

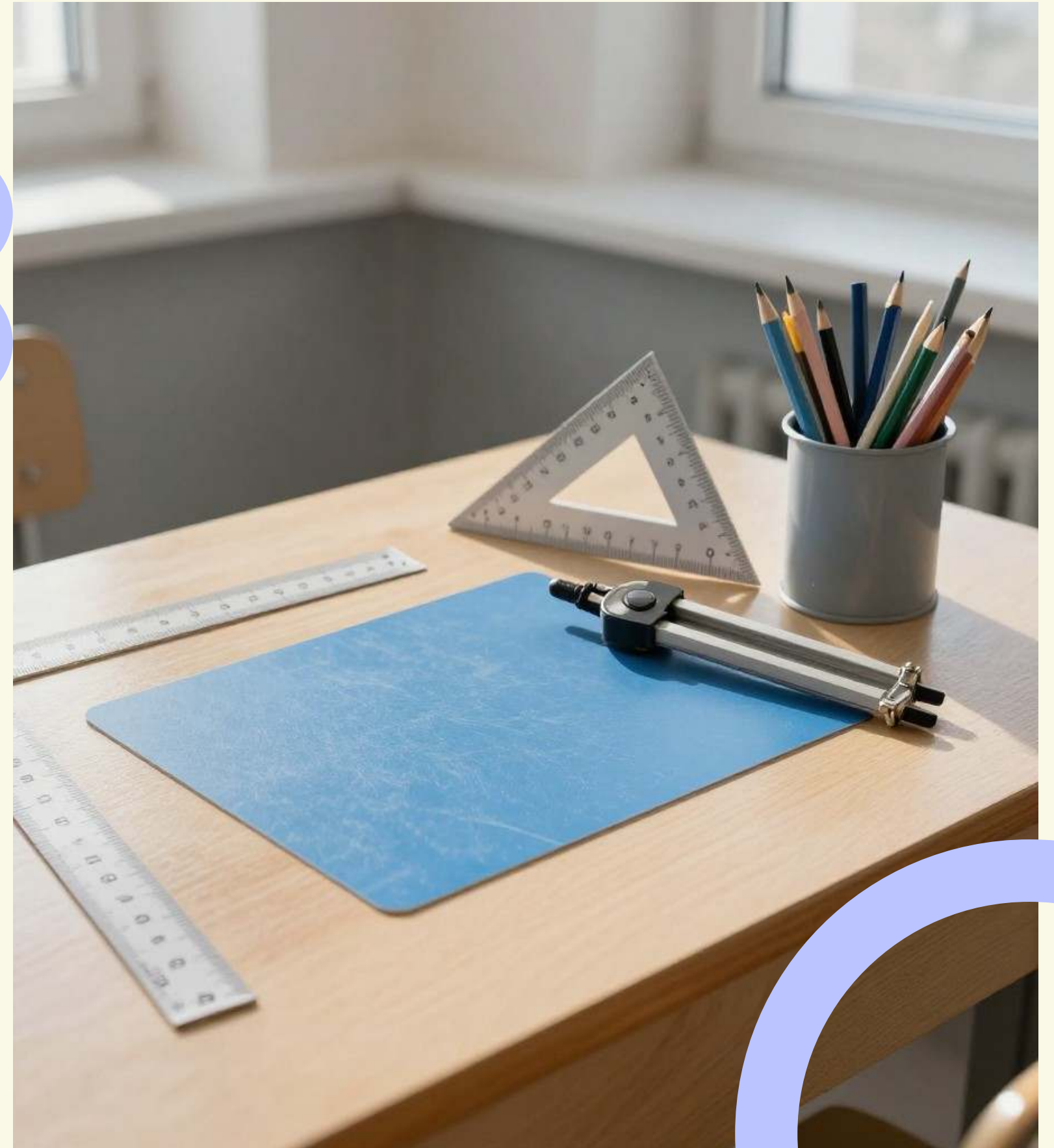
Пятый постулат Евклида

Постулат, который меняет всю
геометрию.



Геометрия начинается с правил

Постулаты — это отправные правила геометрии. Без них нельзя понять, что можно утверждать о прямых, углах и фигурах. Пятый постулат особенно важен: он определяет, как ведут себя параллельные.



Где скрыта загадка параллельных?

Встреча или нет

На плоскости две прямые могут никогда не встретиться, а могут пересечься в одной точке. Именно это различие делает вопрос о параллельных таким важным для геометрии.

Прямая через точку

Если через точку провести ещё одну прямую, не всегда сразу ясно, пересечёт ли она данную линию. Здесь и появляется задача о параллельности.

Сколько их может быть

В обычной геометрии через точку вне прямой можно провести только одну параллельную. Но почему именно одну, а не больше и не меньше?

Почему это важно

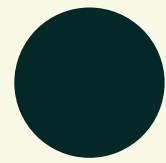
Ответ на этот вопрос меняет свойства треугольников, четырёхугольников и всей плоскости. Поэтому пятый постулат стал самым обсуждаемым правилом Евклида.

Базовые объекты геометрии



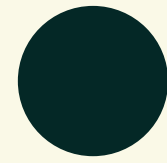
Точка

Точка показывает место на плоскости, но сама не имеет длины, ширины и площади. В геометрии она помогает отмечать положения и строить фигуры.



Прямая

Прямая не изгибается и продолжается бесконечно в обе стороны. На рисунке мы видим только её часть, но мысленно представляем всю линию.



