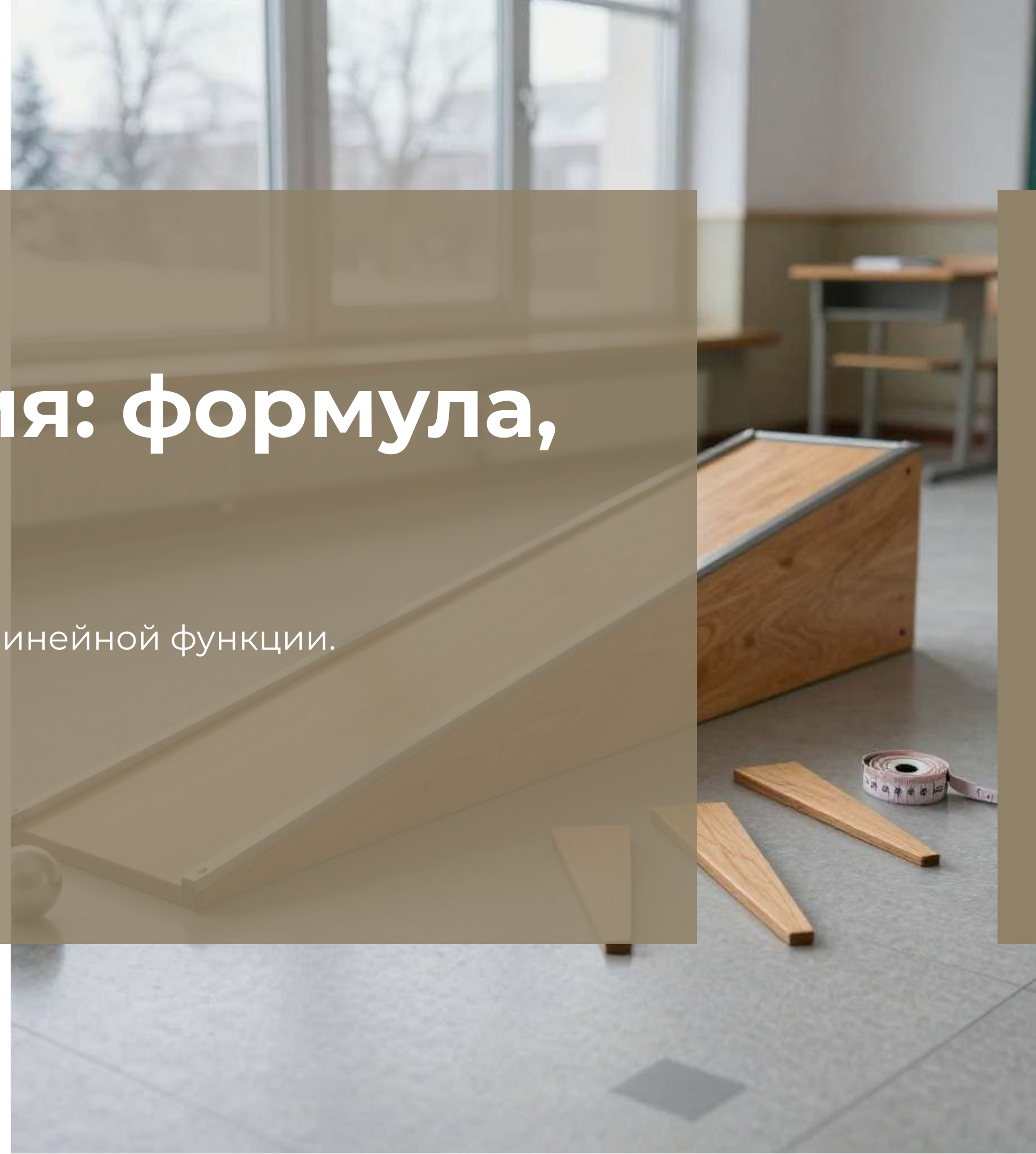


Линейная функция: формула, график и смысл

Разберём формулу, коэффициенты и график линейной функции.



