

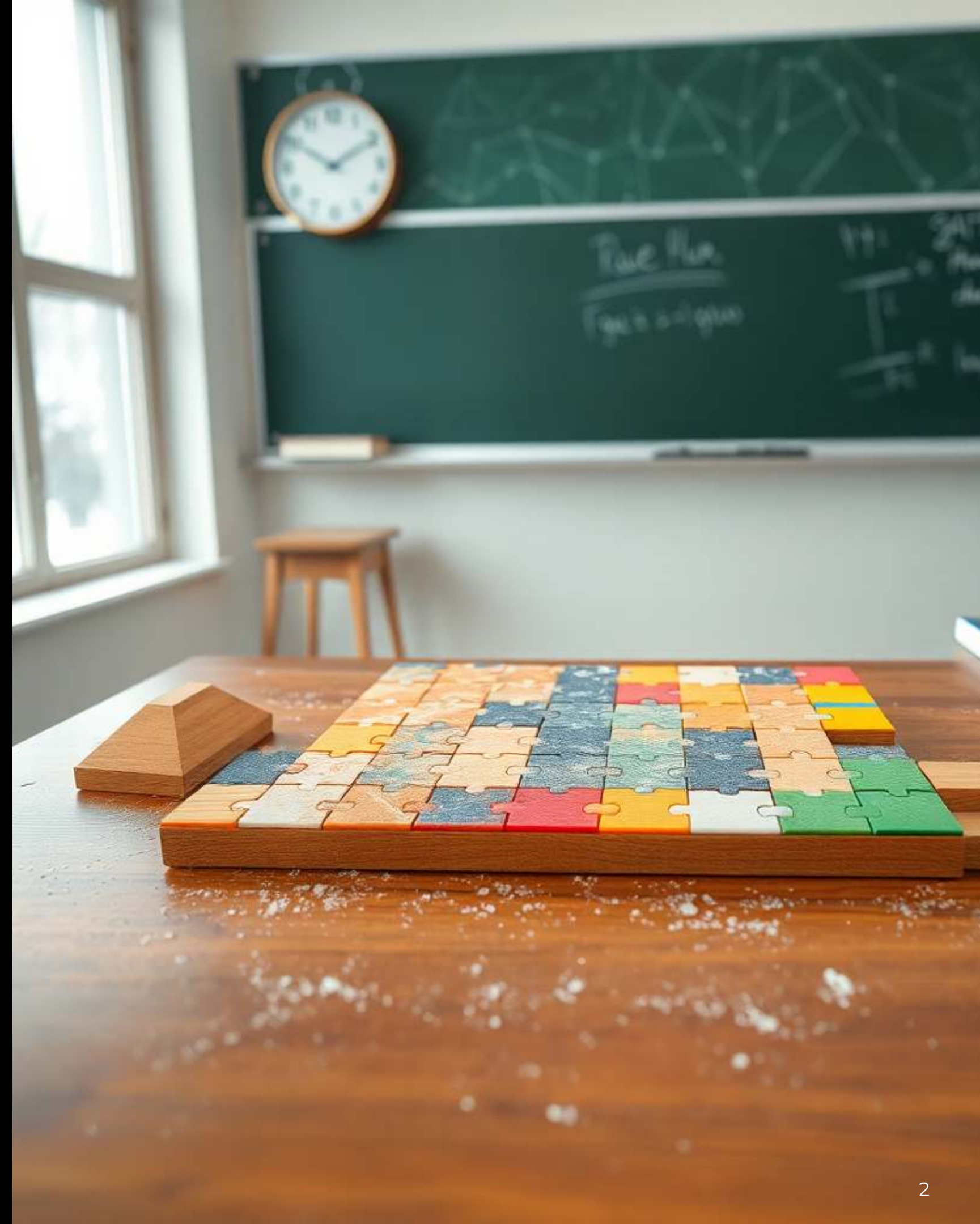
Разложение многочленов на множители

Учим упрощать выражения и решать уравнения



Где встречается разложение на множители

Этот приём помогает быстрее преобразовывать выражения, сокращать дроби и находить корни уравнений. Он опирается на раскрытие скобок и распределительное свойство умножения, поэтому нужен не только в 7 классе, но и дальше.