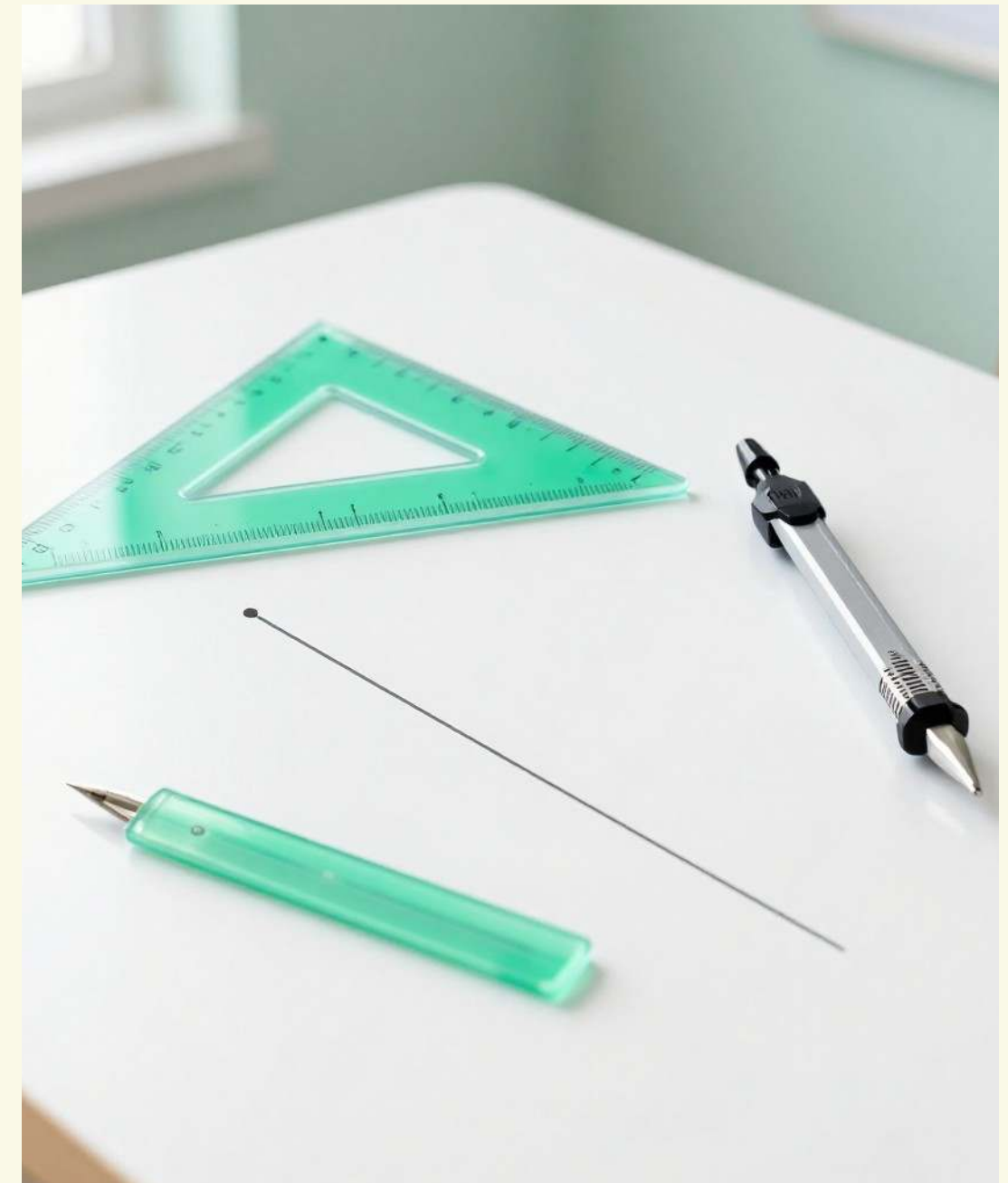
Угол

Угол образуют два луча с общей вершиной. По углам сравнивают наклон линий, измеряют развёрнутый угол и доказывают свойства фигур.



Параллельные прямые

Параллельные прямые в школьной геометрии не пересекаются даже при продолжении. Именно это свойство связывает пятый постулат с целой системой задач.



