

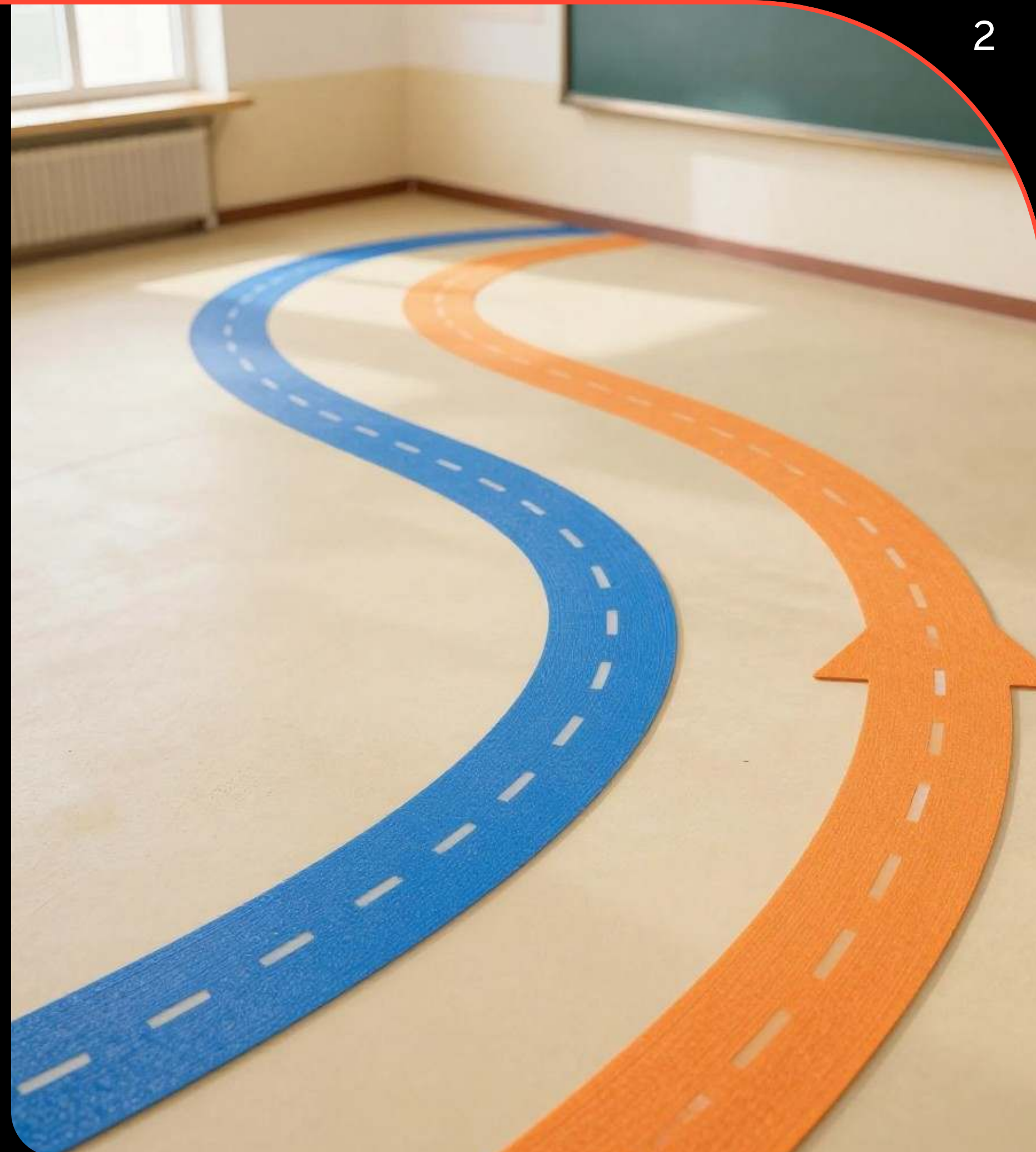
Сдвиги графиков
функций:
 $y=f(x)+b$ и $y=f(x+a)$



Два сдвига, одна идея: форма
сохраняется, меняется только
положение.

