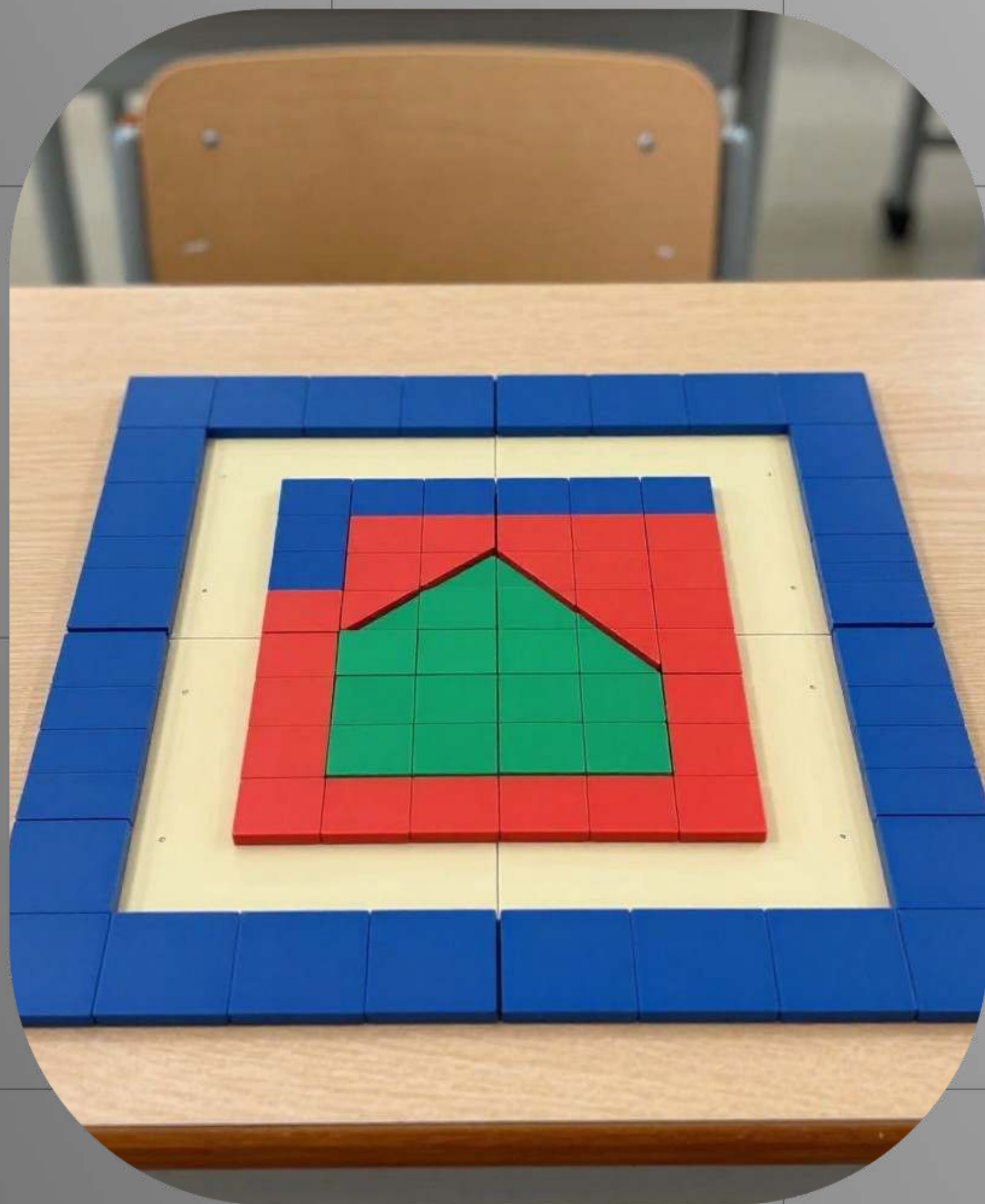


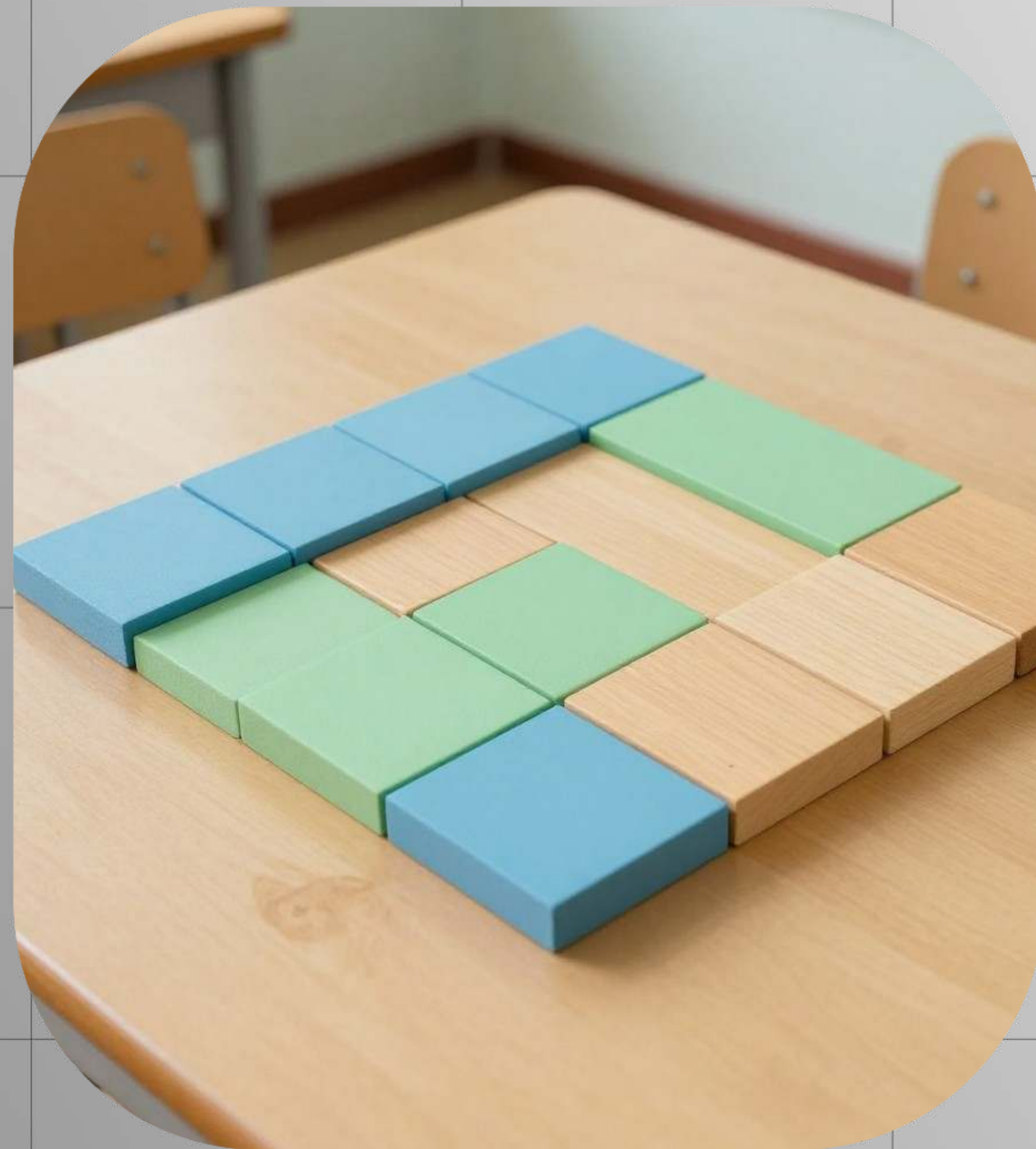


Квадрат суммы нескольких слагаемых

Как раскрывать скобки и не пропускать ни один член формулы

Почему формула работает и где пригодится

Эта тема показывает, как распределительное свойство помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и проверять вычисления в буквенных и числовых примерах.