Что значит «параллельные» на рисунке

Проверка на чертеже

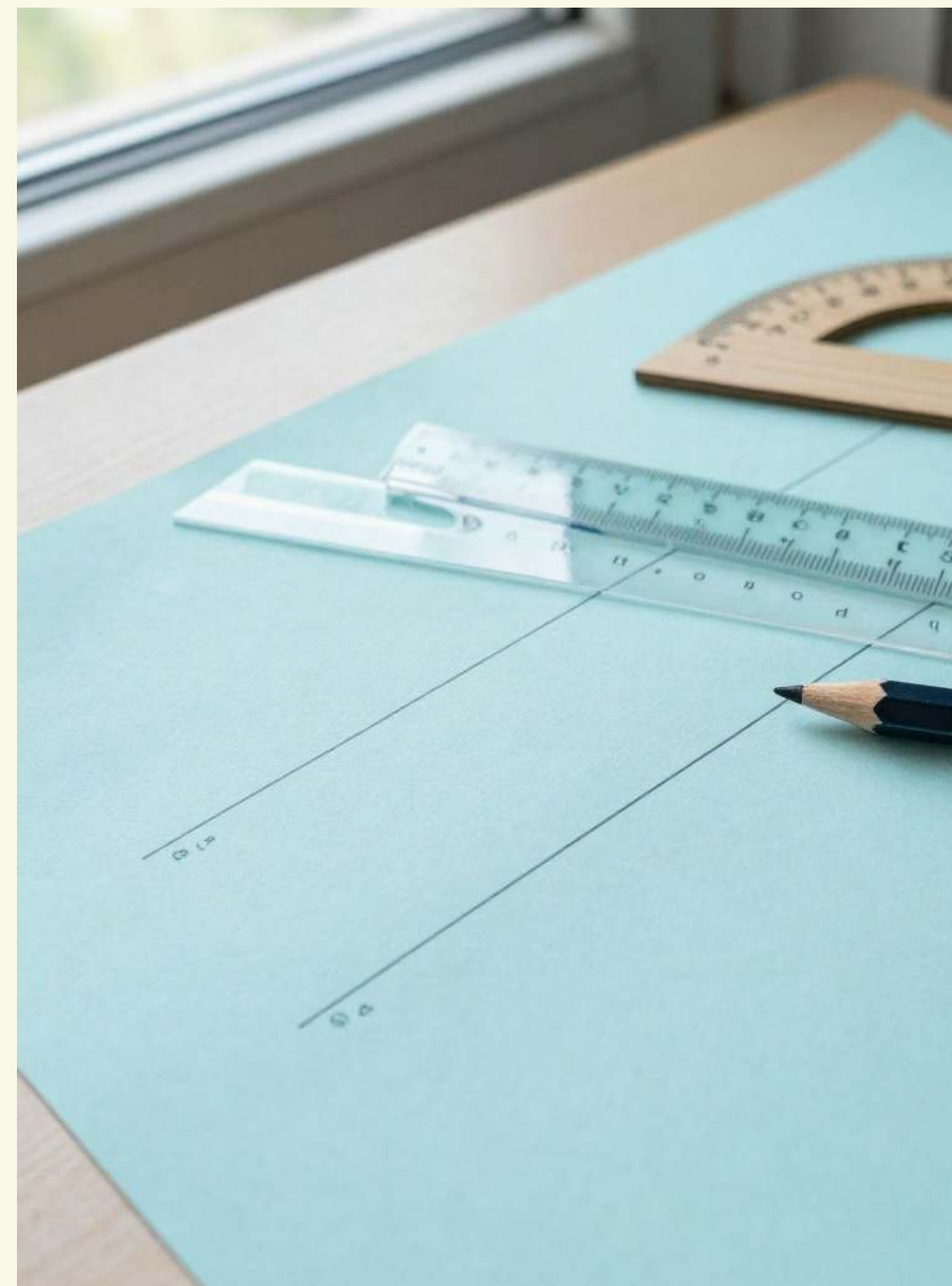
На чертеже параллельность часто проверяют с помощью линейки и угольника. Если при сдвиге угольника линия не «сходится», направления совпадают.

По клеткам видно

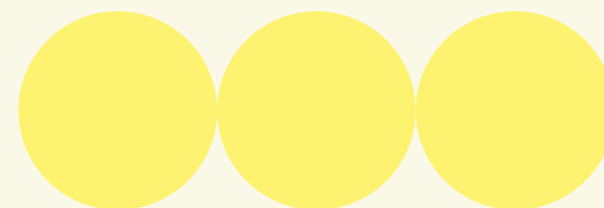
На клетчатой бумаге параллельные линии легко узнать по одинаковому наклону. Между ними сохраняется постоянное расстояние, поэтому они выглядят одинаково по всему рисунку.

Не только кусок линии

Важно помнить: на листе мы рисуем только отрезки, но говорим о бесконечных прямых. Поэтому параллельность относится не к концам, а ко всему направлению линии.



Почему геометрии нужны постулаты



1

1. Исходные объекты

Сначала нужно договориться, какие объекты считаются исходными: точки, прямые, отрезки и углы. Постулаты задают именно такие базовые правила.

2

2. Построение фигур

Затем эти правила позволяют строить более сложные фигуры без противоречий. Например, из нескольких прямых и углов можно создавать треугольники и четырёхугольники.

3

3. Доказательства

После этого свойства фигур можно доказывать, а не угадывать по рисунку. Геометрия становится точной наукой, где каждый вывод опирается на правила.

4

4. Новые системы

Если изменить хотя бы одно базовое правило, получится другая геометрия. Поэтому постулаты важны не меньше, чем сами теоремы.

Пять постулатов Евклида

Постулат	Смысл
I	Две точки
II	Продление отрезка
III	Окружность
IV	Прямые углы
V	Про секущую

Евклид, «Начала», книга I

Эти пять утверждений лежат в основе евклидовой геометрии и задают её главные правила.

Первые четыре постулата просты и конструктивны, а пятый описывает поведение прямых на всей плоскости.



Формулировка пятого постулата

1

Найти секущую

Секущая пересекает две прямые и образует внутри фигуры два угла по одну сторону. Именно эта пара углов становится ключом к постулату.

2

Сравнить сумму

Если сумма этих углов меньше развёрнутого угла, прямые не могут оставаться бесконечно далеко друг от друга. При продолжении они встретятся.

3

Равенство углов

Если сумма равна 180° , линии не сближаются и не расходятся. В школьной геометрии это и есть признак параллельности.