Что такое многочлен и что такое множители

Многочлен

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов. Его части соединяются знаками «+» и «−», а сами слагаемые могут содержать числа, буквы и степени.

Множители

Множители — это выражения, произведение которых даёт исходный многочлен. Например, $x^2 + 5x = x(x + 5)$, потому что при умножении обратно получается тот же результат.

Основные способы разложения на множители

Три базовых приёма, которые стоит проверять в первую очередь.

Сначала ищут общий множитель, затем пробуют группировку, а после этого проверяют формулы сокращённого умножения.

Способ	Когда применять	Пример
Общий множитель	Есть в каждом слагаемом	$6x + 9 = 3(2x + 3)$
Группировка	4 слагаемых	$ax + ay + bx + by$
Формулы	Похоже на квадрат или разность квадратов	$a^2 - b^2$

Вынесение общего множителя за скобки

Одинаковая часть

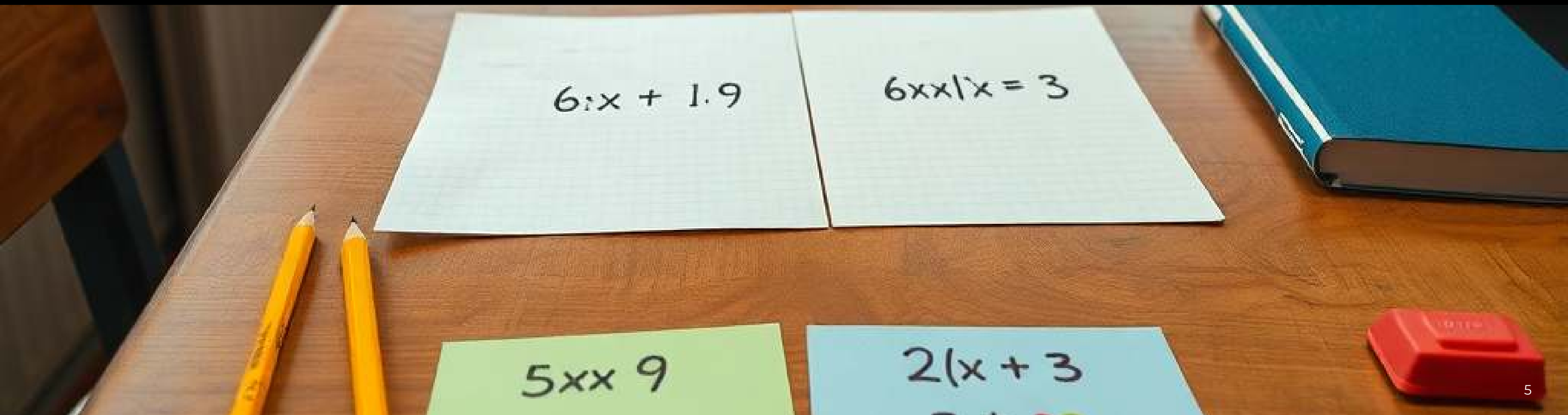
Общий множитель должен встречаться в каждом слагаемом. Сначала смотрят на числа, затем на буквенную часть и выбирают наибольший общий множитель, который можно вынести за скобки.

Простой пример

В выражении $6x + 9$ общий множитель равен 3, потому что 3 делит оба числа. После вынесения получаем $3(2x + 3)$, и исходное выражение сохраняется.

Почему это удобно

Этот способ часто оказывается самым быстрым, потому что сразу уменьшает число слагаемых и делает выражение короче. Его обычно проверяют первым при любом разложении.