Квадрат суммы двух слагаемых как основа темы

1 Записываем произведение

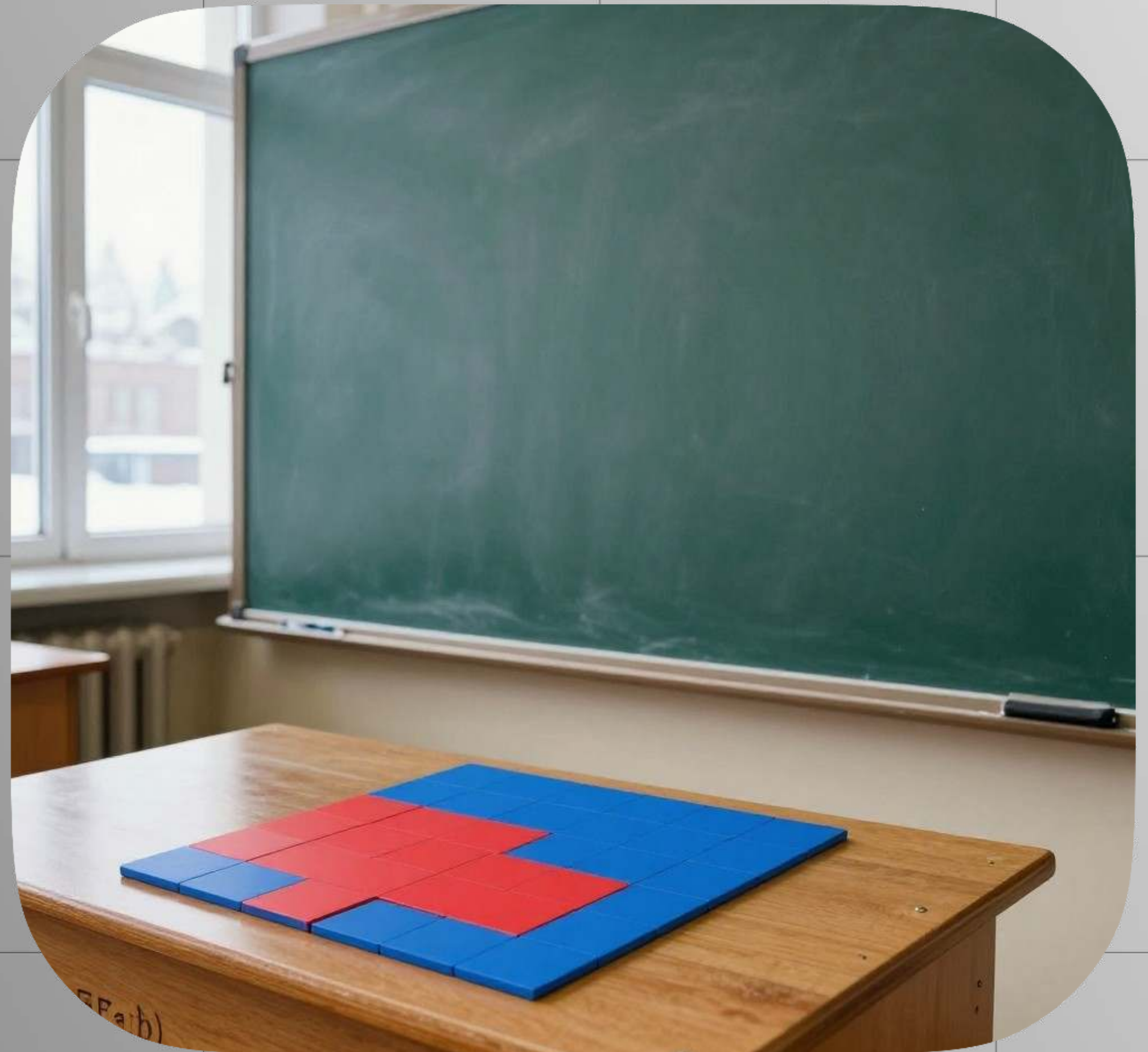
Квадрат суммы двух слагаемых означает умножение выражения на само себя: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$. Так начинается вся формула и видно, откуда берутся новые члены.