4

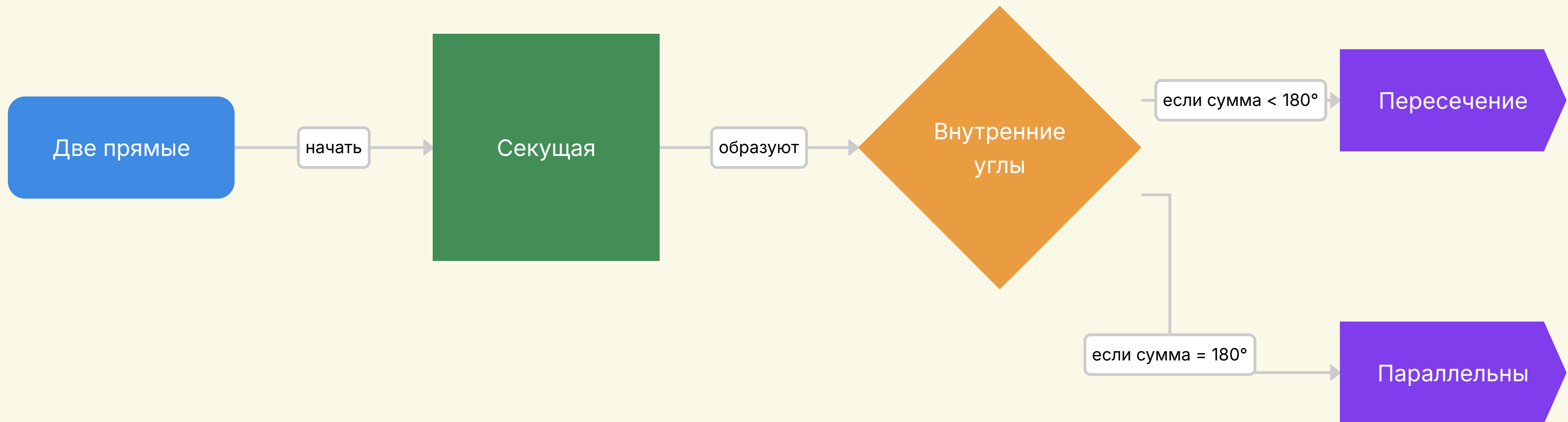
Смысл правила

Так пятый постулат связывает измерение углов с судьбой прямых. Он говорит не о том, как нарисовать линию, а о том, что произойдёт дальше.



Как читать рисунок с секущей

Схема показывает, как по углам определить поведение двух прямых после пересечения секущей.



5

постулат в «Началах» Евклида выделяется
среди остальных

Евклид, «Начала»

Он отличается от других:
длиннее, сложнее и задаёт
поведение параллельных
прямых.

Постулат Плейфера

Ключевое слово

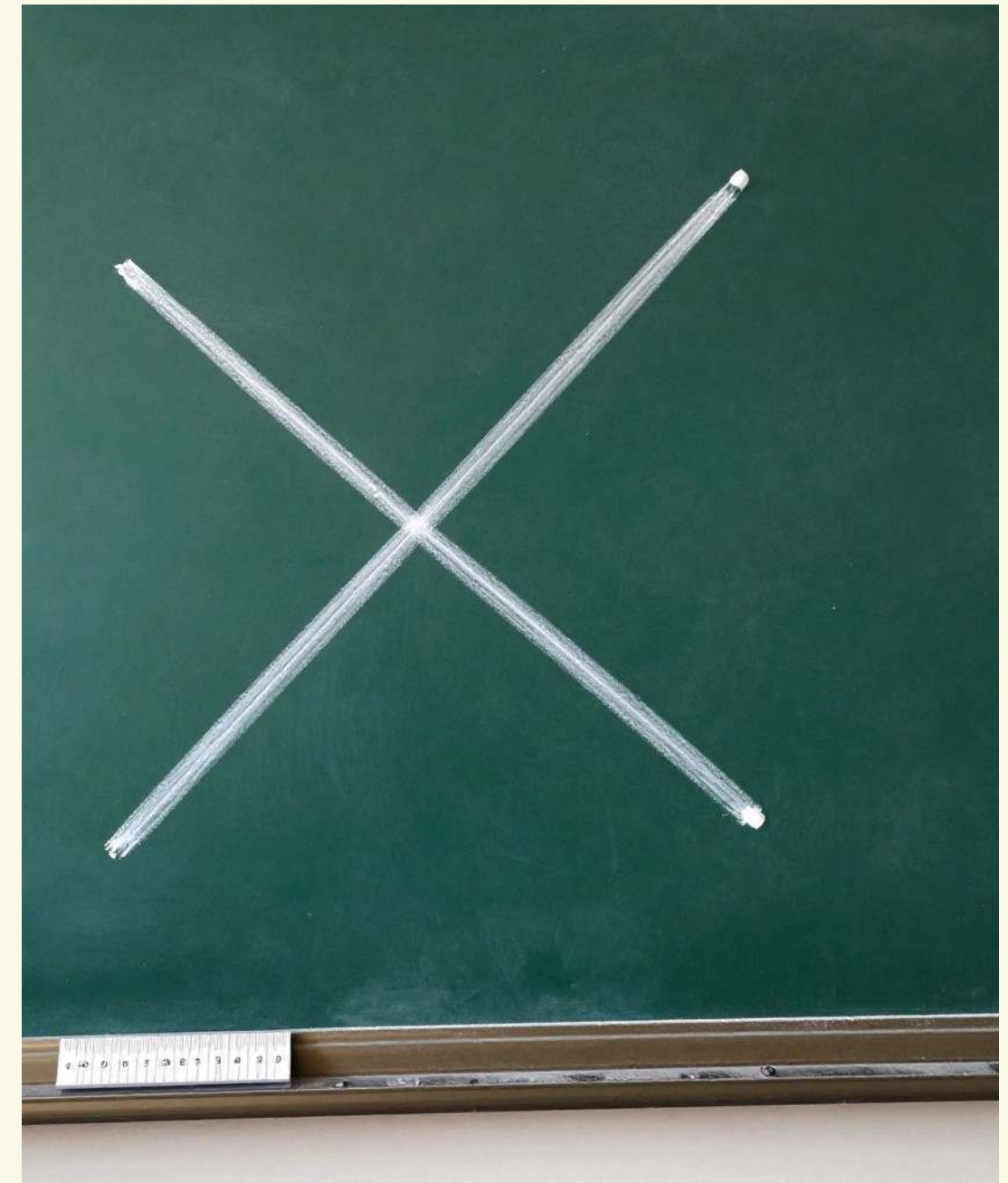
Это короткая и удобная формулировка, которая говорит не о пересечении прямых, а о единственности параллели. Именно слово «ровно» делает правило строгим и проверяемым.