A photograph of a wooden desk with four sticky notes. Two white notes are at the top, two are at the bottom (one green, one blue). Two yellow pencils are on the left, and a red eraser is on the bottom right. A blue book is partially visible on the right.
$$6 : x + 1 \cdot 9$$

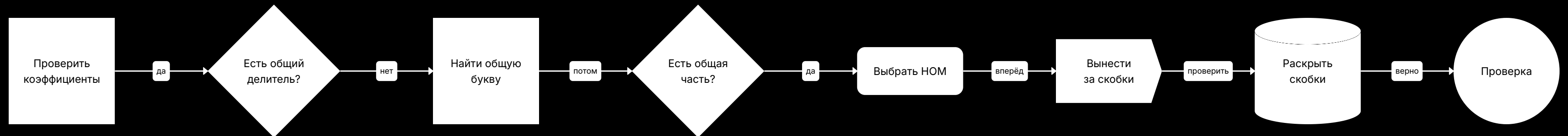
$$6xx / x = 3$$

$$5xx \ 9$$

$$2(x + 3)$$

Как найти общий множитель

Последовательность действий при разложении многочлена на множители



Разложение способом группировки

1. Разделить на пары

Группировку используют, когда в многочлене четыре слагаемых или когда удобно объединить части попарно. Сначала выделяют две группы, в которых можно найти общий множитель.