Линейная функция вокруг нас

Постоянная плата, равномерное движение и начисление баллов — всё это примеры зависимости, где при одинаковом изменении одной величины другая меняется одинаково.



2

коэффициента в формуле помогают полностью задать прямую на координатной плоскости.

В записи $y = kx + b$ именно два коэффициента описывают поведение функции и её график.

Формула линейной функции $y = kx + b$

Коэффициент k и направление прямой

○ Положительное k

Если k больше нуля, прямая поднимается слева направо, а функция возрастает. Чем больше значение, тем заметнее рост при каждом шаге по оси x .

○ Отрицательное k

При k меньше нуля график опускается слева направо, поэтому функция убывает. Это означает, что с увеличением x значения y становятся меньше.

○ Нулевое k

Когда k равно нулю, формула превращается в $y = b$. График становится горизонтальной прямой, и значение y уже не зависит от x .

○ Крутизна наклона

Чем больше модуль $|k|$, тем резче наклон прямой. Небольшой модуль даёт более пологую линию, а большой — более крутой график.

Коэффициент b и точка пересечения с осью y

○ Что показывает b

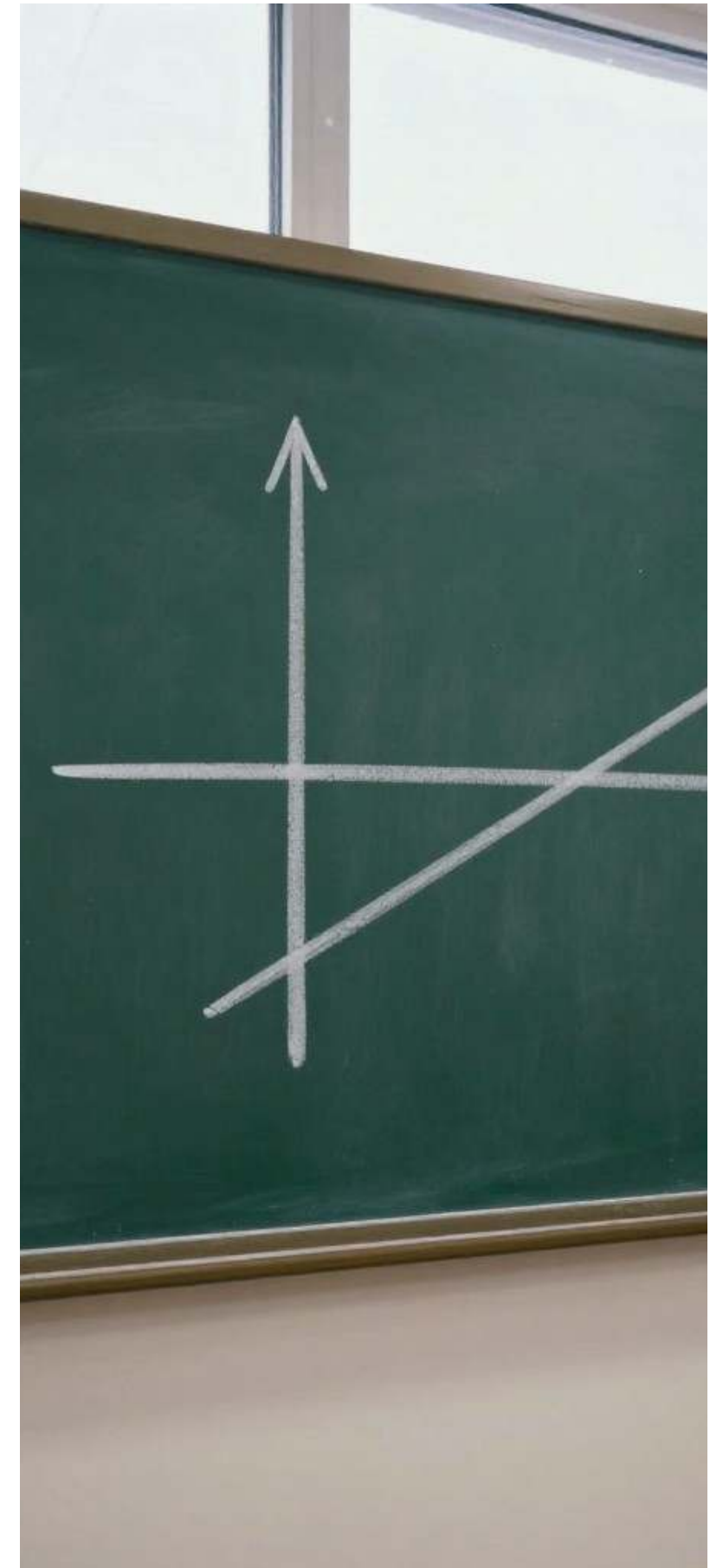
Коэффициент b задаёт, на каком уровне прямая пересекает ось y . Именно поэтому его удобно искать первым, когда x равно нулю.

