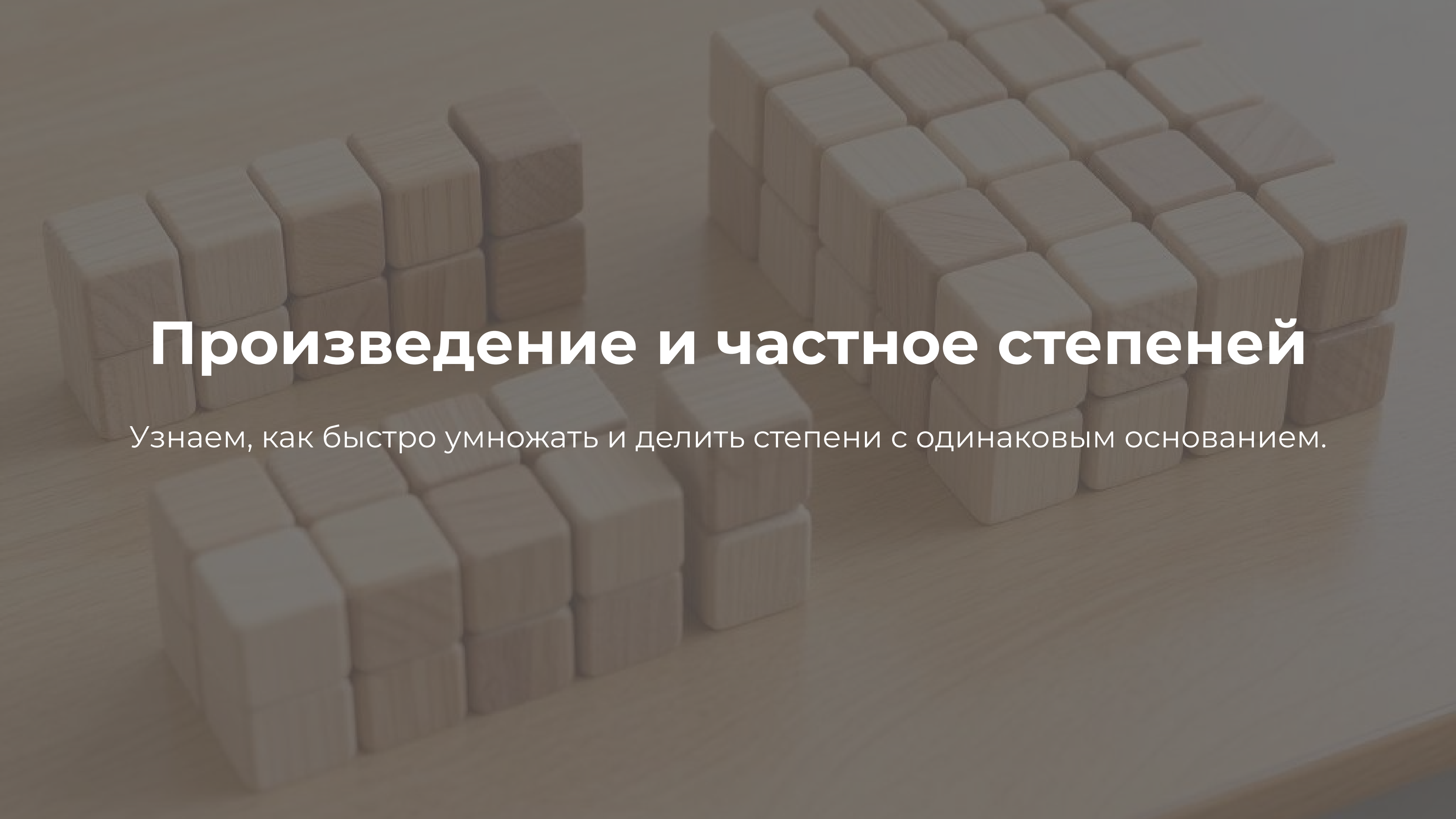


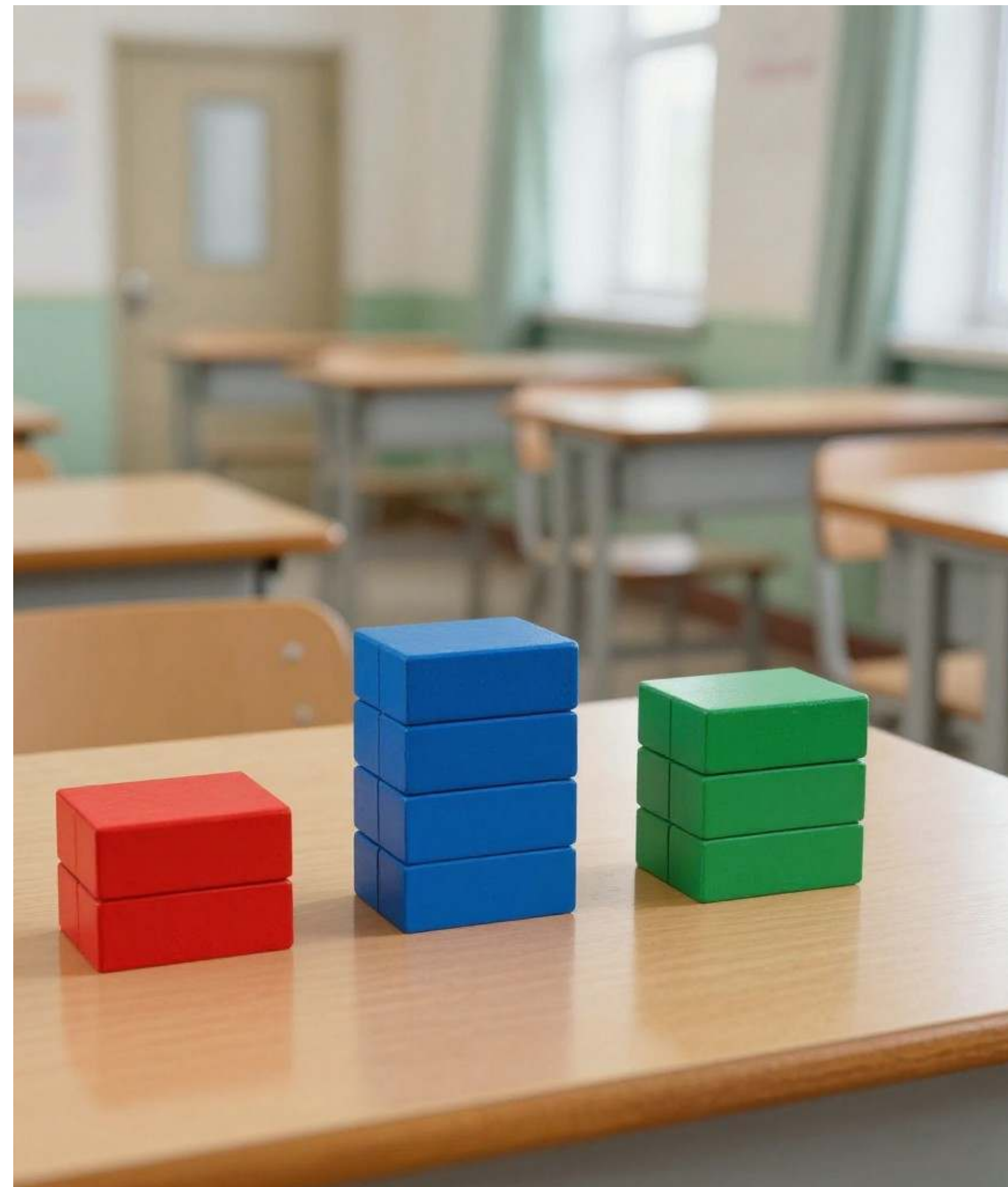
The background of the slide features a close-up, slightly blurred photograph of numerous light-colored wooden blocks. These blocks are arranged in a structured, grid-like pattern on a wooden surface, with some stacks being taller than others. The lighting is soft and even, highlighting the natural grain of the wood. The overall aesthetic is clean, minimalist, and educational.