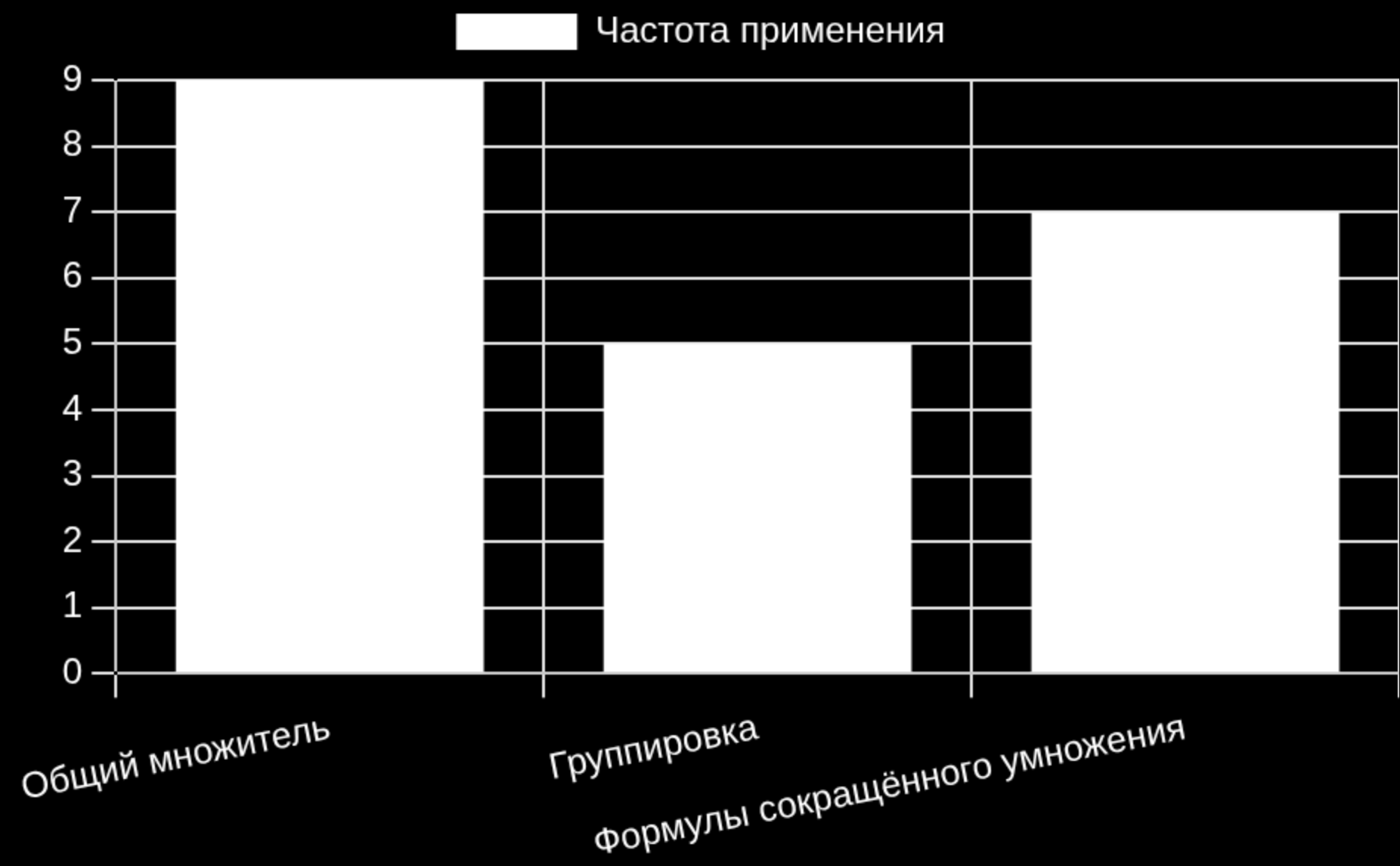
2. Вынести в каждой группе

После объединения каждую пару преобразуют отдельно: выносят общий множитель за скобки. Это помогает увидеть одинаковую скобку или повторяющийся выраженный множитель в обеих частях.

3. Собрать общий результат

Если в двух группах появляется одна и та же скобка, её выносят ещё раз. Так выражение превращается в произведение двух множителей, например $(a + b)(x + y)$.

Какие способы разложения чаще подходят в школьных заданиях



На уроках важно не только знать формулы, но и быстро узнавать структуру выражения. Это экономит время и снижает число ошибок при вычислениях.

Чаще всего используется вынесение общего множителя; формулы особенно важны для квадратных выражений, а группировка встречается реже.

Формулы сокращённого умножения



Разность квадратов

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ помогает раскладывать выражения, где два квадрата соединены знаком минус. Это один из самых узнаваемых шаблонов.



Квадрат суммы

Если выражение имеет вид $a^2 + 2ab + b^2$, его можно записать как $(a + b)^2$. Важно замечать средний член, который связывает оба слагаемых.



Квадрат разности

Для выражения $a^2 - 2ab + b^2$ подходит запись $(a - b)^2$. Здесь знак в середине и знак в скобках помогают быстро определить нужную формулу.

Разность квадратов

Узнаём форму

Если выражение состоит из двух квадратов, разделённых знаком «-», его стоит проверить по формуле разности квадратов. Это позволяет сразу увидеть пару множителей с разными знаками.

Пример разложения

Запись $x^2 - 16$ можно рассматривать как $x^2 - 4^2$. Тогда получаем $(x - 4)(x + 4)$, потому что 16 — это квадрат числа 4.

Где полезно

Такой вид часто встречается в упражнениях на упрощение выражений и в уравнениях. Он помогает быстрее переходить от разности квадратов к произведению и затем находить ответы.



Типичные ошибки при разложении

Ошибка	Пример	Правильно
Общий множитель не вынесен	$3(2x+9)$	$3(2x+3)$
Неверный знак в формуле	$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
Нет проверки	без раскрытия	проверить умножением
Не вынесена скобка	$a(x+y)+b(x+y)$	$(a+b)(x+y)$

Типовые ошибки при разложении многочленов на множители в школьной алгебре

Частые ошибки при разложении многочленов и способы их исправления.

Во всех примерах помогает одна проверка: раскрыть скобки и сравнить результат с исходным многочленом.

Проверка разложения умножением

1.

Раскрыть скобки

После разложения нужно умножить множитель на выражение в скобках и получить исходный многочлен. Это самый надёжный способ заметить ошибку сразу, а не после записи ответа.

2.

Сравнить с исходным

Если после раскрытия скобок появляются те же слагаемые, разложение выполнено верно. При расхождении хотя бы в одном знаке или коэффициенте ответ нужно пересмотреть.

3.

