунке. Если значение не совпадает с расположением дуги, хорды или касательной, вычисления нужно пересмотреть ещё раз.



Сводка основных правил и формул

Объект	Свойство	Правило	Пример
Центральный угол	Равен дуге	$\sphericalangle = \text{дуга}$	$120^\circ \rightarrow 120^\circ$
Вписанный угол	Половина дуги	$\sphericalangle = \text{дуга}/2$	$100^\circ \rightarrow 50^\circ$
Касательная и хорда	Половина дуги	$\sphericalangle = \text{дуга}/2$	$110^\circ \rightarrow 55^\circ$
Угол на диаметре	Прямой	$\sphericalangle = 90^\circ$	—
Вписанный четырёхугольник	Противоположные углы	Сумма 180°	$110^\circ + 70^\circ$

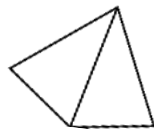
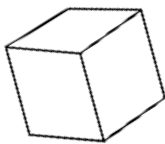


Таблица объединяет ключевые ситуации в окружности и помогает быстро выбрать нужное правило при решении задач по геометрии.



Во всех случаях правило зависит от положения вершины и вида опоры. Если это определить правильно, вычисления становятся короткими и надёжными.

Что важно запомнить об углах в окружности

Главное в этой теме — сразу распознать тип угла и применить нужное правило. Тогда дуга, хорда, касательная или диаметр быстро приводят к правильному ответу.