○ Точка пересечения

На графике эта точка имеет координаты $(0; b)$. Если b положительно, пересечение находится выше начала координат, если отрицательно — ниже.

○ Случай $b = 0$

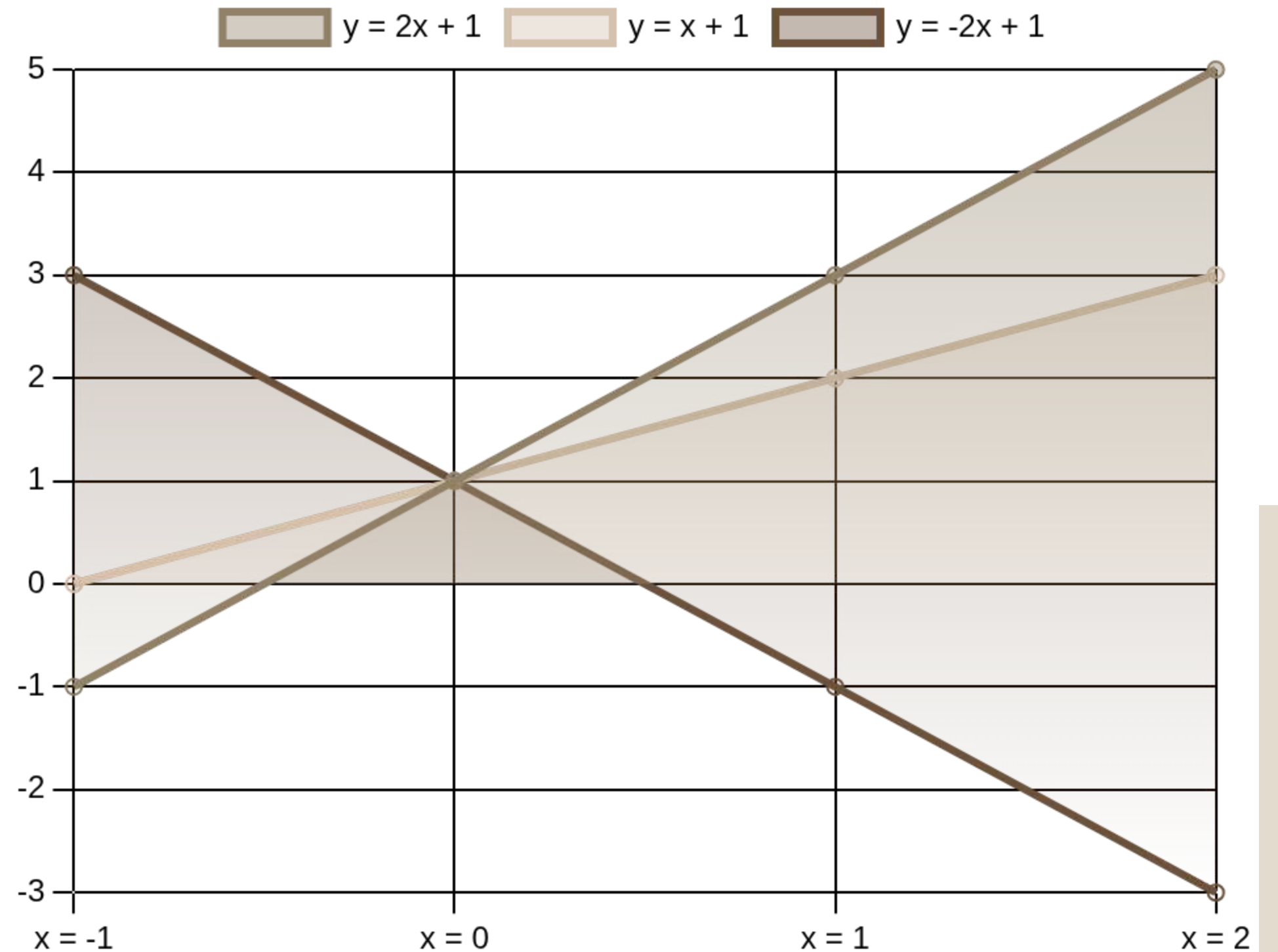
Когда b равно нулю, прямая проходит через начало координат. Такой вид особенно легко узнаётся на координатной плоскости и часто встречается в задачах.