2 Раскрываем скобки

После умножения каждого слагаемого на каждое получаем a^2 , ab , ba и b^2 . Два одинаковых произведения ab и ba складываются в $2ab$.

3 Получаем образец

Итоговая запись $a^2+2ab+b^2$ показывает три части: квадрат первого слагаемого, удвоенное произведение и квадрат второго. Этот случай служит шаблоном для более длинных сумм.



Переход от двух слагаемых к трём

Новая запись

Для трёх слагаемых квадрат суммы записывается как $(a+b+c)^2$. Это значит, что вся сумма умножается сама на себя, а не возводится по частям.

Каждое с каждым

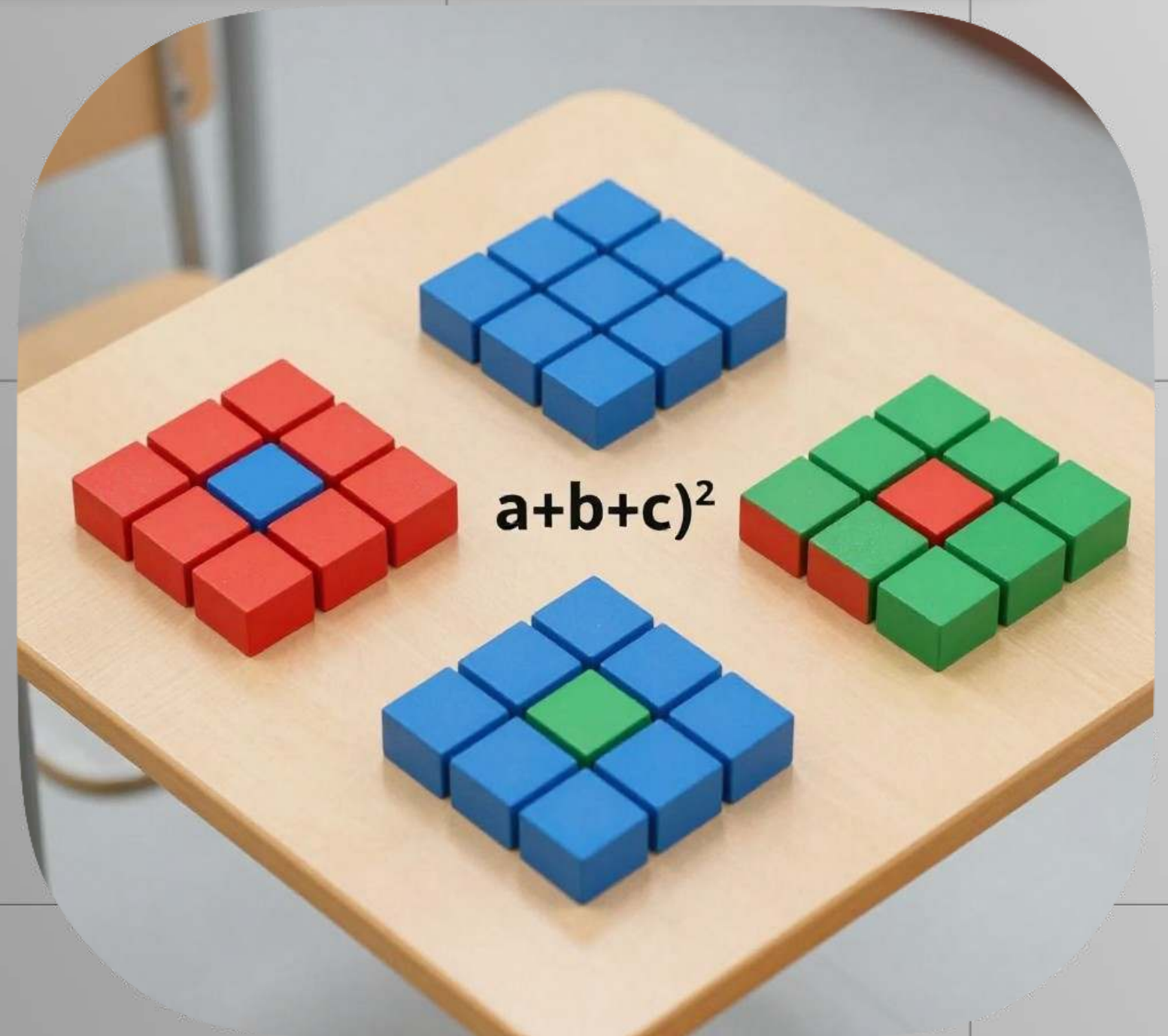
При раскрытии скобок каждое слагаемое первого множителя умножается на каждое слагаемое второго. Поэтому появляются не только квадраты, но и все попарные произведения.