Произведение и частное степеней

Узнаем, как быстро умножать и делить степени с одинаковым основанием.

Зачем нужны степени в алгебре

Степени помогают коротко записывать повторяющиеся множители в алгебре, геометрии и физике. Они экономят время, упрощают вычисления и делают выражения понятнее, особенно при работе с большими числами.



Что такое степень

Повторяющееся умножение

Степень a^n показывает, что число a умножается само на себя n раз. Это удобная краткая запись длинного произведения с одинаковыми множителями.

Основание степени

Основание — это число или выражение, которое повторяется в произведении. Именно оно определяет, какие множители входят в степень и сохраняется при преобразованиях.

Показатель степени

Показатель показывает, сколько раз основание участвует в умножении. Чем больше показатель, тем больше одинаковых множителей скрыто в записи степени.

Примеры записи

3^4 означает $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, x^2 — это $x \cdot x$, а 7^1 равно 7. Такие примеры помогают понять смысл степени перед изучением правил.

Произведение степеней с одинаковым основанием

01

Сохраняем основание

Если перемножаются степени с одинаковым основанием, само основание не меняется. В итоговой записи оно остаётся тем же, что и в исходных множителях.

02

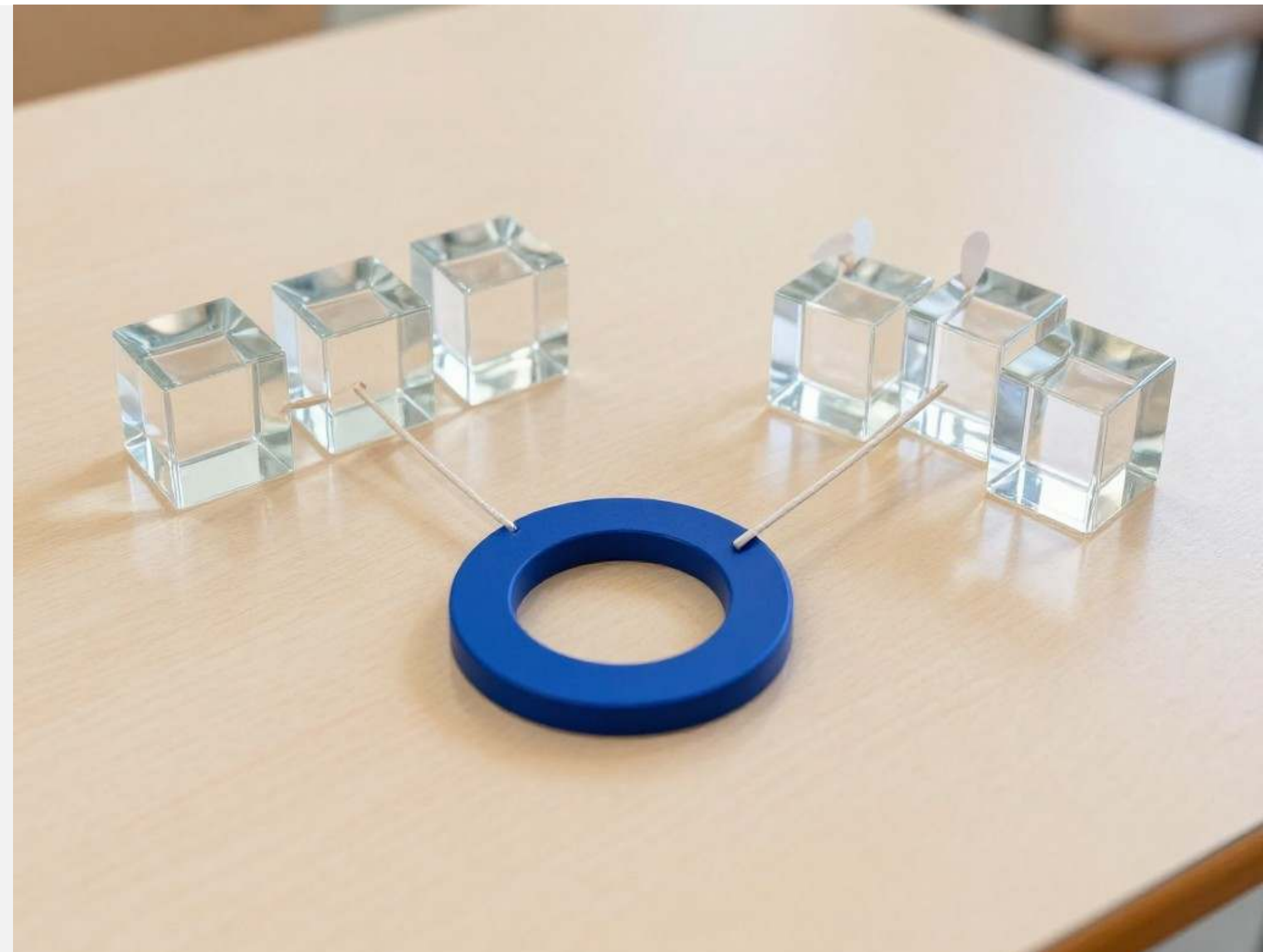
Складываем показатели

К показателю первой степени добавляется показатель второй, потому что к уже имеющимся множителям присоединяются новые. Поэтому $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$.

03

Проверяем на примере

$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$, а затем $2^7 = 128$. В записи сразу видно, что семь двоек получаются из трёх и четырёх одинаковых множителей.



Как меняется показатель при умножении

На диаграмме видно только итоговый показатель степени. Основание остаётся тем же, поэтому главное действие — сложить показатели множителей.

Во всех примерах результат строится по одному правилу: показатели складываются, а запись становится короче и удобнее.

Сравнение произведений степеней

Таблица показывает, как одно и то же правило работает в разных записях с одинаковым основанием.

Во всех строках основание сохраняется, а показатели складываются. Степень с показателем 0 не изменяет значение при ненулевом основании.

Выражение	Правило	Результат
$a^2 \cdot a^3$	Складываем	a^5
$5^1 \cdot 5^4$	Складываем	5^5
$x^6 \cdot x^2$	Складываем	x^8
$10^3 \cdot 10^0$	Складываем	10^3

Почему работает правило произведения

Считаем множители

В степени a^m содержится m одинаковых множителей a . Поэтому показатель удобно понимать как счётчик повторений, а не как отдельное действие над основанием.

