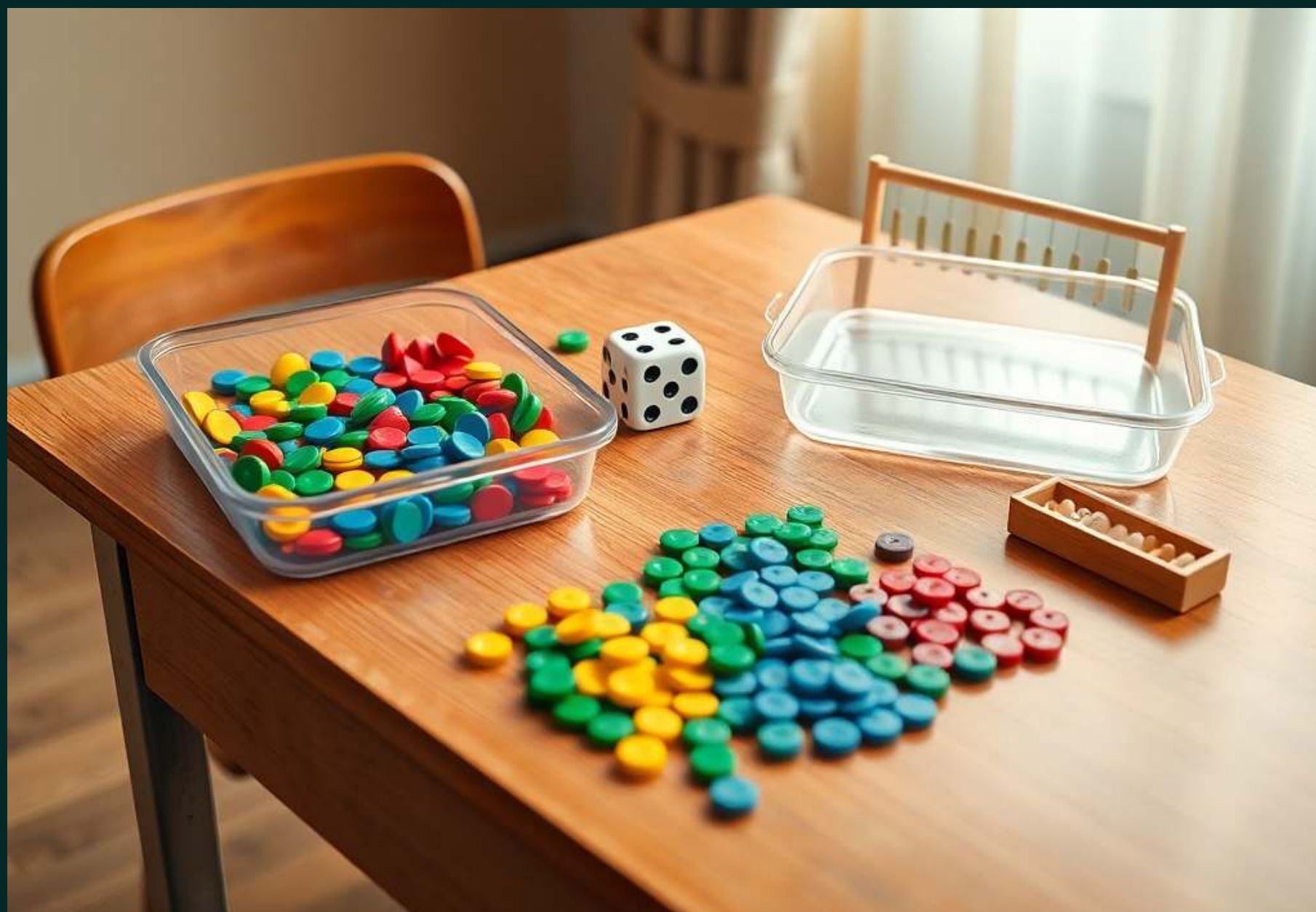


Решение вероятностных задач с помощью комбинаторики



Считаем варианты, находим благоприятные исходы и вычисляем вероятность.