График — это набор точек. При сдвиге каждая точка переносится целиком, а не перестраивается заново. Поэтому важно следить за знаком и за тем, какая координата меняется.

**Что происходит
с графиком
при сдвиге**



Вертикальный сдвиг: идея

01

Одинаковое изменение y

Если к функции прибавить число b , все значения y изменятся одинаково. График целиком поднимется при $b > 0$ и опустится при $b < 0$, не теряя своей формы.

02

x не меняется

Координата x остаётся прежней, поэтому каждая точка как будто движется строго вверх или вниз. Это удобно проверять по нескольким опорным точкам, а не по всему графику сразу.

03

Форма сохраняется

Форма не искажается: парабола остаётся параболой, прямая — прямой. Меняется только положение на плоскости, как если бы лист с рисунком сдвинули по вертикали.

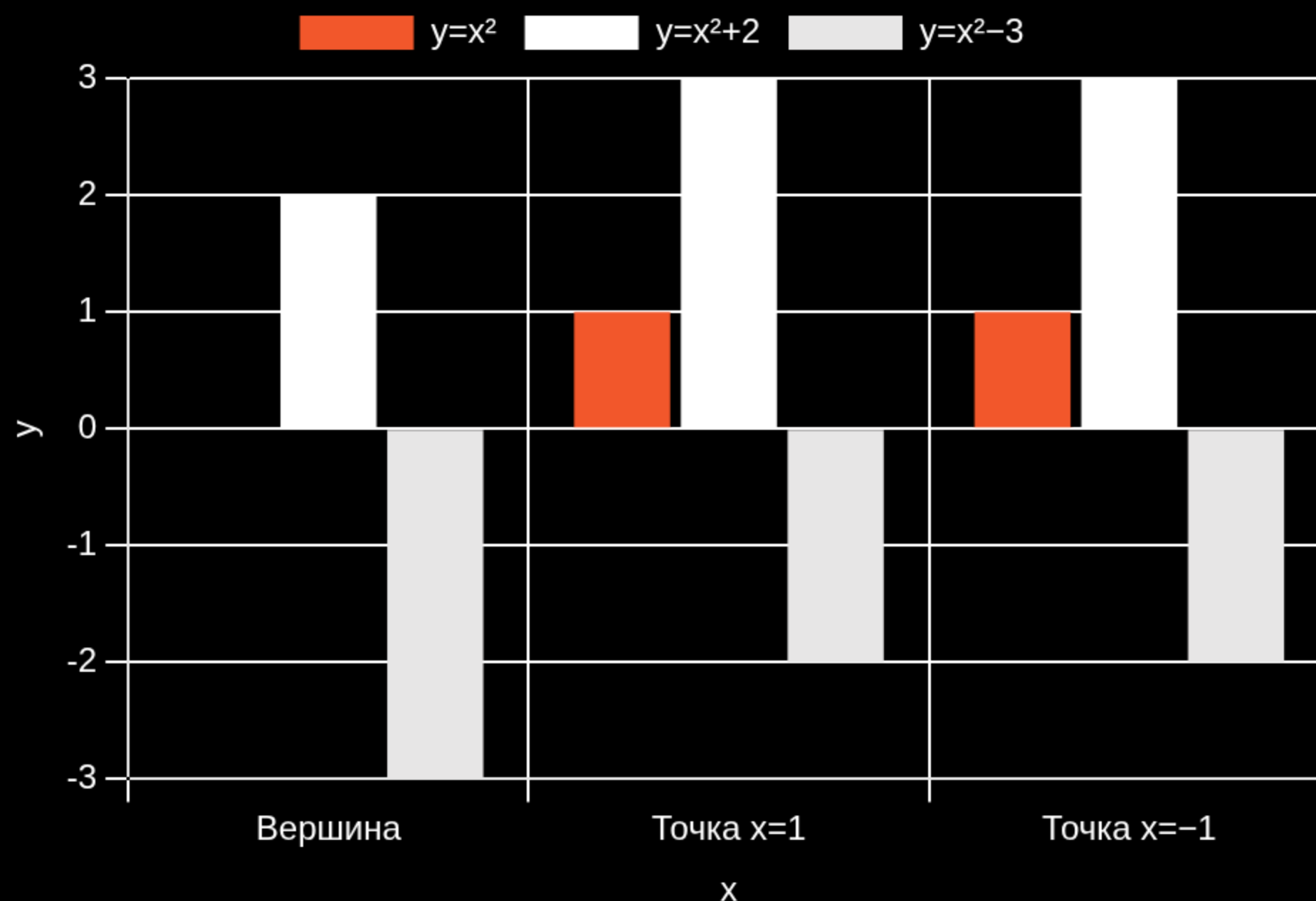
Как меняются координаты при $+b$

Старая точка	$b=4$	$b=-2$
(2,3)	(2,7)	(2,1)
(-1,0)	(-1,4)	(-1, -2)

При вертикальном сдвиге к каждой ординате прибавляется одно и то же число. Удобно отслеживать изменения на нескольких точках, чтобы быстро построить новый график.

x остаётся тем же, а y изменяется на b . Это делает вертикальный сдвиг самым простым для построения по точкам.

Пример: $y=x^2$ при двух значениях b



Вершина параболы показывает сдвиг особенно наглядно: по ней сразу видно, куда переместился весь график.