Что входит в ответ

В результате получаются a^2 , b^2 , c^2 и произведения ab , ac , bc . Каждое из них появляется дважды, поэтому перед ними стоит коэффициент 2.

Наглядная идея

Если представить a , b и c как три группы одинаковых блоков, то легко увидеть сложение частей и последующее перемножение всех групп между собой.



Формулы для суммы из 2, 3 и 4 слагаемых

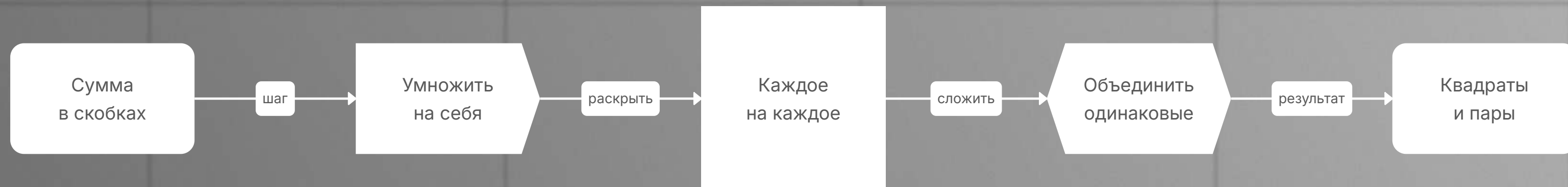
Слагаемых	Формула	Что добавляется
2	$(a+b)^2$	1 пара
3	$(a+b+c)^2$	3 пары
4	$(a+b+c+d)^2$	6 пар

Сравнение показывает, как меняется запись при увеличении числа слагаемых.

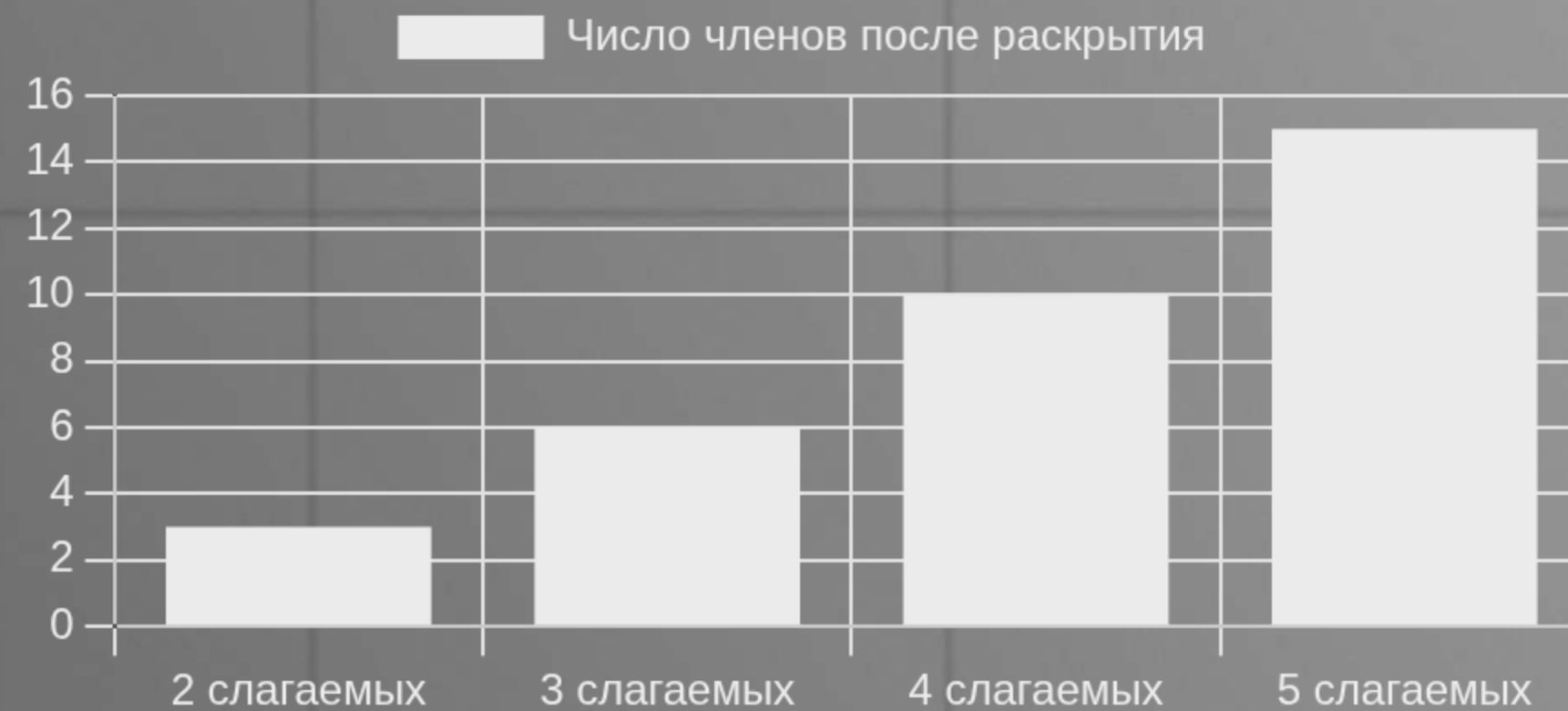
Чем больше слагаемых, тем быстрее растёт число попарных произведений: каждая новая буква образует пары со всеми уже имеющимися.