Пример преобразования

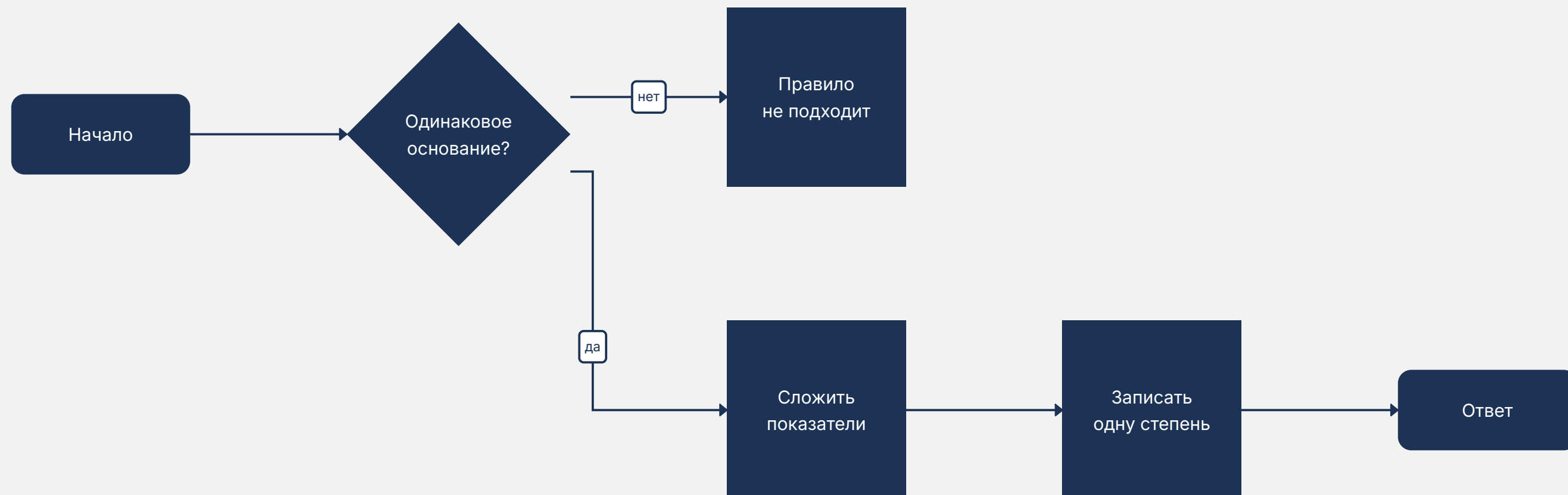
$3^2 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 3^5$. Здесь видно, что два и три множителя складываются, поэтому правило опирается на обычное умножение одинаковых чисел.

Объединяем записи

При умножении двух степеней множители просто соединяются в одну цепочку. Получается одна степень с тем же основанием и общим количеством множителей.

Алгоритм умножения степеней

Схема показывает последовательность действий при умножении степеней с одинаковым основанием.



Частное степеней с одинаковым основанием

● Сохраняем основание

При делении степеней с одинаковым основанием само основание остаётся без изменений. Меняется только показатель: из большего вычитают меньший, если деление возможно.

● Вычитаем показатели

Правило записывается так: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$, если $m > n$. Это удобно, потому что одинаковые множители в числителе и знаменателе сокращаются.

● Пример деления

$5^6 : 5^2 = 5^4 = 625$. В записи шесть пятёрок уменьшаются на две, и остаются четыре одинаковых множителя в ответе.



Как уменьшается показатель при делении

Все примеры начинаются с одинакового основания, поэтому наглядно видно только уменьшение показателя после сокращения одинаковых множителей.

Чем больше показатель делителя, тем сильнее уменьшается результат. Правило деления полностью опирается на сокращение одинаковых множителей.

Сравнение деления степеней

Выражение	Правило	Результат
$a^7:a^3$	показатели вычитаются	a^4
$9^5:9^2$	показатели вычитаются	9^3
$m^6:m^1$	показатели вычитаются	m^5
$b^4:b^4$	показатели вычитаются	$b^0=1$

В таблице показано, как при делении степеней с одинаковым основанием меняется показатель и как получается краткая запись.

Во всех примерах основание сохраняется, а разность показателей определяет ответ; при равных показателях получается нулевой показатель и значение 1.

1

получается при делении степени
на саму себя, если основание
не равно нулю.

Школьное правило: $a^0 = 1$ при $a \neq 0$.

Это значение показывает, что одинаковые
множители полностью сокращаются, поэтому
 $a^m : a^m = 1$.

Степени с отрицательным показателем

1. Когда показатель становится отрицательным

Если в делителе степень больше, чем в делимом, разность показателей получается отрицательной. Это означает, что запись нужно преобразовать в дробь с обратным числом.

2. Связь с дробями

Запись a^{-k} читается как $1/a^k$. Так правило деления степеней продолжает работать и в случаях, когда показатель после вычитания меньше нуля.