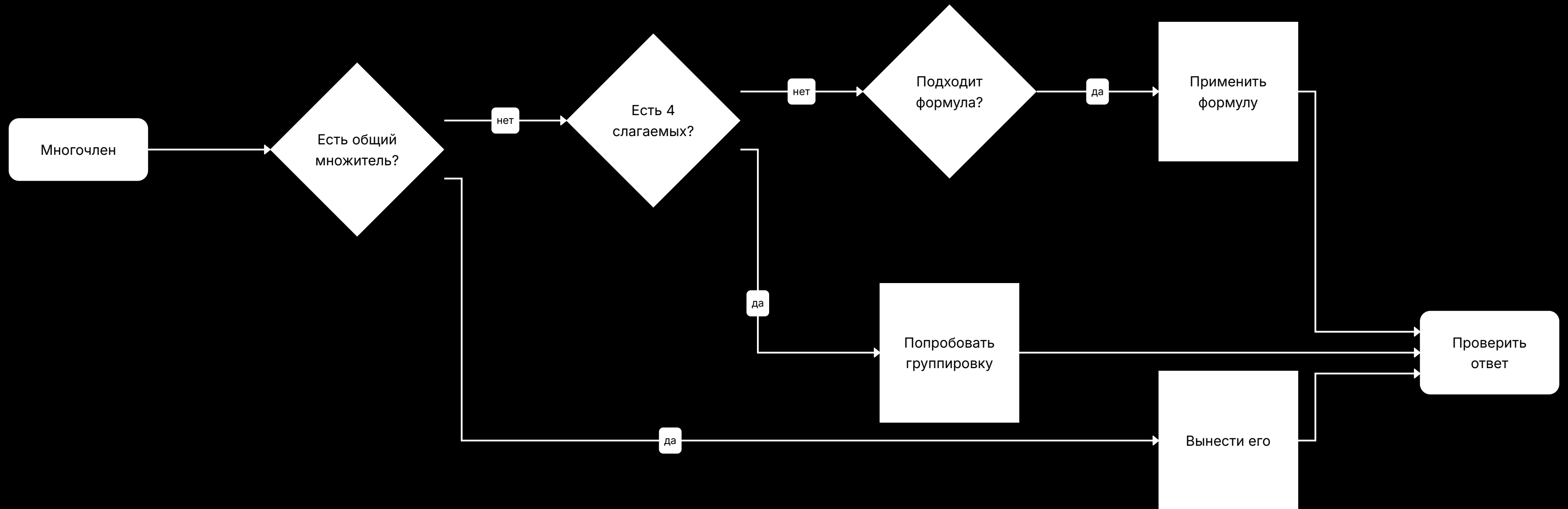
Особенно внимательно со знаками

Проверка особенно полезна в примерах с минусом и в формулах сокращённого умножения, где легко перепутать знак. Например, $3(x+2)=3x+6$ подтверждает правильность разложения.



Как выбрать способ разложения

Последовательность выбора основана на структуре многочлена и проверке наиболее подходящего приёма.



Разложение и решение уравнений

1. Произведение равно нулю

После разложения уравнение часто записывается как произведение, равное нулю. Тогда можно применить правило: если произведение равно нулю, хотя бы один множитель должен быть равен нулю.

2. Находим корни

Например, уравнение $x(x-5)=0$ даёт два возможных ответа: $x=0$ и $x=5$. Нужно рассмотреть каждый множитель отдельно и проверить оба значения, чтобы не пропустить решение.

3. Быстрее и удобнее

Такой способ помогает сократить вычисления и сделать решение понятнее. Особенно полезен он в задачах, где сначала нужно преобразовать выражение, а затем найти корни уравнения.