Как раскрывается квадрат суммы

Последовательность основана на распределительном свойстве умножения относительно сложения.



Как растёт число членов в формуле



Следствие из формулы квадрата суммы; школьный курс алгебры

Каждое новое слагаемое добавляет не только свой квадрат, но и новые пары со всеми предыдущими. Поэтому запись быстро становится длиннее.

Рост идёт ускоренно: число членов определяется не самим количеством слагаемых, а числом всех возможных пар между ними.

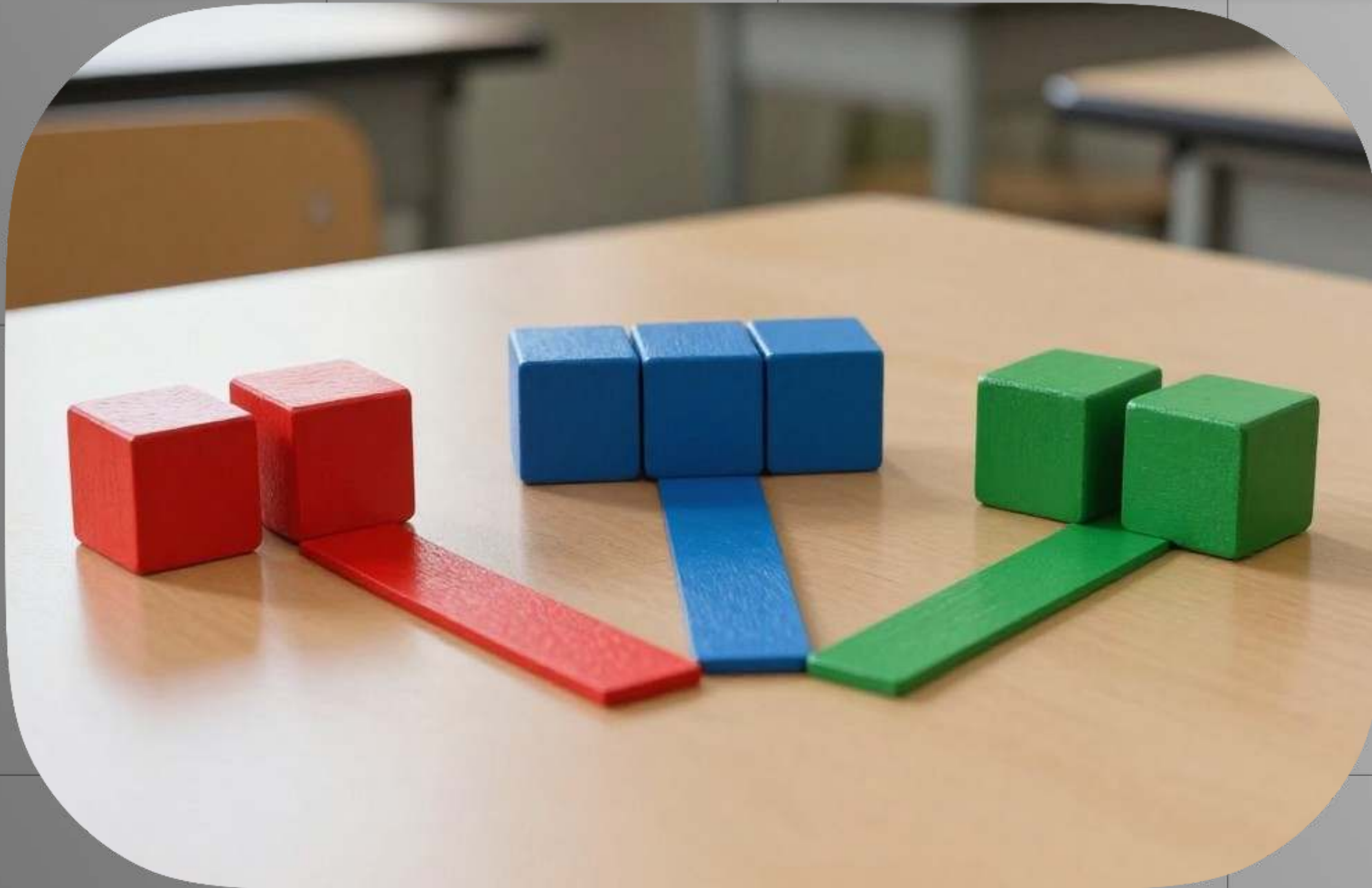
3 квадрата

и столько же удвоенных попарных произведений входят в итоговую запись.

Для суммы из трёх слагаемых в формуле всегда есть отдельный квадрат каждого слагаемого и все попарные связи между ними.

Формула $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

Числовой пример: $(2+3+4)^2$



Сначала считаем сумму

Скобки дают $2+3+4 = 9$, значит исходное выражение равно 9^2 . Это удобная проверка перед раскрытием формулы и хороший ориентир для ответа.

Раскрываем по формуле

По правилу квадрата суммы получаем $2^2+3^2+4^2+2\cdot 2\cdot 3+2\cdot 2\cdot 4+2\cdot 3\cdot 4$. Здесь видны и квадраты, и все попарные произведения.