Как меняется наклон при разных значениях k

Все три прямые проходят через точку с ординатой 1, но ведут себя по-разному при изменении x .

Знак k определяет направление, а модуль k — крутизну. Чем больше $|k|$, тем сильнее меняется y .



По формулам $y = 2x + 1$, $y = x + 1$, $y = -2x + 1$

Как строят график линейной функции

01

Найти первую точку

Сначала подставляют $x = 0$ и получают значение y . Так находят точку пересечения с осью y , которая сразу задаёт начало построения графика.

02

Выбрать второе значение

Затем берут любое удобное значение x , чтобы вычисления были простыми. Для построения не нужна сложная таблица, достаточно одного дополнительного значения.

03

Поставить обе точки

Обе полученные точки отмечают на координатной плоскости. Важно аккуратно читать координаты, чтобы не перепутать оси и не сместить график.

04

Соединить прямой

После этого точки соединяют линией. Для линейной функции она всегда получается прямой, поэтому такой способ построения особенно удобен и нагляден.

Построение графика по формуле

Алгоритм подходит для любой линейной функции $y = kx + b$.

Примеры линейных функций и их свойства

Сравним несколько формул и увидим, как коэффициенты влияют на график.

Коэффициент k отвечает за наклон и рост или убывание, а b показывает сдвиг прямой по оси y .

Формула	k	b	Направление
$y = 3x + 2$	3	2	возрастает
$y = -x + 4$	-1	4	убывает
$y = 5$	0	5	горизонталь
$y = 0,5x - 1$	0,5	-1	возрастает

Формулы линейных функций из задания

Частные случаи линейной функции

 $y = b$

Значение функции не зависит от x , поэтому получается горизонтальная прямая. Это удобный пример, где видно, что коэффициент k равен нулю.

 $y = kx$

Если свободный член b равен нулю, график проходит через начало координат. Такая запись помогает увидеть чистое влияние коэффициента k .

 $\sqrt{x}$ Общая формула

Оба случая входят в формулу $y = kx + b$. Они показывают, как отдельно работают наклон прямой и её положение на плоскости.

Линейная функция в реальных ситуациях



Поездка с фиксированной частью

Стоимость такси удобно представить как сумму двух частей: посадочной платы и оплаты за каждый километр. Сначала добавляется постоянная сумма, а затем цена растёт по мере увеличения пути. На схеме легко показать тариф, маршрут и итоговую стоимость.



Оплата за выполненную работу

Если за каждую собранную деталь или выполненное задание начисляют одинаковую сумму, доход меняется по линейному правилу. К нему можно добавить фиксированную выплату за смену. Такая модель помогает заранее оценить заработок по количеству выполненных действий.