Все значения меняются на одну и ту же величину, поэтому парабола не деформируется. Меняется только её высота на плоскости.

Математический пример по функции $y=x^2$.

Типичные ошибки при вертикальном сдвиге



Путают направление

При $b > 0$ график поднимают, а не опускают. Ошибка в знаке сразу меняет результат, поэтому полезно мысленно проверять: прибавление числа должно увеличивать y -координаты.



Меняют не ту координату

Иногда вместо y меняют x , хотя вертикальный сдвиг касается только ординат. Если x -координаты изменились, построение уже неверно.



Сдвигают неравномерно

Все точки должны смещаться одинаково. Если одна точка поднялась на 2, а другая на 3, значит правило применили неправильно.



Не проверяют x

Проверка простая: y исходной и новой точек должны совпадать x -координаты. Если они разные, это уже не вертикальный сдвиг.

Горизонтальный сдвиг: идея

Сначала смотрим на аргумент

В записи $y=f(x+a)$ меняется не сама точка, а аргумент функции. Поэтому график сдвигается влево, если a положительное, и вправо, если a отрицательное.

01

Меняется только x

Каждая точка сохраняет свою высоту, но получает новое положение по оси x . Это значит, что перенос идёт только по горизонтали, без изменения формы графика.

02

Опорная точка помогает

Такой сдвиг удобно видеть на простых графиках, например на модуле или параболе. Достаточно отметить вершину или излом и перенести её на нужное число клеток.