Подставляем значения

Вычисляем по частям: $4+9+16+12+16+24$. Каждая часть соответствует одному члену формулы, поэтому легко отследить, что ничего не пропущено.

Проверяем ответ

Сумма всех слагаемых равна 81, и она совпадает с 9^2 . Значит, формула применена верно, а раскрытие скобок выполнено без ошибок.

Проверка через распределительное свойство

1 Раскрываем произведение

Запись $(a+b+c)(a+b+c)$ означает, что каждый член первого множителя умножается на каждый член второго. Так получается девять отдельных произведений.

2 Собираем одинаковые

В списке есть пары ab и ba , ac и ca , bc и cb . Они обозначают одни и те же произведения, только записанные в разном порядке.

3 Появляется коэффициент 2

После объединения одинаковых членов каждая пара даёт удвоенное произведение. Поэтому перед ab , ac и bc ставится коэффициент 2.

4 Получаем формулу

В итоге остаются три квадрата и три удвоенных попарных произведения. Именно так выводится формула квадрата суммы трёх слагаемых.



Типичные ошибки при раскрытии квадрата суммы

Ошибка	Неверно	Почему
Пропуск квадрата	a^2+b^2+2ab	Нет c^2
Нет удвоения	ab	Нужно $2ab$
Пропуск пары	$2ab+2bc$	Нет ac

Сформировано по правилам раскрытия квадрата суммы.

Таблица показывает три частые ошибки при раскрытии скобок и помогает сразу сравнить неправильную запись с верной формулой.

Во всех случаях ошибка связана либо с пропуском члена, либо с неверным коэффициентом; квадрат суммы нельзя заменять суммой квадратов.

Сколько парных произведений появляется

4 слагаемых

Сначала появляются 4 квадрата: по одному от каждого слагаемого. Затем возникают 6 разных пар, и каждая даёт удвоенное произведение.

Общее правило

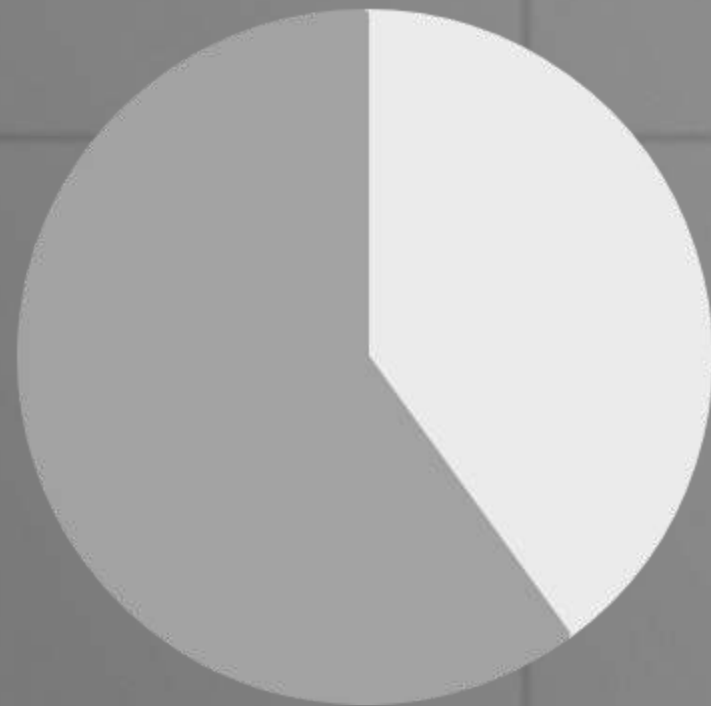
Число разных пар равно $n(n-1)/2$. После удвоения каждая пара даёт один попарный член с коэффициентом 2.

5 слагаемых

К квадратам добавляются уже 10 парных произведений. Чем больше слагаемых, тем заметнее растёт число членов после раскрытия скобок.

Соотношение квадратов и попарных произведений

■ Квадраты ■ Попарные произведения



Расчёт по формуле квадрата суммы для 4 слагаемых.

Для четырёх слагаемых круговая диаграмма показывает, что парных произведений уже больше, чем квадратов.

Основной вклад в формулу дают именно попарные произведения; их доля быстро увеличивается по мере роста числа слагаемых.

Геометрический смысл формулы

Квадрат, собранный из частей

Если сторону квадрата разбить на отрезки a , b и c , вся сторона станет суммой $a+b+c$. Тогда площадь всего квадрата равна $(a+b+c)^2$, а внутри можно увидеть отдельные маленькие квадраты и прямоугольники, из которых она складывается.

Почему прямоугольники повторяются

Части с площадями ab , ac и bc встречаются по два раза, потому что каждый прямоугольник имеет две равные стороны, расположенные по соседним направлениям. Именно это объясняет появление коэффициента 2 перед попарными произведениями в формуле.



Где формула используется в школьных заданиях



Раскрытие скобок

Формула помогает быстро раскрывать квадрат суммы без длинного перемножения. Это удобно, когда в выражении несколько букв и нужно не пропустить ни один член.



Площадь фигуры

При решении геометрических задач квадрат суммы удобно связывает длину стороны и площадь. Формула помогает увидеть, как общая площадь складывается из нескольких частей.



Проверка вычислений

Если ответ получен двумя способами, формула позволяет сравнить записи и быстро заметить ошибку. Особенно полезно это при вычислениях с числами и буквами.