Зачем это нужно в алгебре 9 класса

Вероятностные задачи объединяют формулы, дроби и логику подсчёта вариантов. Комбинаторика позволяет быстро находить число исходов без длинного перебора и помогает решать задачи про выбор, коды, жеребьёвку и простые случайные опыты.



Основные понятия: случайный эксперимент, исход, событие



Случайный эксперимент

Это опыт, результат которого заранее нельзя предсказать точно. Например, бросок монеты, кубика или выбор карточки из набора – всё это случайные эксперименты.



Событие

Событие объединяет несколько исходов, которые подходят под условие задачи. Если нужно «выпало чётное число», то в событие входят 2, 4 и 6.



Исход

Так называют один конкретный результат эксперимента. У броска кубика исходами будут числа от 1 до 6, а у монеты – орёл или решка.



Благоприятные и равновозможные исходы

Благоприятные исходы входят в нужное событие, а равновозможные имеют одинаковый шанс появиться. Именно их сравнение лежит в основе формулы вероятности.

Как быстро растёт число вариантов



Школьные комбинаторные примеры: монета, кубик, сочетания и перестановки

- Даже небольшое увеличение числа объектов заметно расширяет количество ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ.
- Комбинаторные формулы экономят время: при росте данных полный перебор становится слишком длинным.

Три основные формулы комбинаторики

Таблица показывает, когда использовать перестановки, размещения и сочетания, а также напоминает смысл факториала.

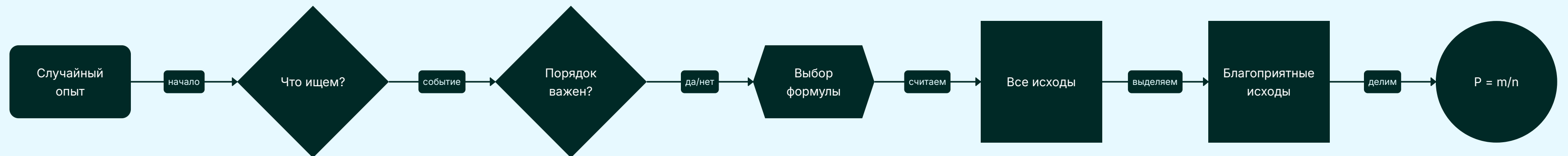
Выбор формулы зависит от того, выбираем ли мы все объекты или только часть, и важен ли порядок.

Вид	Формула	Смысл	Факториал
Перестановки	$P_n = n!$	Все в порядке	$1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$
Размещения	$A(n, k)$	k из n , порядок важен	$1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$