Удобная версия

Постулат Плейфера часто используют в учебниках, потому что он звучит проще, чем длинная угловая формулировка, но по смыслу выражает ту же геометрическую идею.

Почему это важно

Если через точку можно провести только одну параллель, геометрия становится предсказуемой: углы, треугольники и фигуры подчиняются одному набору правил на всей плоскости.



Как две формулировки говорят об одном

1

1. Углы решают

Сначала рассматривают угловую формулировку: если сумма внутренних односторонних углов меньше 180° , прямые пересекутся. Значит, условие про углы определяет судьбу линий.

2

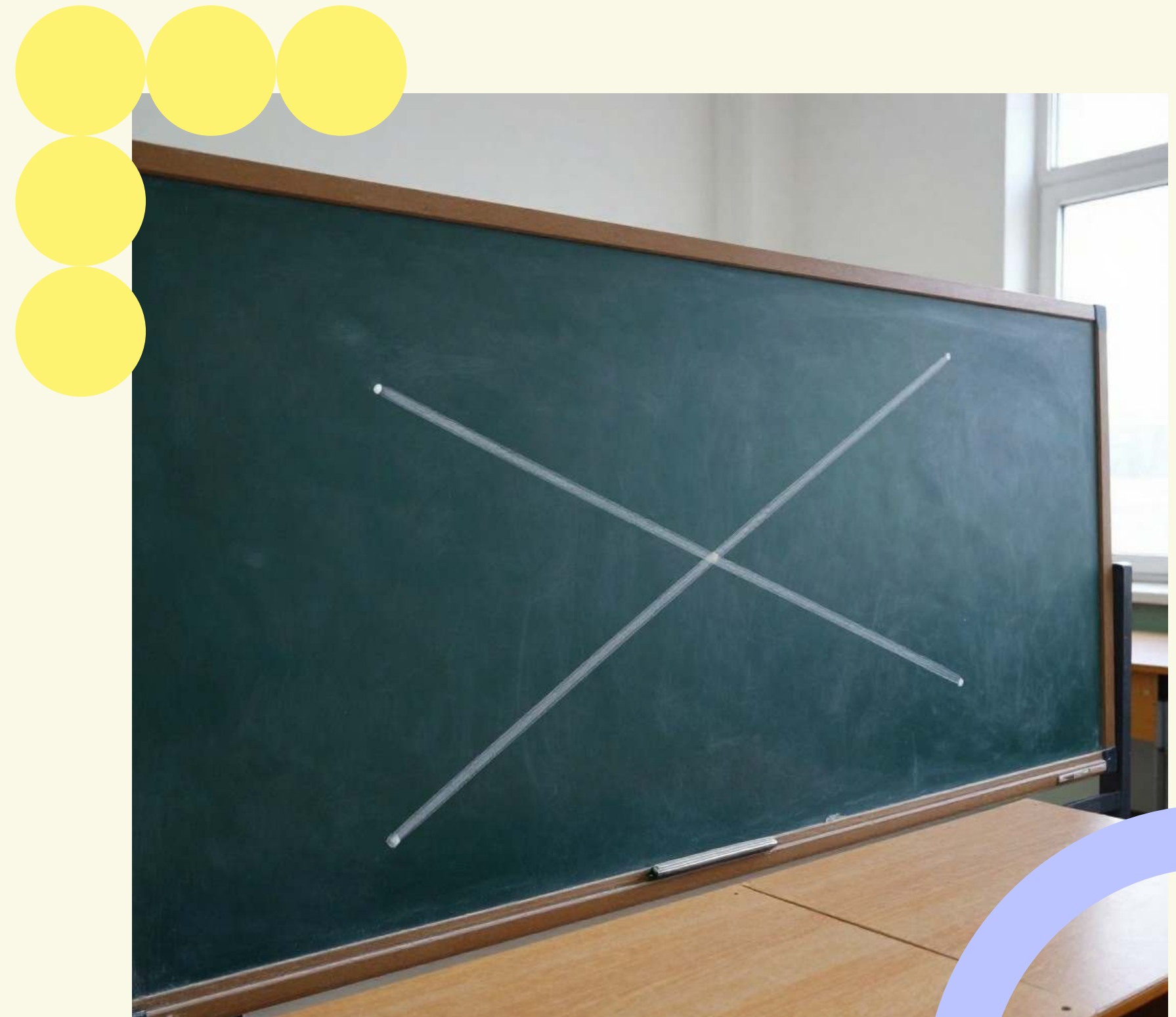
2. Счёт параллельных

Затем формулировка Плейфера переводит ту же мысль в другой язык: через точку вне прямой можно провести только одну параллельную ей прямую.

3

3. Одна идея

Если одна версия говорит о пересечении, а другая — о количестве параллелей, обе описывают одно и то же свойство плоскости. Поэтому они эквивалентны.



Сумма углов треугольника

1

1. Параллель через вершину

Возьмём треугольник и проведём через одну его вершину прямую, параллельную противоположной стороне. Тогда появятся углы, равные двум углам треугольника.

2

2. Равные углы

Накрест лежащие углы при параллельных прямых равны, поэтому два угла треугольника можно «перенести» на новую прямую без изменения величины.

3

3. Развёрнутый угол

Три получившихся угла образуют развёрнутый угол, то есть 180° . Отсюда следует важный вывод: сумма углов любого евклидова треугольника равна 180° .