03

Как меняются координаты при $x+a$

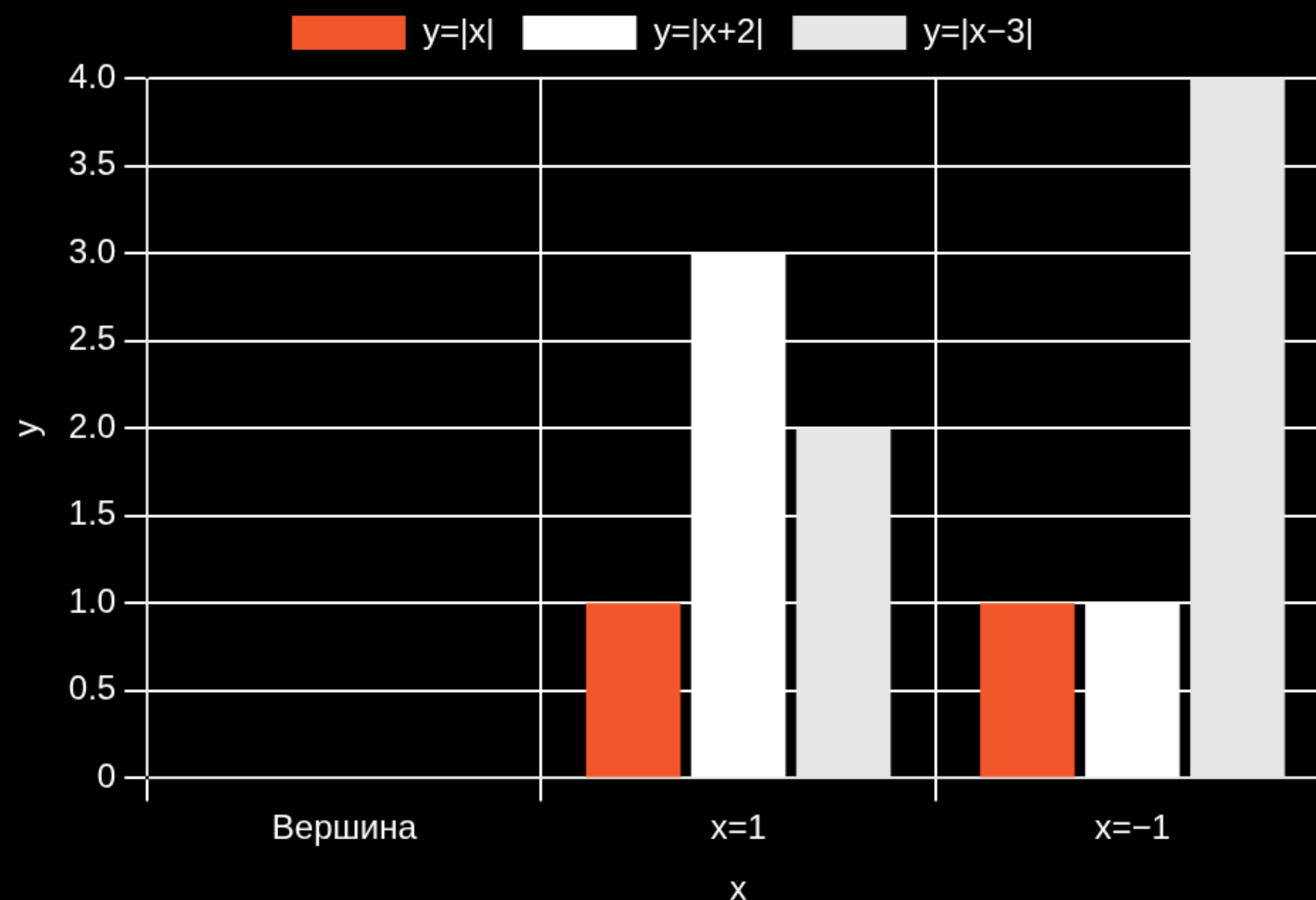
Старая точка	$a=3$	$a=-2$
(5,2)	(2,2)	(7,2)
(0,0)	(-3,0)	(2,0)

При горизонтальном сдвиге полезно помнить: новая точка получается из старой, но по оси x она переносится на нужное число клеток.

Координата y не меняется, а x сдвигается в противоположную сторону от знака a . Это главный признак горизонтального переноса.

Правило преобразования $y=f(x+a)$.

Пример: $y=|x|$ при разных a



У графика модуля особенно хорошо видно, как смещается вершина, а угол между ветвями остаётся прежним.

Параметр внутри модуля меняет только положение графика по оси x . Форма «галочки» остаётся одинаковой.

Математический пример по функции $y=|x|$.

Правило легко запомнить: знак внутри скобок действует в противоположную сторону.

2

вида сдвига нужно различать по тому, какая координата меняется.