3. Пример преобразования

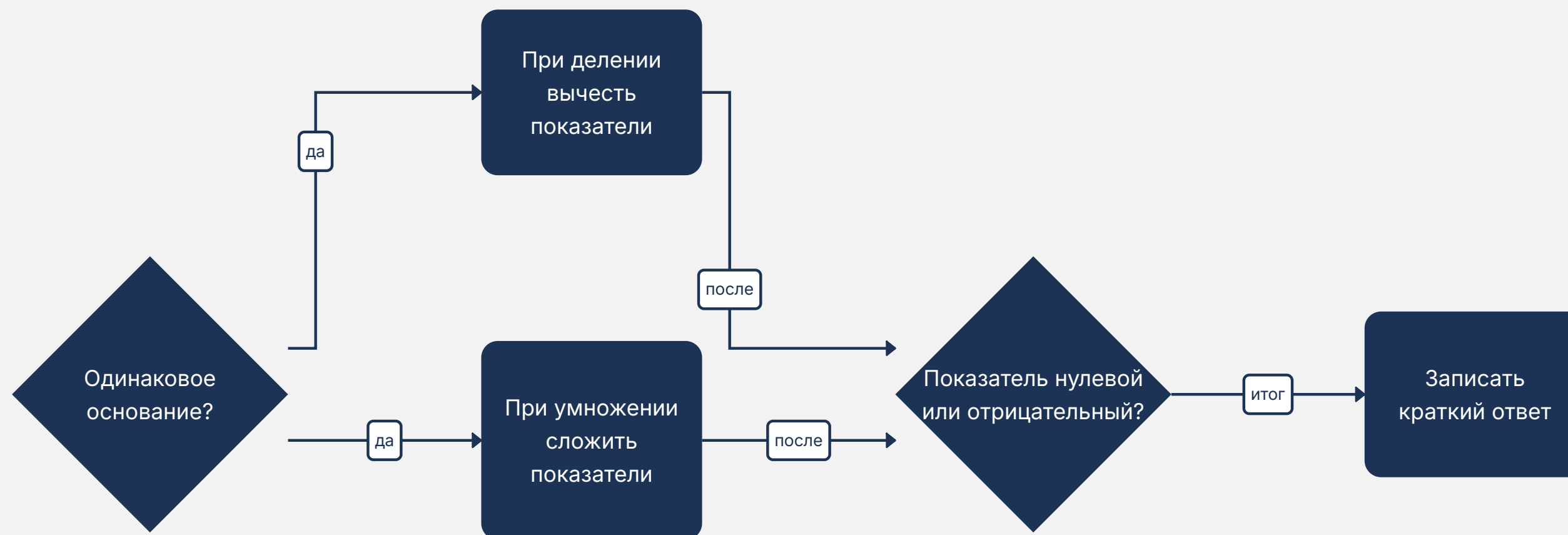
В выражении $2^3:2^5$ после вычитания получается 2^{-2} . Затем степень записывают как $\frac{1}{2^2}$, то есть $\frac{1}{4}$, сохраняя смысл действия.

4. Что важно помнить

Отрицательный показатель не делает степень «ошибочной» — он показывает обратную запись. Это удобно при упрощении выражений и дальнейших вычислениях с дробями.

Как упрощать выражения со степенями

Пошаговый алгоритм: сначала сравнить основания, затем применить нужное правило и проверить знак показателя.



Частые ошибки при работе со степенями

Складывают не то

Некоторые ученики прибавляют основания вместо показателей.
В выражении $a^2 \cdot a^3$ менять нужно не число a , а именно числа 2 и 3.

Неверное правило для разных оснований

Правило сложения показателей работает только при одинаковом основании. Для $2^3 \cdot 3^2$ нельзя объединить степени в одну запись, потому что множители разные.