Углы при параллельных прямых

Накрест лежащие

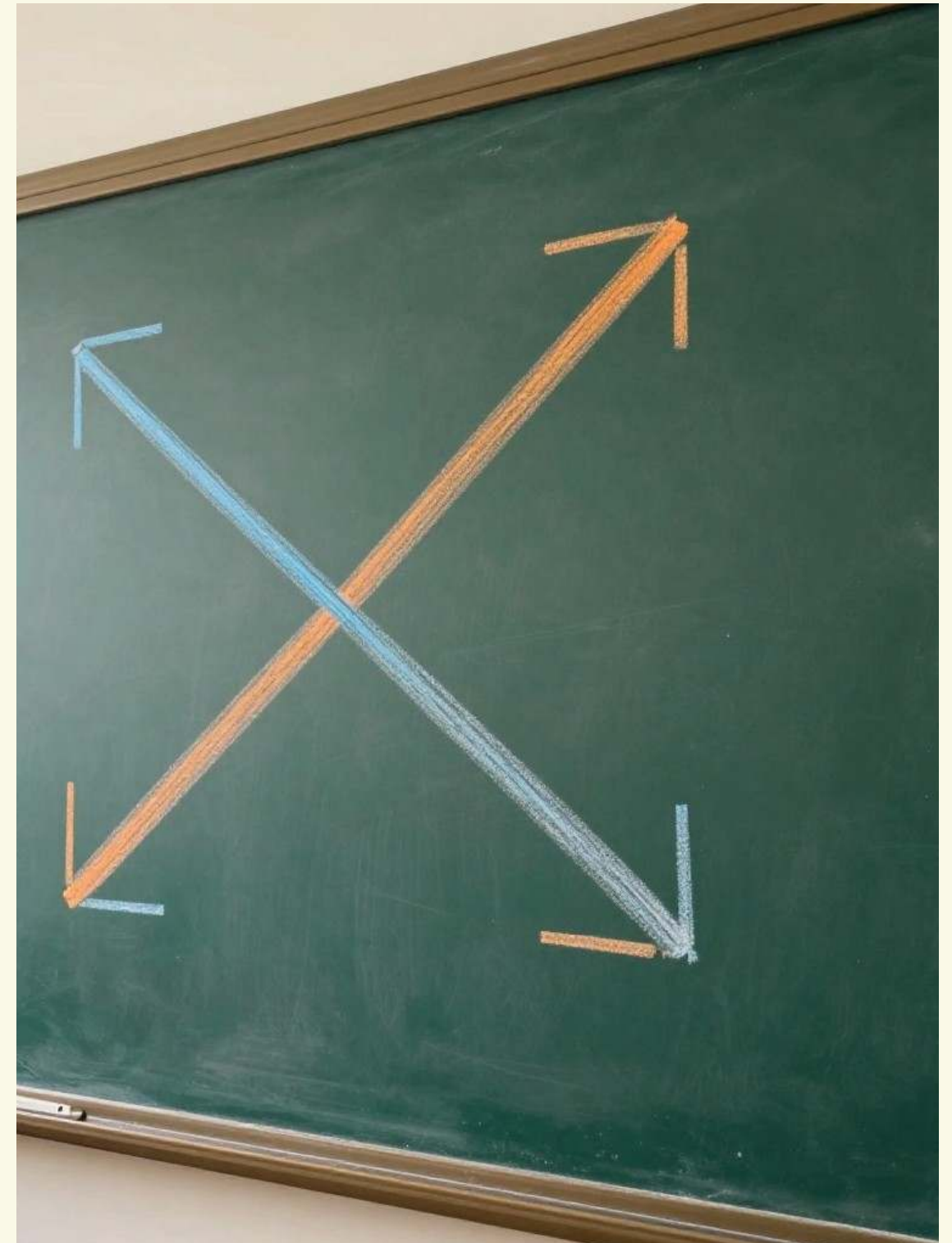
Когда секущая пересекает параллельные прямые, накрест лежащие углы оказываются равными. Это помогает сразу находить неизвестный угол, если известен его «пара» на другой линии.

Соответственные

Соответственные углы тоже равны, потому что секущая сохраняет одинаковое направление относительно обеих прямых. На чертежах это один из самых удобных признаков параллельности.

Односторонние внутренние

Если внутренние односторонние углы складываются в 180° , прямые либо параллельны, либо должны встретиться при продолжении. Этот признак часто используют в задачах.



Что это даёт фигурам

1

1. Прямоугольник

Прямоугольник держится на прямых углах: его стороны не «съезжают» и не меняют форму, потому что противоположные стороны остаются параллельными.

2

2. Параллелограмм

В параллелограмме противоположные стороны параллельны, а значит, фигура сохраняет свою структуру при построении и измерениях. Это делает её очень удобной для задач.