Сравнение двух сдвигов

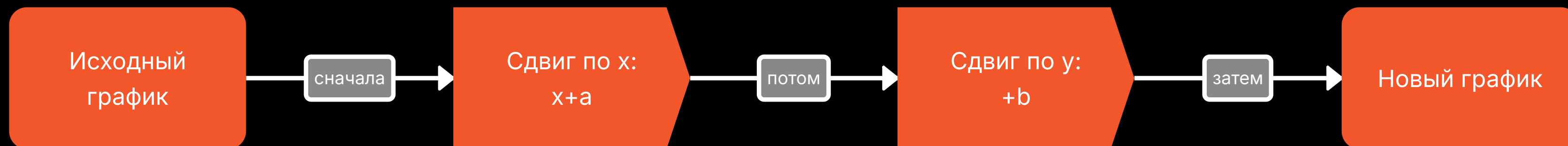
Сдвиг	Что меняется	Направление
$y=f(x)+b$	ордината y	по знаку b
$y=f(x+a)$	абсцисса x	наоборот

Два вида сдвига отличаются тем, какая координата точки изменяется и в какую сторону смещается график.

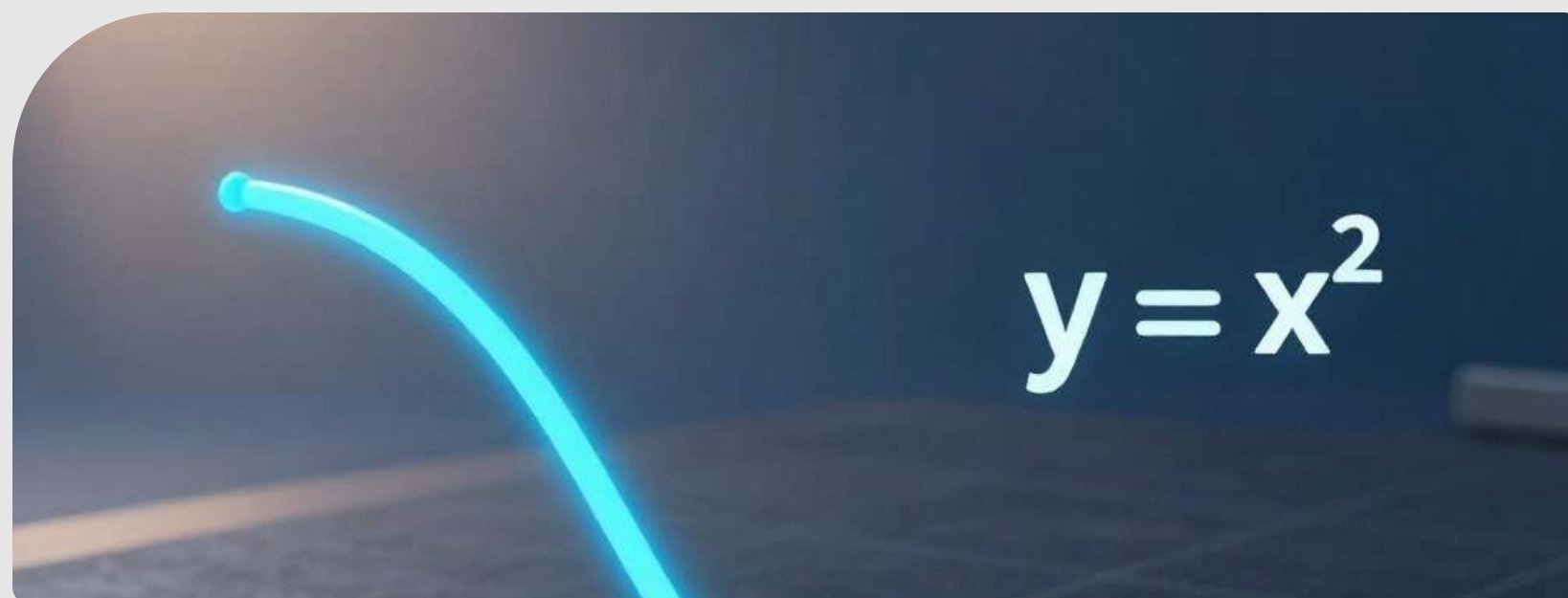
В обоих случаях форма графика сохраняется, но при вертикальном сдвиге изменяется y , а при горизонтальном — x .

Порядок действий при комбинированном сдвиге

Последовательность построения по исходной функции и двум сдвигам.