Школьный курс алгебры, 9 класс

Алгоритм решения вероятностной задачи

Последовательность действий при работе с комбинаторикой и вероятностью



Выбор команды из класса

Считаем варианты

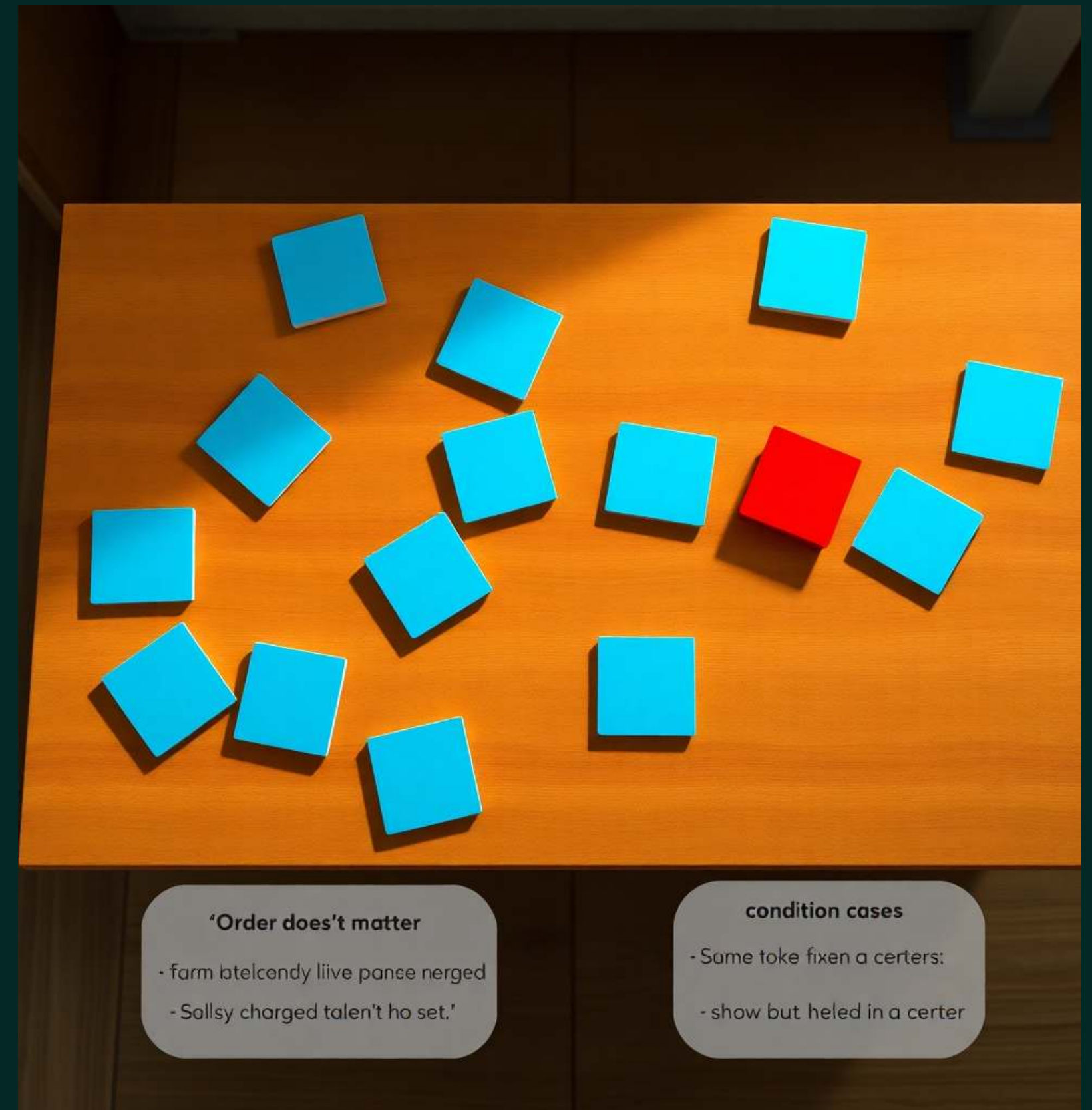
Из 8 учеников нужно выбрать 3 человека в команду. Порядок здесь не играет роли, поэтому применяем сочетания и получаем $C(8,3) = 56$.

Если есть условие

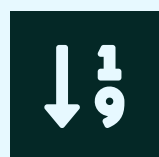
Когда в команду обязательно входит один конкретный ученик, его уже не выбирают. Тогда остаётся взять ещё 2 человека из 7, то есть $C(7,2) = 21$.

Почему это удобно

Такой подход помогает быстро решать задачи на выбор группы без полного перебора всех списков. Достаточно понять условие и выбрать нужную формулу.



Когда порядок важен, а когда нет



Коды и пароли

В кодах и паролях порядок символов меняет результат. Набор 1-2-3 отличается от 3-2-1, поэтому здесь порядок обязательно учитывается.



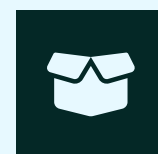
Места в соревновании

Золото, серебро и бронза — это разные результаты, даже если участники те же самые. Значит, порядок мест здесь имеет значение.



Выбор группы

Когда выбирают команду, кружок или набор книг, важен только состав, а не последовательность. Поэтому порядок в таких задачах не учитывают.



Предметы из коробки

Если нужно взять несколько предметов из набора, обычно важен сам выбор, а не то, в каком порядке их достали или перечислили.

Вероятности на примере кубика



Модель стандартного шестигранного кубика

- Вероятность зависит от числа благоприятных исходов: чем их больше, тем выше шанс события.
- Для обычного кубика события с тремя подходящими гранями вероятнее, чем события с одной гранью.