3

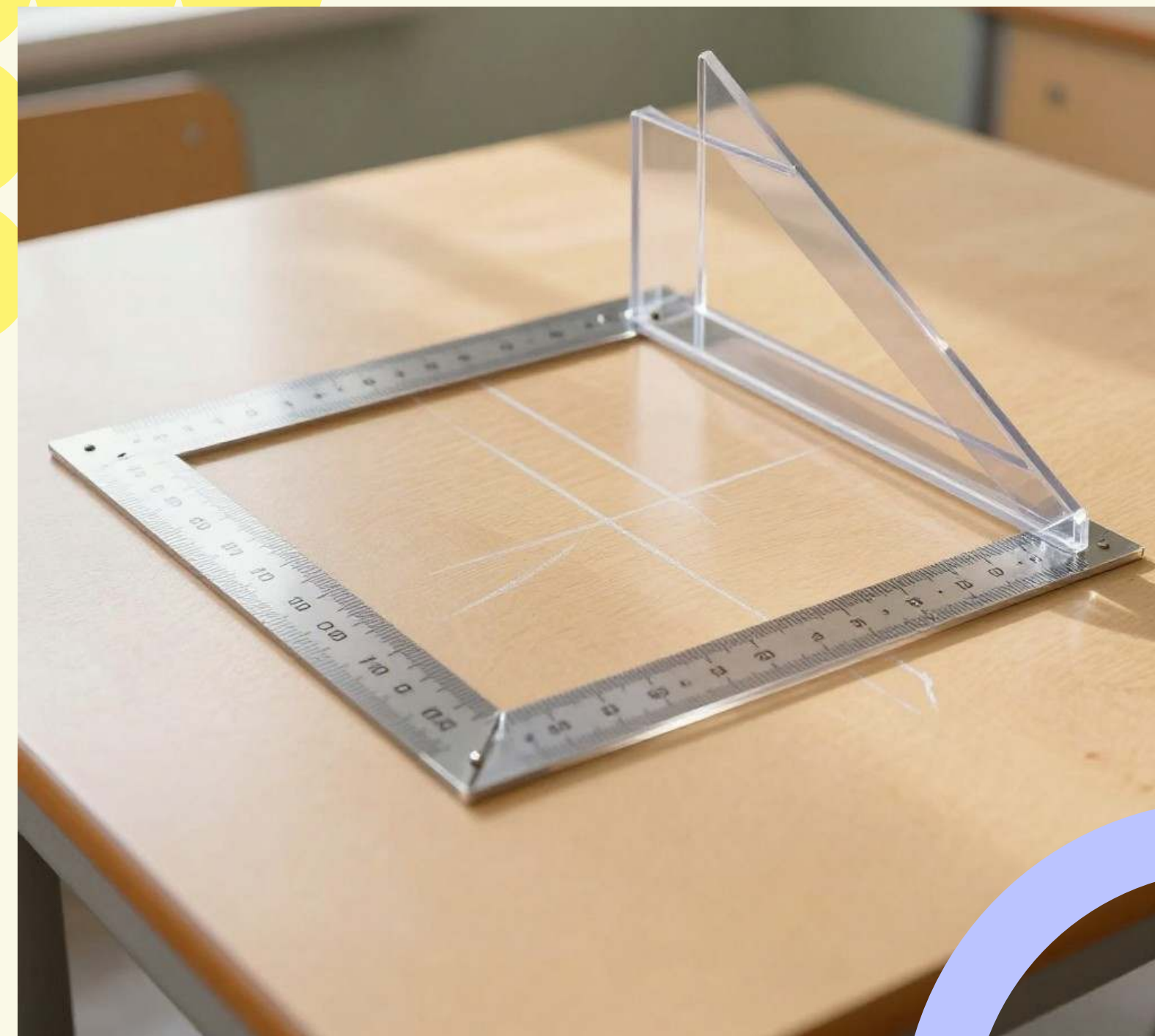
3. Признаки фигур

Из параллельности следуют равные противоположные стороны и равные углы. Поэтому фигуры можно узнавать не только по виду, но и по свойствам.

4

4. Устойчивость

Если линии не встречаются, форма остаётся устойчивой при продолжении сторон. Именно поэтому параллельные связи так важны в черчении, архитектуре и геометрии.

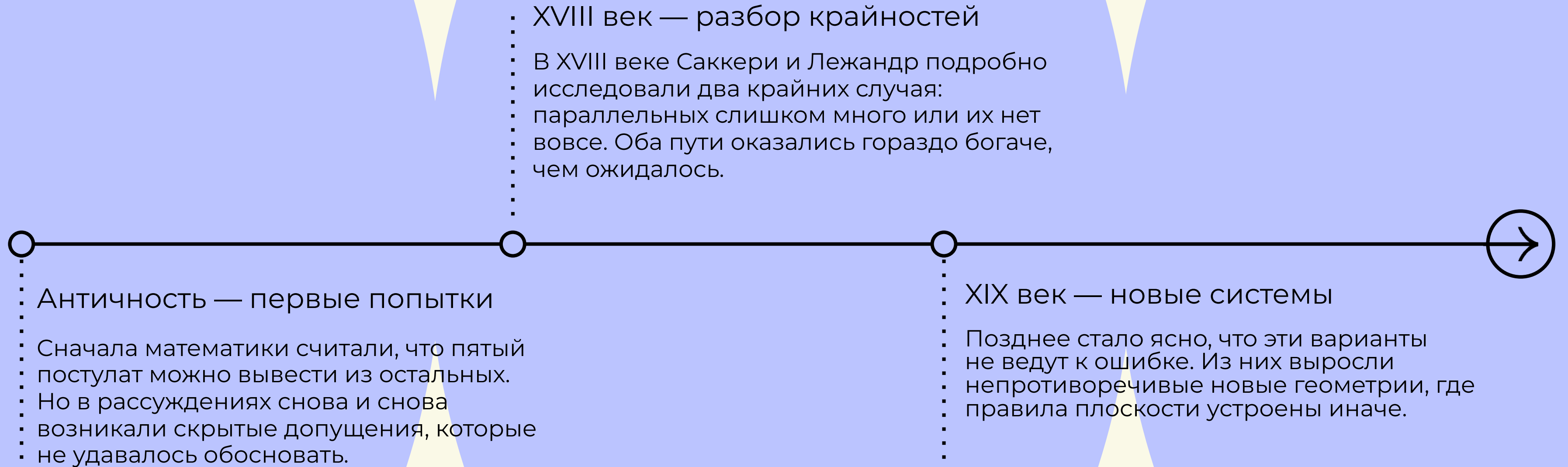


Почему постулат не удалось доказать

История многовековых попыток вывести постулат из остальных аксиом и обнаруженных логических трудностей.