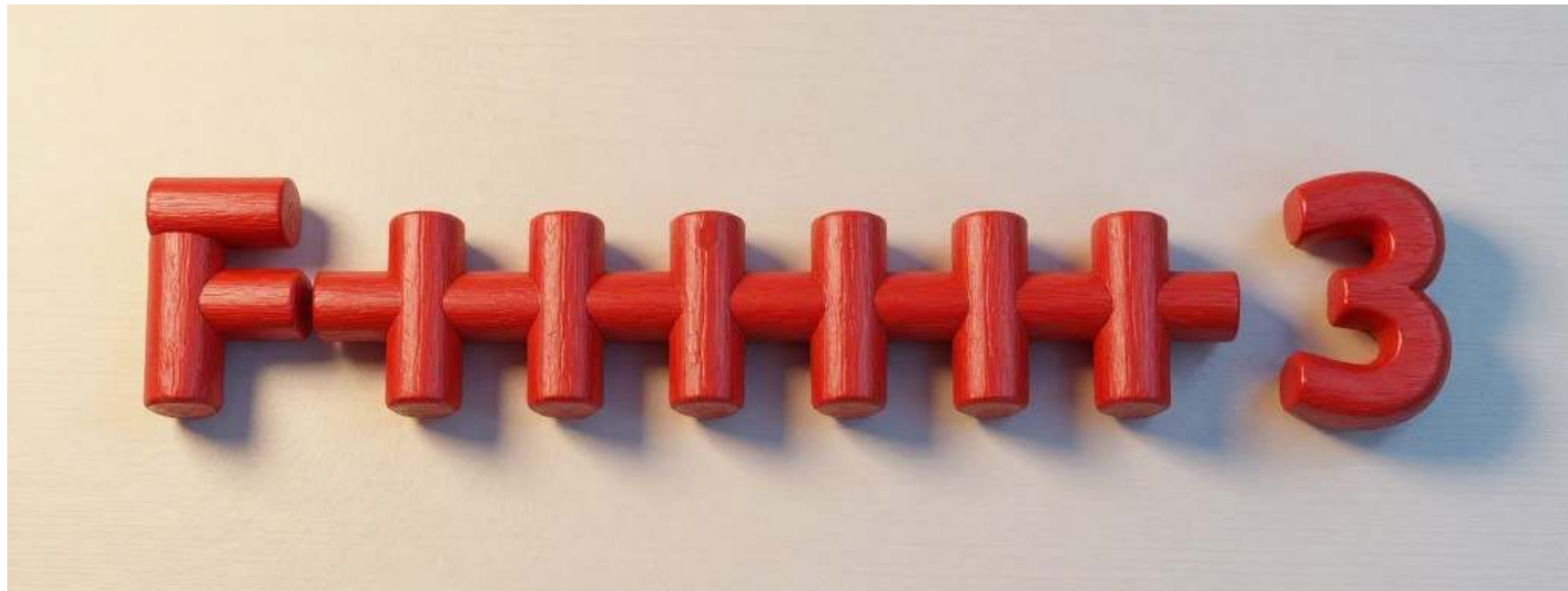
Забывают про нулевой показатель

Если степень делят на саму себя, получается a^0 . При ненулевом основании это равно 1, а не a и не 0.