Какие выражения чаще всего раскладывают

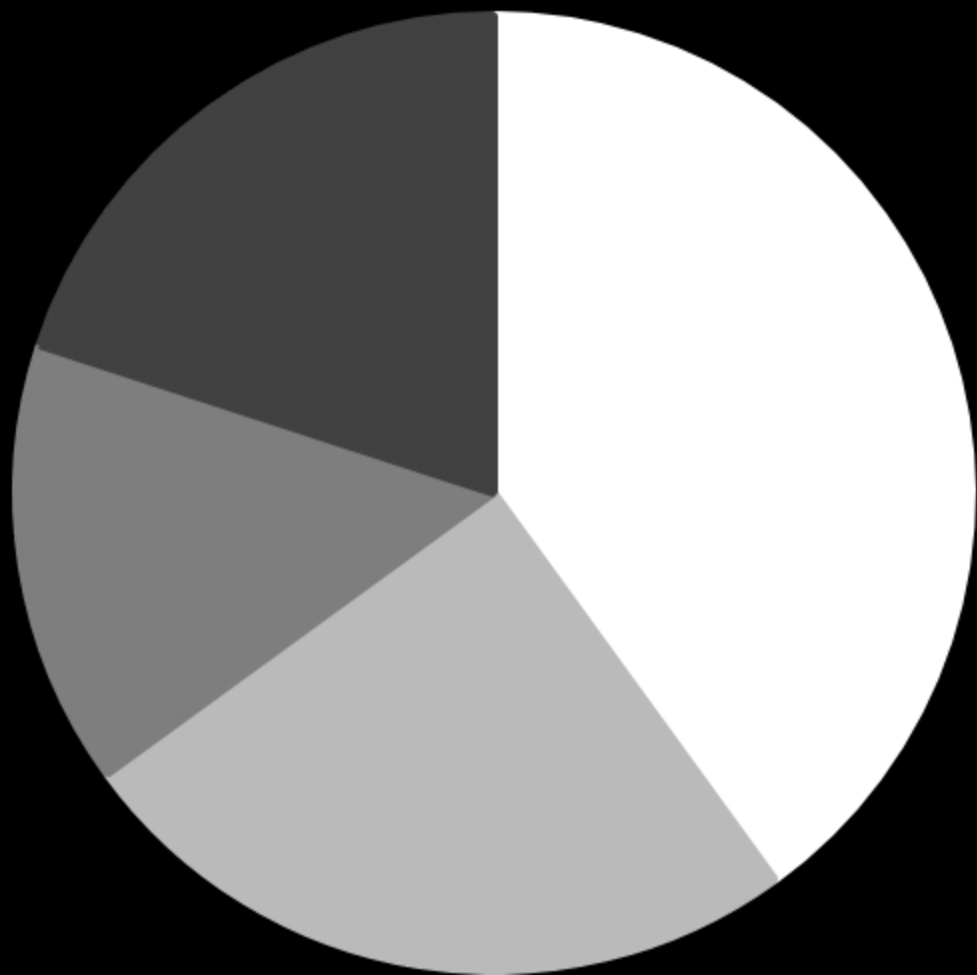
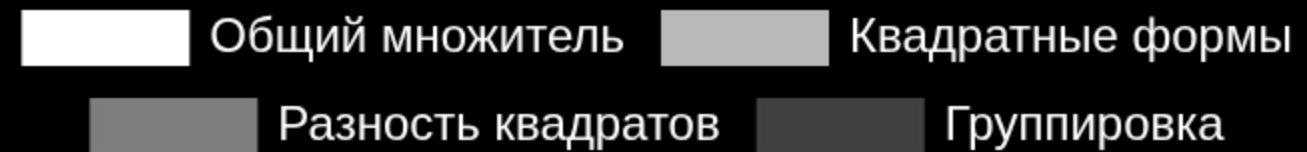


Диаграмма показывает, какие виды заданий чаще всего встречаются на уроках и в упражнениях. Это помогает заранее понимать, какие шаблоны стоит повторять в первую очередь.

Чаще всего встречаются разложения с общим множителем и простые квадратные формы; именно их стоит отрабатывать в первую очередь.

Учебные задания по теме «Разложение многочленов на множители»

Геометрический смысл разложения

Прямоугольник из выражений

Если одна сторона равна x , а другая — $x+3$, то площадь прямоугольника записывается как $x(x+3)$. Такое выражение показывает, что умножение связано с площадью, а разложение на множители — с поиском его сторон. Это делает алгебру нагляднее.