Как выглядит вертикальный сдвиг на примере параболы



Вершина поднимается вверх

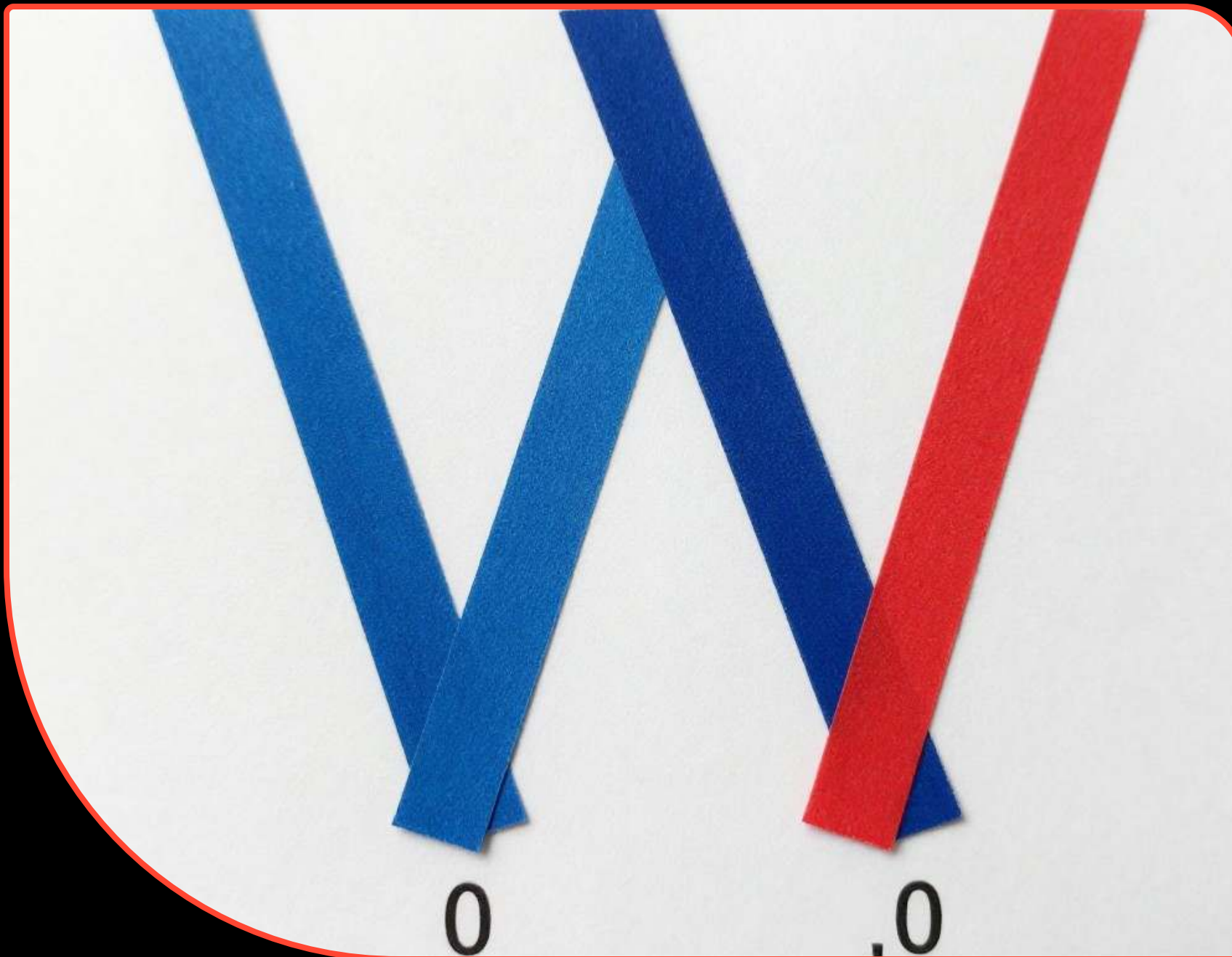
Парабола $y = x^2$ имеет вершину в точке $(0,0)$. Если прибавить 3 к значению функции, каждая точка поднимется на три единицы, а вершина окажется в точке $(0,3)$.