Сравнение типов задач и формул

Ситуация	Ищем	Порядок	Формула
2 из 6	выбор	нет	$C(6,2)$
2 дежурных	расстановка	да	$A(6,2)$
3-значный код	составление	да	A или правило

Таблица помогает быстро понять, что искать в условии и какую формулу применять.

Сначала определяют смысл задачи, потом проверяют порядок и только затем выбирают формулу.

Типичные ошибки в школьных задачах

01

Путают порядок

В задачах легко перепутать случаи, где порядок элементов важен, и случаи, где он не играет роли. Из-за этого выбирают неверную формулу и получают правильный ответ для другой ситуации.

03

Не делят, а выписывают число

Еще одна ошибка — записать количество благоприятных исходов как ответ на вероятность. Но вероятность всегда должна быть отношением двух чисел, поэтому без деления задача решена не до конца.

02

Считают не все исходы

Иногда ученики находят только нужные варианты, но забывают про общее число исходов. Тогда вероятность получается завышенной, потому что в знаменателе оказывается не весь набор возможных результатов.

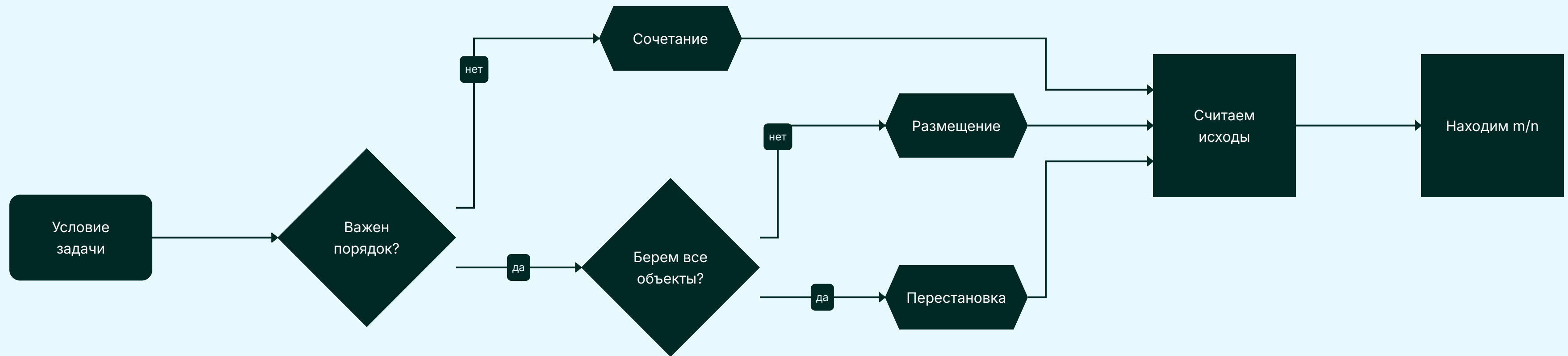
04

Не проверяют ответ

После вычислений важно убедиться, что вероятность лежит от 0 до 1. Если получилось число больше 1 или отрицательное значение, значит, в подсчетах допущена ошибка.

Как выбрать формулу по условию задачи

Схема помогает сначала определить смысл задачи, а затем перейти к подсчету вероятности через отношение благоприятных исходов ко всем возможным.