Скобки как размеры фигур

Когда многочлен раскладывают на множители, он как будто «собирается» обратно в стороны прямоугольника. Например, $(a+b)(x+y)$ можно представить как фигуру, составленную из частей. Так легче понять, зачем нужны скобки и почему проверка умножением важна.



Примеры разложения из школьной практики

Четыре типичных примера показывают, как по виду выражения можно выбрать нужный способ разложения.

У каждого способа есть свой узнаваемый шаблон, поэтому важно сначала определить вид выражения, а потом выполнять разложение.

Выражение	Способ	Результат
$8a+12$	общий множитель	$4(2a+3)$
x^2-25	разность квадратов	$(x-5)(x+5)$
$a^2+2ab+b^2$	квадрат суммы	$(a+b)^2$
$ax+ay+bx+by$	группировка	$(a+b)(x+y)$

Как формируется навык разложения

Сначала — короткие упражнения

Начинают с простых примеров на общий множитель и затем переходят к группировке и формулам сокращённого умножения. Короткие задания помогают быстрее замечать структуру выражения.

Потом — узнавание шаблонов

Когда ученик видит знакомые формы, он реже ошибается и быстрее выбирает способ. На этом этапе особенно полезно сравнивать похожие примеры и искать различия в записи.

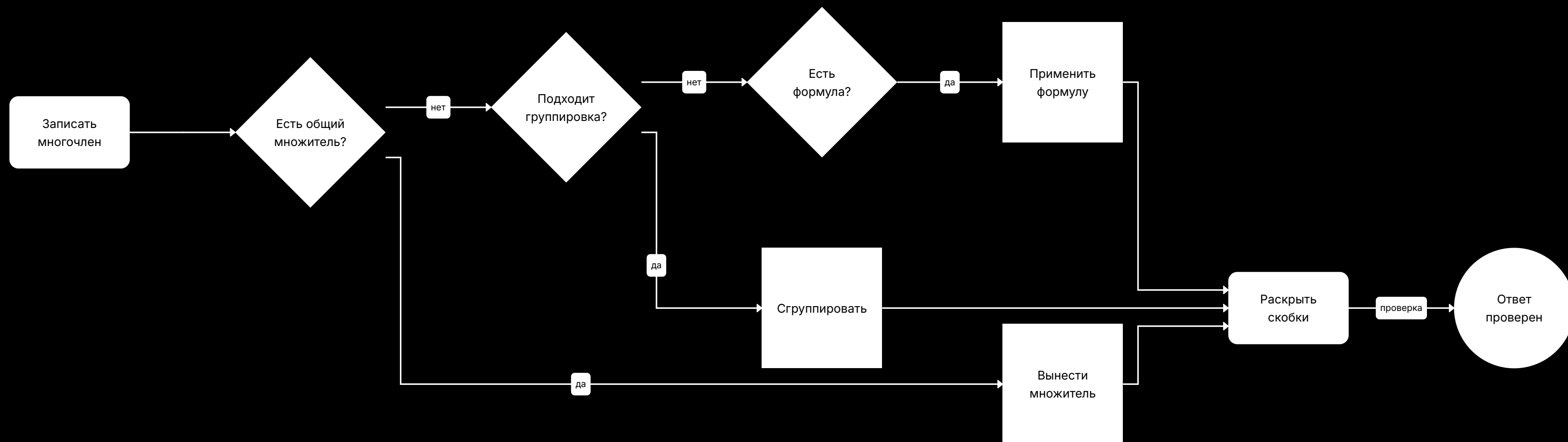
Затем — самопроверка

После каждого решения стоит раскрыть скобки и убедиться, что получился исходный многочлен. Такая привычка постепенно уменьшает количество ошибок и делает разложение более уверенным.



Пошаговая работа с многочленом

Алгоритм помогает выбрать самый короткий и удобный способ разложения и сразу проверить результат.



Разложение, которое помогает во многих темах

Разложение многочленов делает выражения проще и понятнее: оно помогает раскрывать структуру, решать уравнения и избегать ошибок. Чем быстрее узнаётся шаблон, тем увереннее получается ответ.