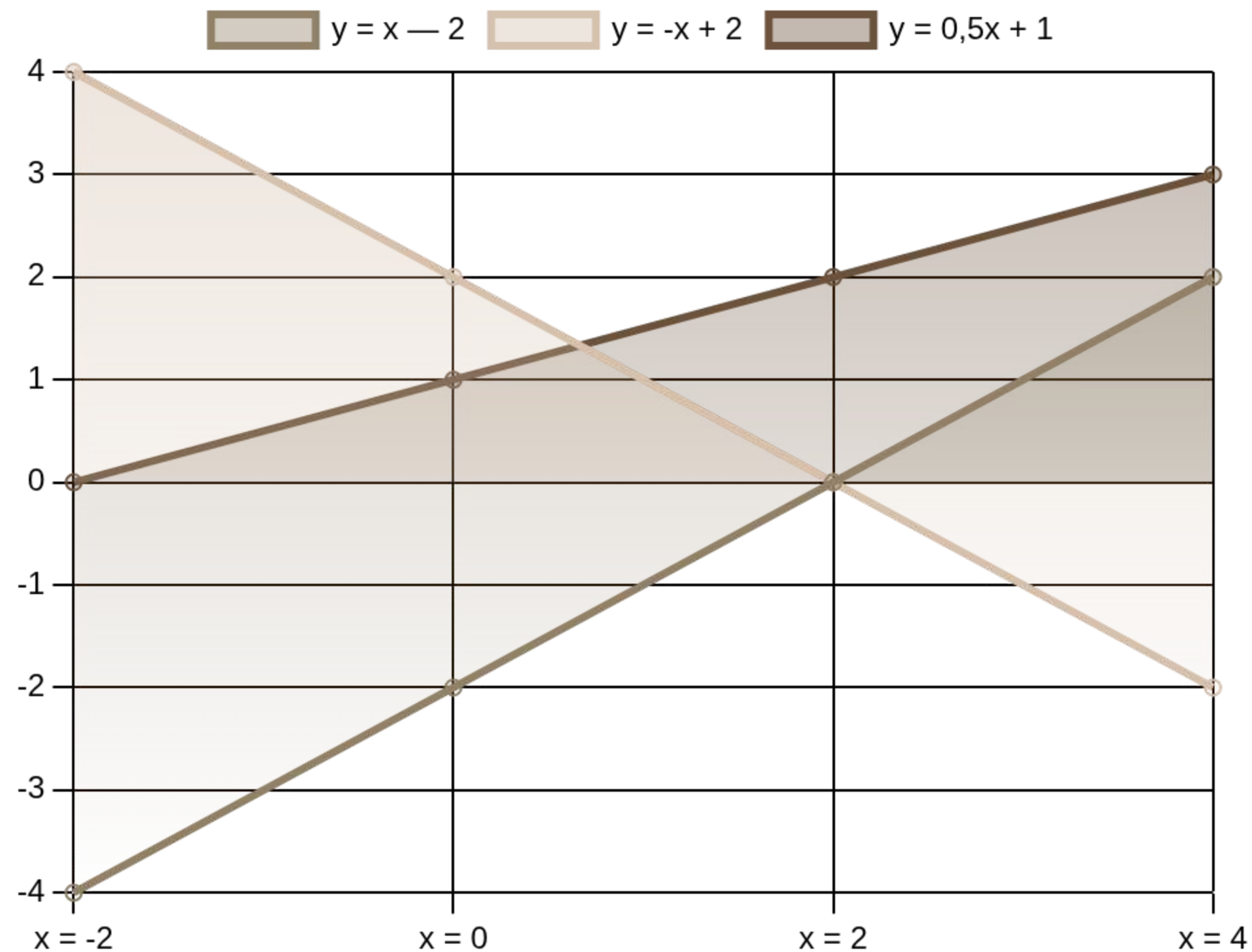
Счётчики воды и электричества

Расход ресурсов часто считают по постоянному тарифу за каждую единицу потребления. Когда известны показания счётчика, можно вычислить сумму к оплате как зависимость от объёма расхода. На иллюстрации подойдёт бытовой пример с квитанцией или счётчиком.