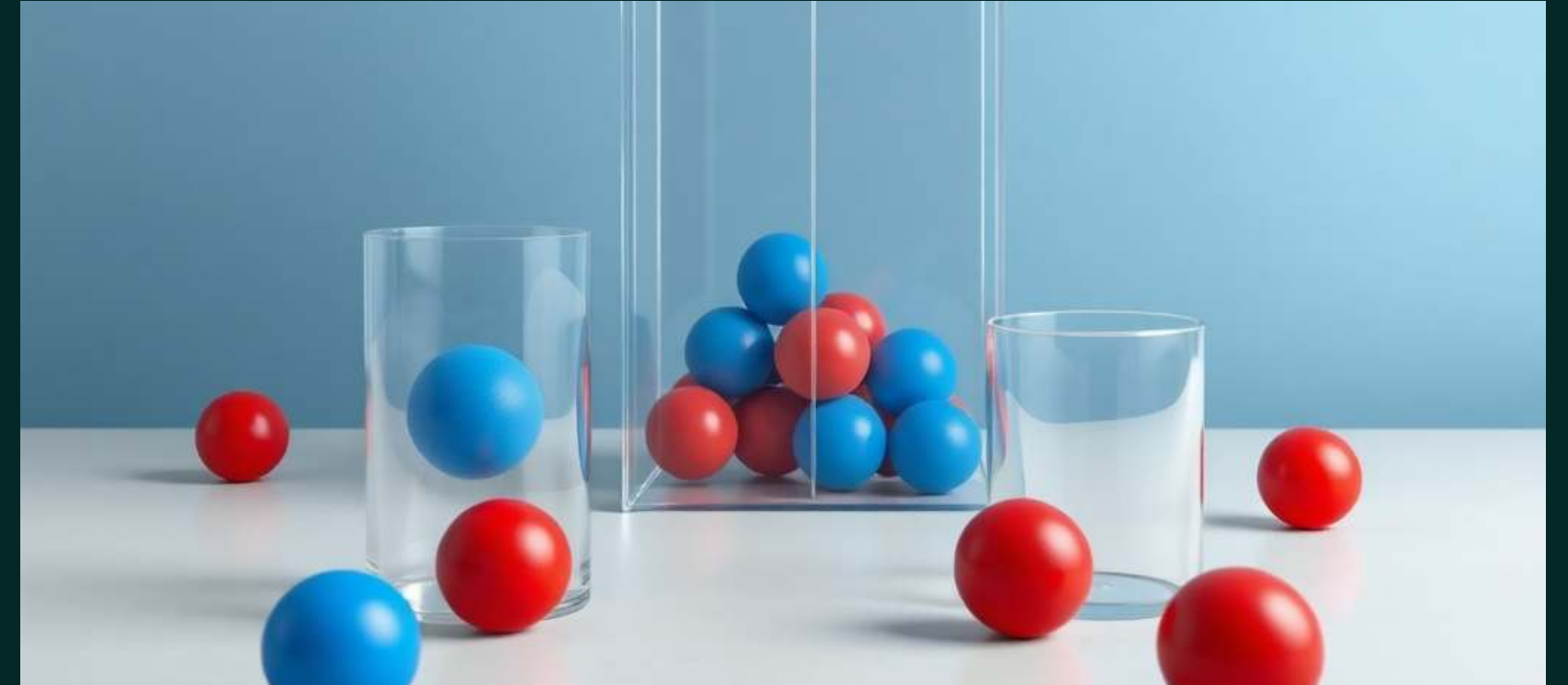


Вероятность вытянуть цветной шар



Красный шар в мешке

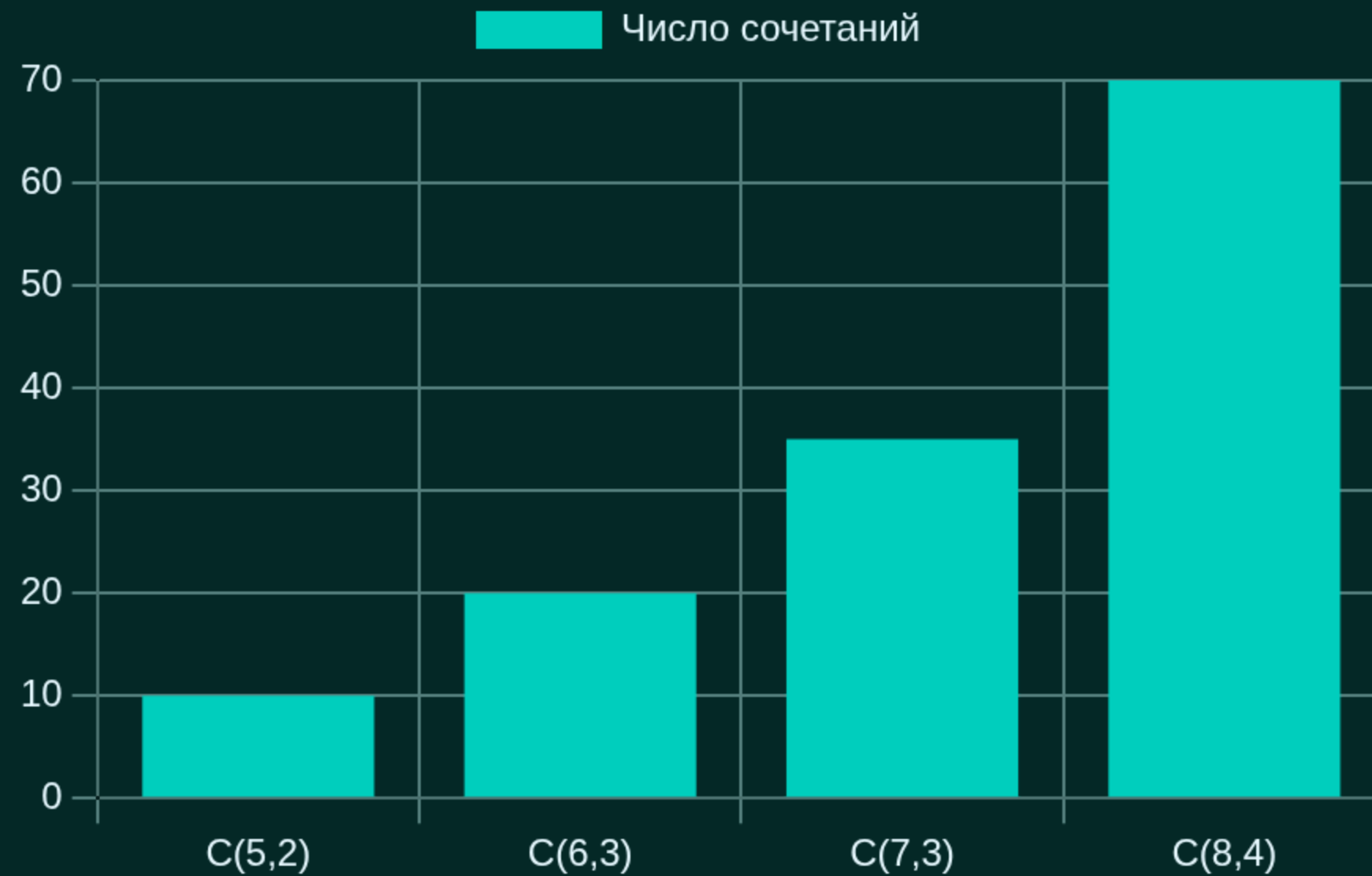
В мешке лежат красные и синие шары, и каждый цвет можно посчитать отдельно. Если красных шаров больше, то и шанс вытянуть красный шар выше. На схеме удобно показать мешок и карточку с числом красных шаров.



Два шара без возвращения

При вытягивании двух шаров подряд важно помнить, что второй выбор зависит от первого. Поэтому возможные пары меняются: красный-красный, красный-синий, синий-красный и синий-синий. Это хорошо видно на иллюстрации с двумя карточками и шарами.

Как меняется число сочетаний при увеличении данных



Школьные комбинаторные формулы: $C(5,2)$, $C(6,3)$, $C(7,3)$, $C(8,4)$

- Даже при небольшом увеличении числа объектов количество сочетаний растет заметно быстрее, чем кажется на первый взгляд.
- Рост значений показывает, что комбинаторные формулы экономят время и помогают избежать долгого перебора вариантов.

4%

— такова вероятность выигрыша,
если из 100 билетов
выигрышных только 4.

Процент сразу показывает,
насколько редким является
выигрыш в простой
лотерее или случайном
выборе.

Вычисление по условию: 4 выигрышных билета из 100

Словарь основных терминов темы

Короткие определения помогают быстрее разбирать формулировки задач и не путать похожие понятия.