Та же форма, новое положение

Точка $(1,1)$ тоже смещается строго вверх: она становится точкой $(1,4)$. Расстояния между точками на графике не меняются, поэтому парабола сохраняет свою привычную форму и одинаковую ширину.

Как выглядит горизонтальный сдвиг на примере модуля



Сначала ищем вершину

01

График $y=|x|$ имеет вершину в точке $(0,0)$. Если записать $y=|x-2|$, вся фигура сместится вправо на 2, а вершина окажется в точке $(2,0)$.

Форма не меняется

02

При таком сдвиге меняется только положение по оси x . Ломаные стороны модуля остаются такими же наклонными, поэтому угол «галочки» не раскрывается и не сжимается.

Удобно строить по точкам

03

Если отложить точку $(0,0)$ как исходную вершину, легко увидеть новый график на клетчатой плоскости. Он просто переносится вправо, словно его аккуратно сдвинули по листу.

1. Исходная форма

Сначала строят исходный график $y=f(x)$ и отмечают его ключевые точки. Это помогает увидеть, откуда начинается перенос и какие точки нужно будет двигать.

2. Сдвиг по горизонтали

Затем применяют замену $x+a$. График смещается по оси x : при положительном a — влево, при отрицательном — вправо.

3. Сдвиг по вертикали

После этого добавляют число b к значению функции. График поднимается или опускается, а новая вершина или излом получают обе поправки сразу.

Как выполнить два сдвига подряд

Проверь себя: найди сдвиг и новую точку

Формула	Сдвиг	Ключевая точка
$y=x^2+4$	вверх	(0,4)
$y= x+3 $	влево	(-3,0)
$y=(x+2)^2-3$	влево и вниз	(-2, -3)

Определи направление каждого сдвига и укажи новую вершину или излом графика.

По формуле можно сразу увидеть, какая координата меняется и где окажется вершина или излом графика.

Правила сдвига графиков функций и ключевые точки параболы и модуля

Как меняются точки при сдвиге

Сдвиг	Старая точка	Новая точка
по y	(x, y)	$(x, y+b)$
по x	(x, y)	$(x-a, y)$

Эта таблица показывает, как переносить опорные точки без пересчёта всей функции. Достаточно изменить только нужную координату и сохранить вторую.

Для вертикального сдвига меняется только y , а для горизонтального — только x ; это ускоряет построение нового графика.

Как проверить правильность построения

Смотри на нужную координату

При формуле $y=f(x)+b$ оставляй x без изменений и проверяй только y . Если x тоже изменился, значит, допущена ошибка в построении.

01

Проверяй направление по знаку

Для b знак работает прямо: положительное число поднимает график, отрицательное опускает. Для $x+a$ всё наоборот: плюс смещает влево, минус — вправо.

02

Начинай с ключевых точек

Сначала найди вершину параболы или излом модуля. Эти точки быстрее всего показывают, куда сдвинулся весь график, и помогают не запутаться.

03

Сравни результат

Потом сравни расстояния между точками. Если форма осталась той же, а координаты изменились только в одном направлении, значит, сдвиг выполнен верно.

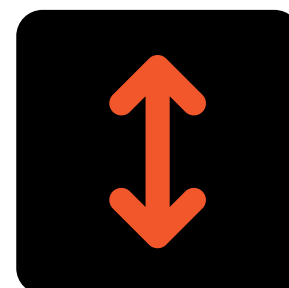
04

Три шага к правильному построению



Начни с основы

Возьми исходный график как основу и отметь 2–3 опорные точки. Так легче увидеть, как изменяется рисунок без лишних вычислений.



Двигай по правилу

Измени только одну координату: y при $+b$ или x при $x+a$. Вторую координату оставь прежней, чтобы сохранить правильную форму графика.



Проверь ответ

Сверь направление со знаком числа и проверь новую вершину или излом. Это самый быстрый способ убедиться, что график построен верно.

Главное, что нужно запомнить

Теперь легко различать два главных сдвига: один двигает график вверх или вниз, другой – влево или вправо. Если следить за координатами точек, любой новый график строится быстро и без ошибок.