Рост, убывание и скорость изменения

Графики построены для одинаковых значений x , поэтому их удобно сравнивать по высоте и направлению. Видно, как меняется значение функции при одном и том же шаге по оси x .

Положительный k задаёт рост, отрицательный — убывание, а меньший модуль k делает график более пологим.



Учебные функции, составлено по формулам из условия

Как найти k и b по двум точкам

1

Сравнить координаты

Возьмите две точки графика и аккуратно выпишите их координаты. Важно не перепутать x и y , потому что именно от них зависит дальнейший расчёт коэффициентов линейной функции.

2

Найти коэффициент k

Вычислите изменения по координатам: Δy и Δx . Затем найдите отношение $k = \Delta y / \Delta x$, которое показывает, насколько меняется y при изменении x на одну единицу.

3

Подставить точку

Используйте одну из известных точек и подставьте её в формулу $y = kx + b$. После этого останется найти b как неизвестный свободный член уравнения линейной функции.

4

Проверить ответ

Подставьте вторую точку в полученную формулу и убедитесь, что равенство верно. Такая проверка помогает заметить вычислительную ошибку и подтвердить, что график выбран правильно.

Сравнение функций с разными коэффициентами

Функция	k	b
$y = 2x + 3$	+	3
$y = -3x + 1$	-	1
$y = x$	+	0
$y = -4$	0	-4

Таблица показывает, как знак и значение коэффициентов влияют на вид линейного графика и его положение на координатной плоскости.

Одинаковый k задаёт одинаковый наклон, а b меняет высоту прямой. При $b = 0$ график проходит через начало координат.

Формулы из условия задания

Проверка, принадлежит ли точка графику

01

Подставить координаты

Запишите координаты точки в порядке x и y , а затем подставьте их в формулу функции. Такой способ сразу показывает, совпадает ли точка с заданной зависимостью.

02

Сравнить равенство

Если после подстановки левая и правая части уравнения совпадают, точка принадлежит графику. Например, для $y = 2x + 1$ точка $(2; 5)$ подходит, потому что получается верное равенство.

03

Использовать проверку

Если равенство не выполняется, точка не лежит на графике. Этот приём помогает быстро находить ошибки в вычислениях и проверять результаты без построения всей прямой.