Исторические попытки и новые идеи



Рождение неевклидовой геометрии

1

1. Другое правило

Неевклидова геометрия не ломает математику, а меняет исходное правило о параллельных. Из-за этого меняются и остальные утверждения, связанные с углами и фигурами.

2

2. Новые следствия

В такой геометрии сумма углов треугольника уже не обязана быть 180° . Она зависит от того, как устроено пространство и какая именно геометрия рассматривается.

3

3. Один из вариантов

Евклидова геометрия при этом не исчезает: она остаётся частным случаем, который хорошо описывает обычную плоскость и множество школьных задач.

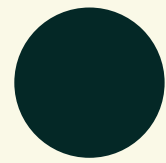


Гиперболическая геометрия



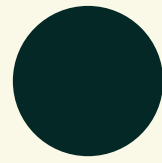
Больше одной параллели

В гиперболической геометрии через точку вне прямой можно провести не одну, а несколько параллельных. Поэтому линии не просто не встречаются — они расходятся.



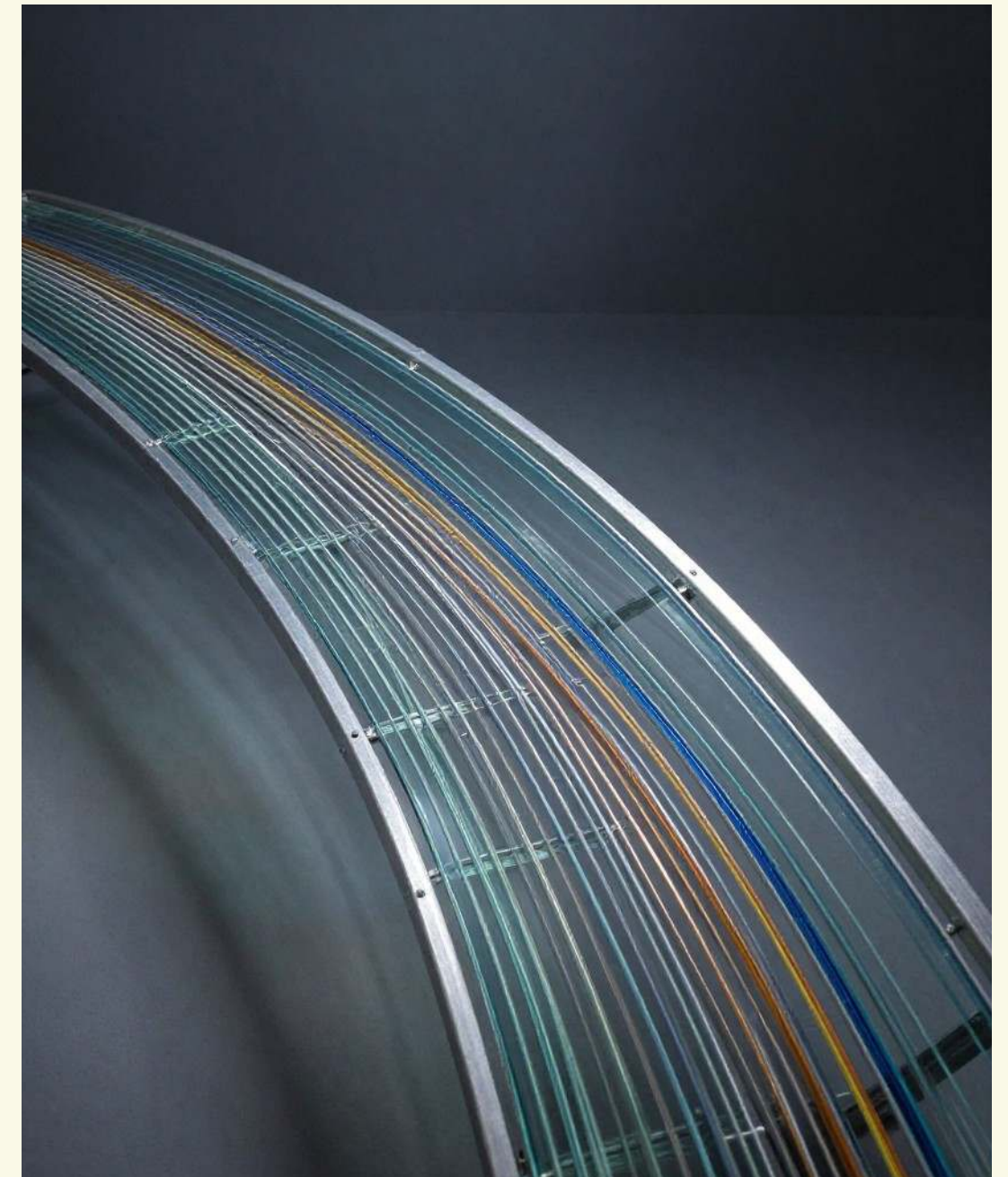
Модель седла

Такую поверхность часто сравнивают с седлом: она изгибается не как шар, а в противоположную сторону. На ней привычные евклидовы правила уже не работают.



Углы становятся меньше

Из-за этого сумма углов треугольника становится меньше 180° . Чем больше треугольник, тем заметнее отклонение от привычного результата.





Главный вывод

Пятый постулат показывает, что геометрия держится на точных правилах, а не только на чертежах. Измените одно правило — и перед вами уже другая, но тоже логичная геометрия.