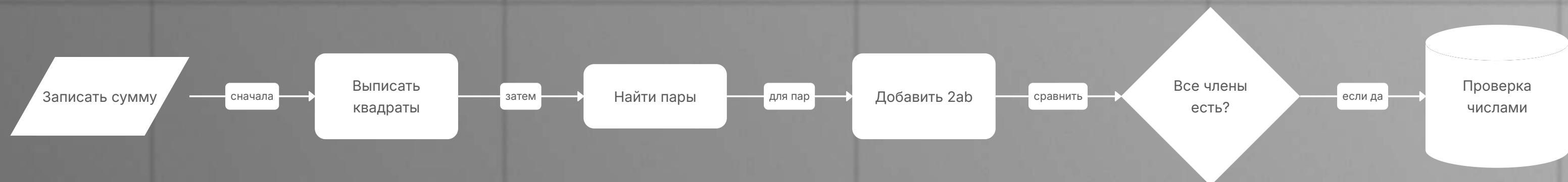


Упрощение выражений

В алгебраических задачах формула сокращает длинные записи и помогает привести подобные слагаемые. Так решение становится понятнее и занимает меньше времени.

Проверка правильности раскрытия скобок

Последовательность проверки по формуле квадрата суммы нескольких слагаемых.



Примеры раскрытия скобок и упрощения

Исходное	Раскрытие	Итог
$(x+1+2)^2$	$x^2+2x+1+4x+2x+4$	x^2+8x+5
$(a+b+1)^2$	$a^2+b^2+1+2ab+2a+2b$	$a^2+b^2+2ab+2a+2b+1$
$2x+4x+2x$	$6x+2x$	$8x$

Таблица показывает, как после раскрытия скобок объединяются подобные слагаемые и получается более короткая запись.

После раскрытия скобок важно сразу объединять одинаковые члены: это уменьшает запись и помогает увидеть окончательный ответ.

Примеры составлены по правилу квадрата суммы и приведению подобных слагаемых.

Квадрат суммы и сумма квадратов — не одно и то же

Сумма квадратов — это не ответ

Запись $a^2+b^2+c^2$ содержит только отдельные квадраты. В квадрате суммы всегда есть ещё и попарные произведения, поэтому такой ответ неполный.

Пары нельзя пропускать

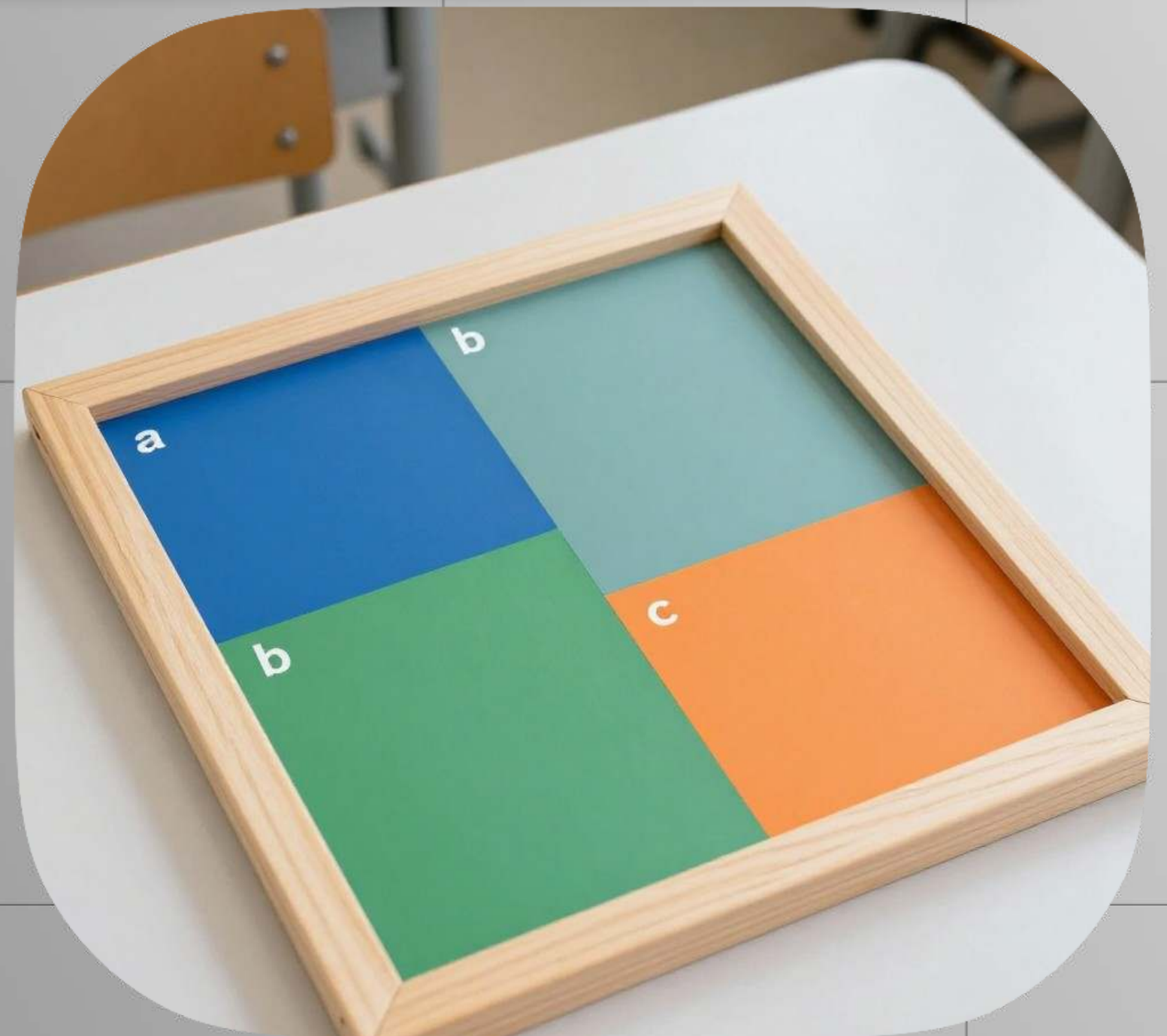
При возведении суммы в квадрат учитываются все сочетания слагаемых. Если забыть хотя бы одну пару, итоговое выражение получится меньше правильного.