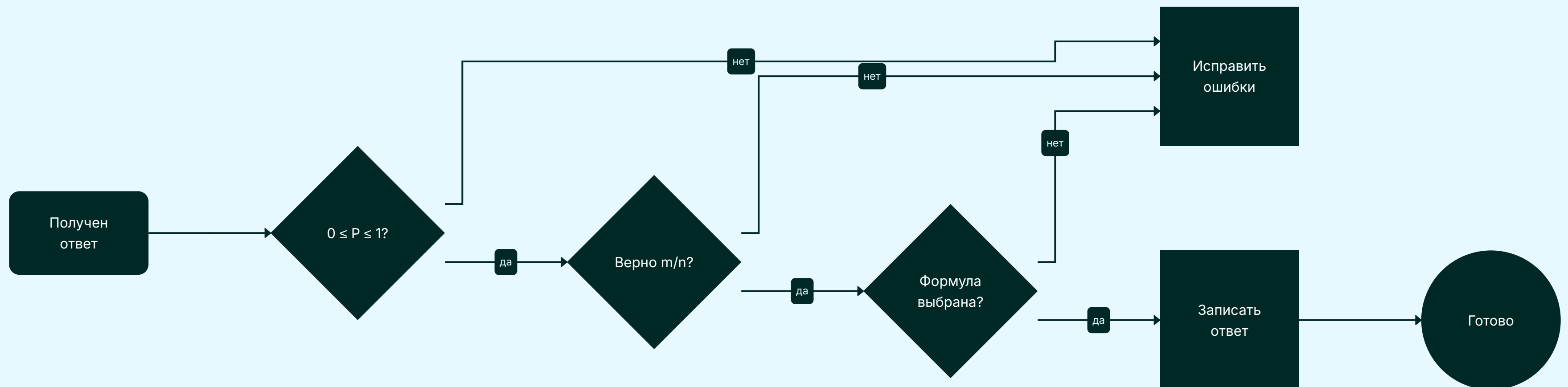
Главные понятия связаны между собой: эксперимент дает исходы, из них составляются события, а вероятность выражает долю нужных исходов.

Термин	Кратко
Случайный эксперимент	непредсказуемый опыт
Вероятность	m/n
Сочетание	порядок не важен

Школьные определения по теме комбинаторики и вероятности

Проверка полученного ответа

Последовательность помогает убедиться, что решение верно, а запись ответа соответствует смыслу задачи.



Где используются комбинаторика и вероятность

01 | Игры и соревнования

В играх и турнирах эти темы помогают оценивать шансы победы, распределять места и сравнивать варианты исхода. Так проще понять, почему одни результаты встречаются чаще других.

02 | Расписания и выбор

При составлении расписаний, формировании групп и жеребьевке нужно учитывать, сколько есть способов сделать выбор. Комбинаторика позволяет посчитать варианты без длинного перебора каждого случая.

03 | Коды и пароли

В кодах доступа важен порядок символов, поэтому число возможных комбинаций быстро растет. Это показывает, почему даже небольшое изменение условий сильно влияет на итоговое количество вариантов.

04 | Случайные эксперименты

Броски монет, кубиков и выбор шаров из мешка — самые наглядные примеры для школьных задач. На них удобно видеть связь между исходами, событиями и вероятностью.

05 | Связь с алгеброй

В 9 классе эти темы закрепляют умение работать с дробями, процентами и формулами. Они учат аккуратно рассуждать и переводить жизненную ситуацию в математическую запись.

Мини-пример: два броска монеты



Все исходы

При двух бросках монеты можно получить четыре результата: ОО, ОР, РО и РР. Это полный набор исходов, потому что каждый бросок имеет два варианта, а порядок бросков сохраняется.

Нужное событие

Событие «ровно один орел» включает только исходы ОР и РО. Здесь важно не перепутать его с событием «хотя бы один орел», у которого набор исходов был бы больше.

Ответ

Благоприятных исходов два, а всех исходов четыре, значит вероятность равна $2/4$, то есть $1/2$. Такой пример показывает, как комбинаторный подсчет сразу дает понятный результат.

Комбинаторика помогает считать вероятность точно

Если сначала определить все исходы и понять, важен ли порядок, задача становится проще. Комбинаторика дает точный счет вариантов, а вероятность превращает этот счет в понятный ответ.