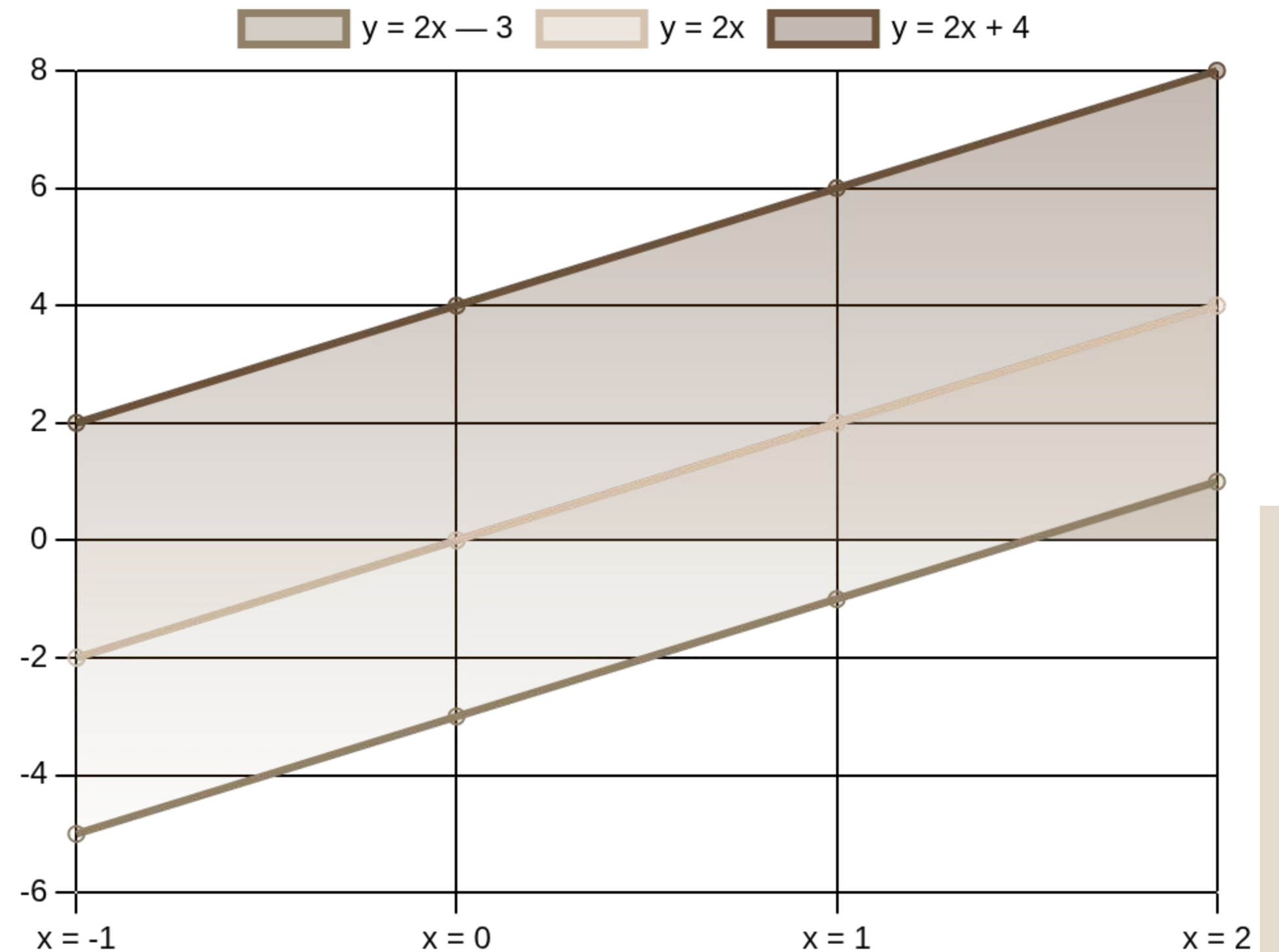
Как решать задачи на линейную функцию

Последовательность действий при работе с формулой, графиком, точкой или двумя известными точками

Параллельные прямые и роль коэффициента b

Все три функции имеют одинаковый наклон, поэтому их удобно сравнивать на одном поле координат. Отличие видно только по положению прямых относительно оси y .

Если k совпадает, графики параллельны. Коэффициент b сдвигает прямую вверх или вниз, не меняя её наклон.