Коэффициент 2 не случайный

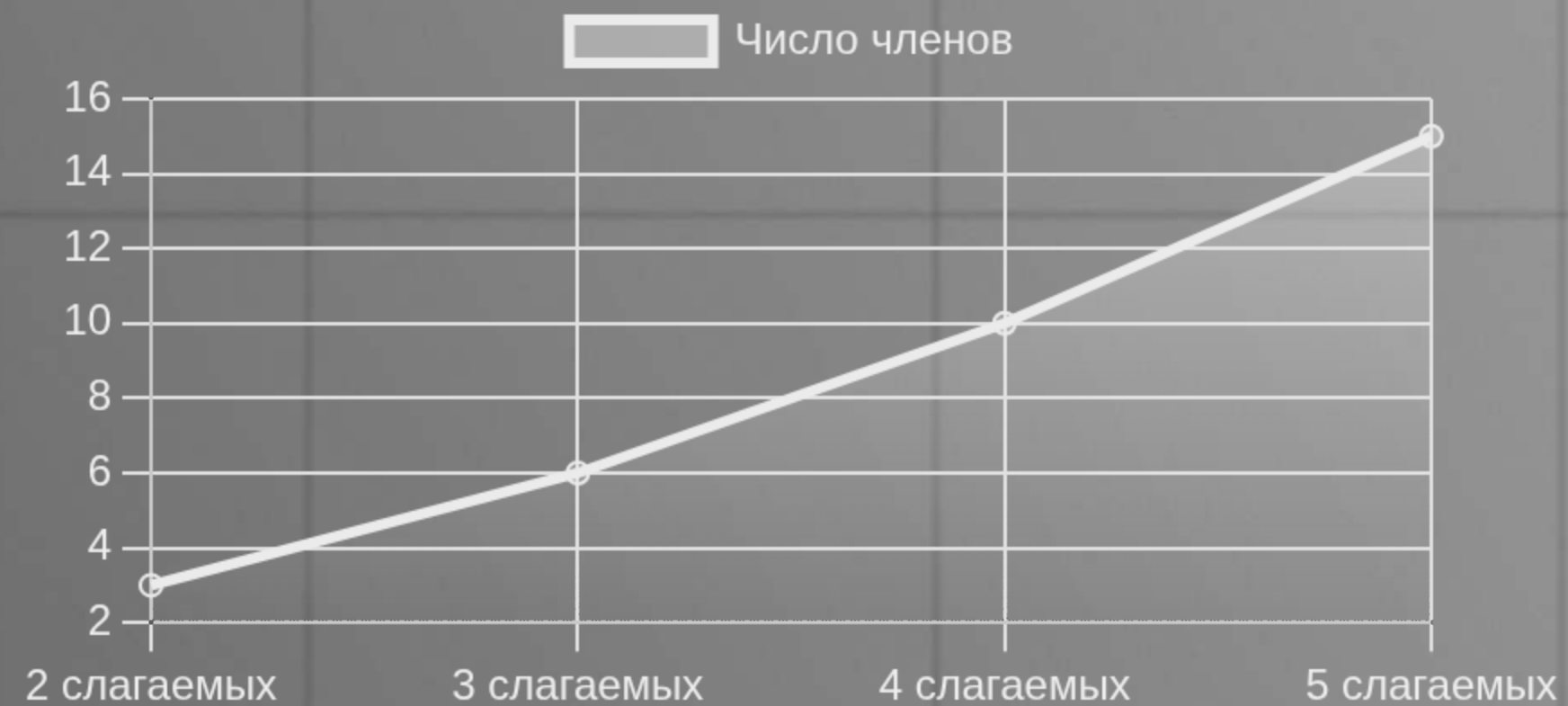
Каждое попарное произведение возникает дважды: в одном и в другом порядке. Поэтому перед ним обязательно ставят коэффициент 2.

Проверка защищает от ошибки

Если результат подозрительно короткий, стоит перепроверить формулу. Для квадрата суммы отсутствие парных произведений почти всегда означает ошибку.



Как меняется число членов при увеличении числа слагаемых



Расчёт по правилу квадрата суммы для 2–5 слагаемых.

Каждое новое слагаемое добавляет не только свой квадрат, но и связи со всеми уже имеющимися слагаемыми.

Рост числа членов ускоряется, потому что количество пар увеличивается быстрее, чем число исходных слагаемых.

Главное, что нужно запомнить

Квадрат суммы нескольких слагаемых всегда включает квадраты всех слагаемых и удвоенные попарные произведения. Если не пропустить ни один член, раскрытие скобок станет быстрым и надёжным.