Путают вычитание с делением

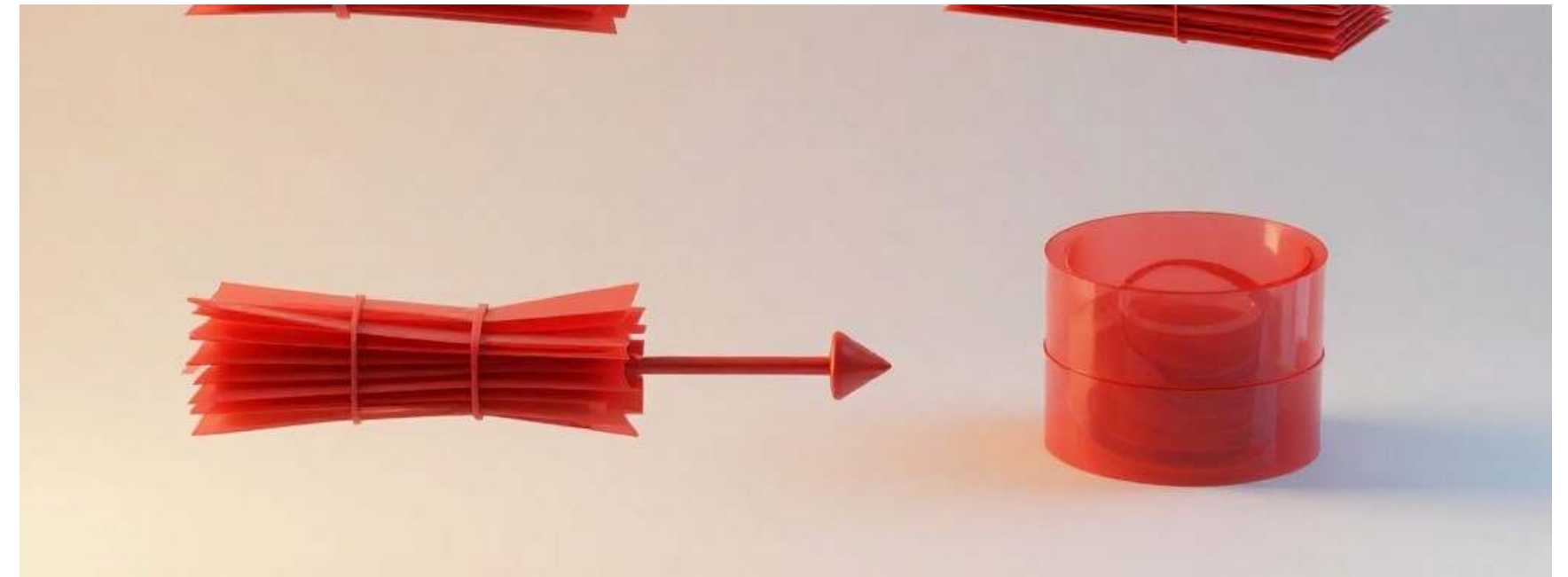
При делении степеней нужно вычесть показатели, а не делить их как обычные числа. Именно поэтому $a^6 : a^2 = a^4$, а не a^3 .

Правило на числовом примере



Сначала — произведение

В записи $3^4 \cdot 3^2$ вместе оказываются шесть множителей 3. Это удобно показать как одну длинную цепочку одинаковых чисел, которую легко объединить в одну степень. Именно здесь работает правило сложения показателей.



Потом — деление и сокращение

Дальше выражение делят на 3^3 , поэтому три множителя сокращаются. Остаются три тройки, и результат записывается как $3^3 = 27$. Такой рисунок помогает увидеть, почему правило даёт именно этот ответ.

Выражения до и после упрощения

На диаграмме сравнивается длина записи: до преобразования в выражениях больше одинаковых множителей, после — только одна степень.

Правила со степенями сокращают запись и делают вычисления быстрее: длинные произведения и частные заменяются одной компактной степенью.

Мини-практика по теме

Таблица помогает быстро проверить, умеете ли вы применять оба правила в разных выражениях и находить ответ без лишних шагов.

В заданиях встречаются и умножение, и деление, а также нулевой показатель; это позволяет сразу увидеть, как работают правила в сочетании.

Выражение	Результат
$a^2 \cdot a^5$	a^7
$6^4 : 6^1$	6^3
$x^7 : x^7$	1
$4^3 \cdot 4^2 : 4^1$	4^4
$9^2 \cdot 9^3 : 9^4$	9^1

Где применяются правила степеней

Упрощение выражений

Сначала правила используют в алгебре, когда нужно сократить длинные записи и объединить одинаковые множители в одну степень.

Формулы и преобразования

Позже эти правила встречаются в формулах и более сложных выражениях, где важно быстро преобразовывать запись и не терять смысл вычислений.

Запись больших чисел

Затем они помогают работать с числами в виде степеней 10, что особенно удобно при записи очень больших и очень маленьких величин.

Что нужно запомнить

При одинаковом основании умножение степеней превращается в сложение показателей, а деление — в вычитание. Нулевой показатель даёт 1, а отрицательный записывается через обратную дробь.