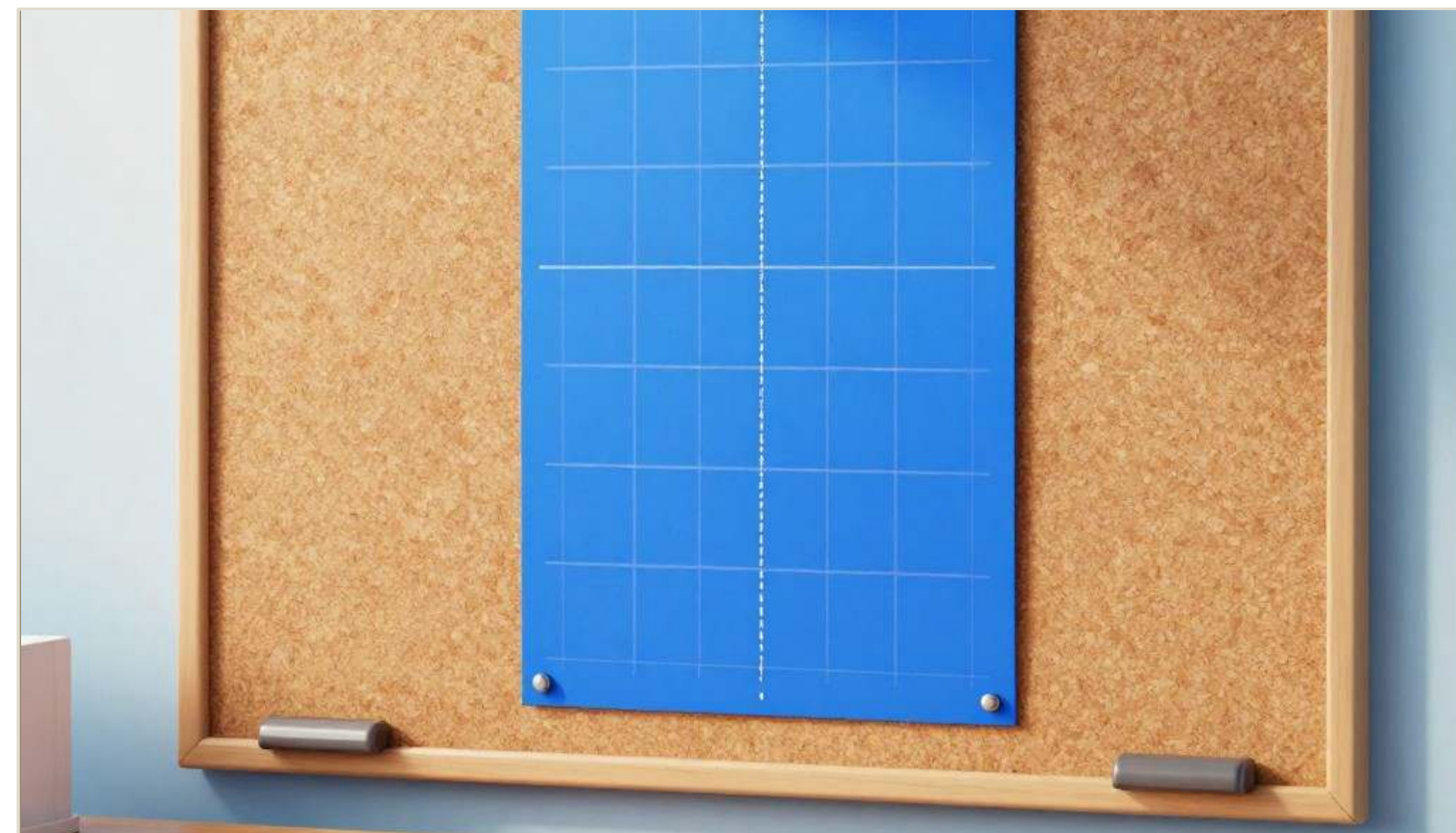
Формулы из условия задания

Типичные ошибки при работе с линейной функцией



Путаница в координатах

Одна из самых частых ошибок — перепутать местами x и y при подстановке точки в формулу. Из-за этого получается неверный ответ, хотя сама запись выглядит аккуратно. На иллюстрации полезно показать точку, подписанную правильно и неправильно.



Неверный знак и одна точка

Ещё одна проблема возникает, когда забывают минус у отрицательного коэффициента k или ошибаются при построении пересечения с осью y . Иногда прямую проводят только через одну точку и не проверяют вторую, поэтому график получается неверным.

Что нужно запомнить о линейной функции

○ Главная формула

Линейная функция записывается как $y = kx + b$. Именно эта формула задаёт на координатной плоскости прямую линию и связывает две изменяющиеся величины.

○ Роль коэффициента k

Коэффициент k отвечает за наклон графика. Он показывает, возрастает функция или убывает, а также насколько быстро меняется значение y при изменении x .

○ Роль коэффициента b

Коэффициент b определяет точку пересечения прямой с осью y . Когда $b = 0$, график проходит через начало координат.

○ Построение и чтение графика

График линейной функции удобно строить по двум точкам. По нему можно быстро увидеть зависимость между величинами и сделать вывод о характере изменения.

Линейная функция: формула, график и смысл

Линейная функция помогает увидеть связь между формулой, графиком и изменением величин. Понимание коэффициентов k и b делает решение задач быстрее, точнее и увереннее.