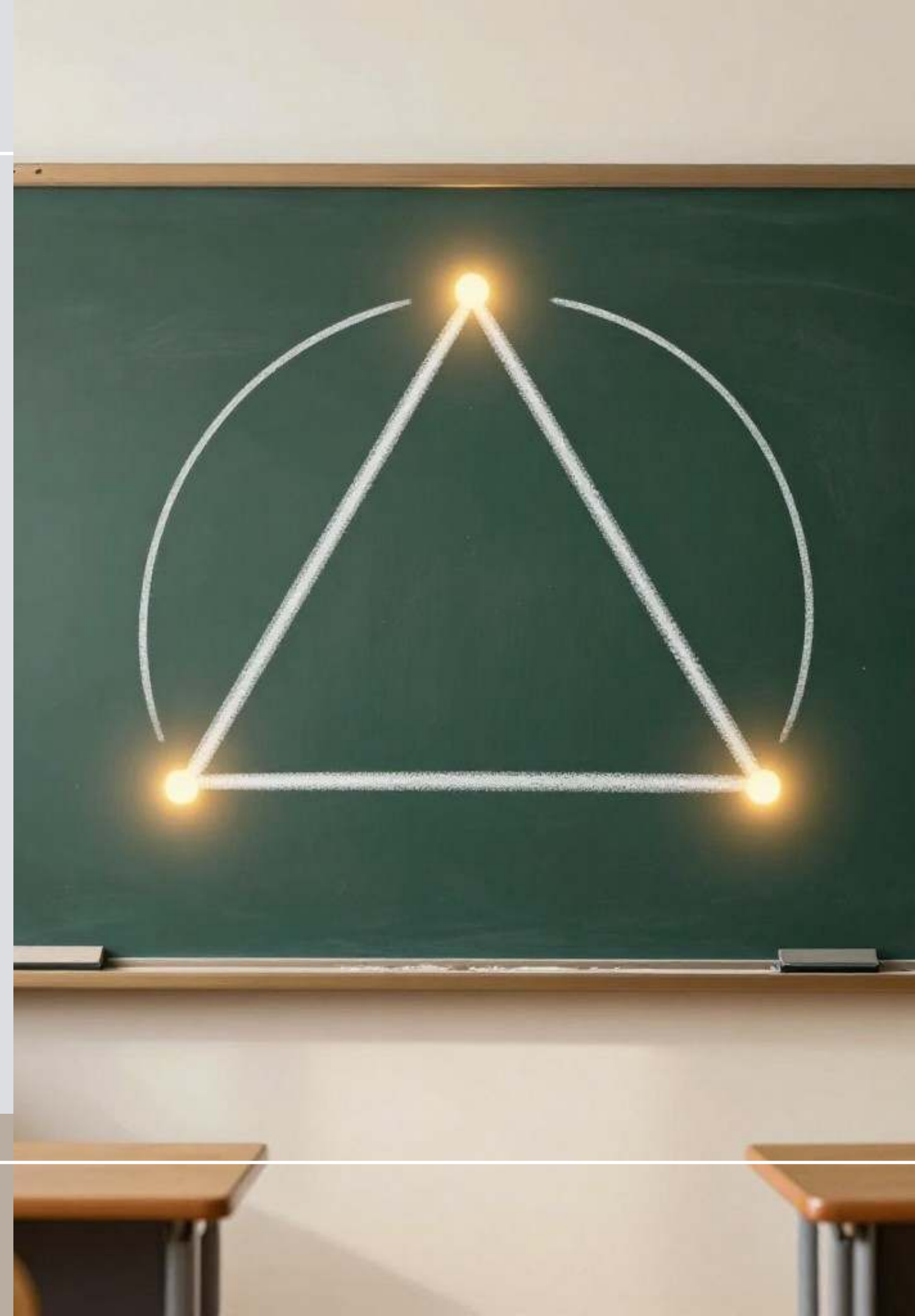


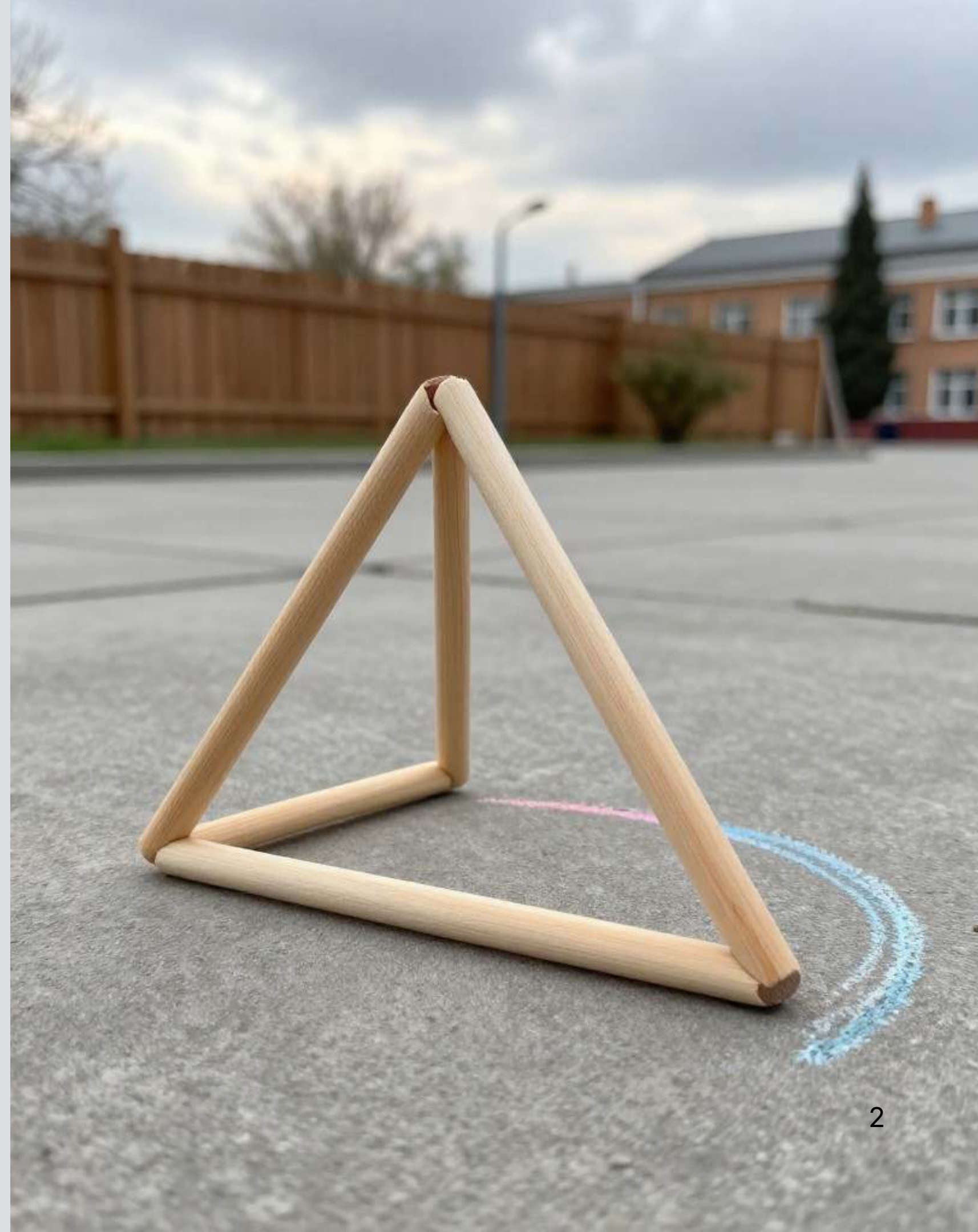
Внешние углы треугольника: основные свойства и применение

Внешние углы связывают внутренние углы и быстро приводят к ответу в задачах 9 класса.



Где встречается понятие внешнего угла

Внешний угол появляется, когда сторону треугольника продолжают за вершину. Это школьное понятие опирается на смежные углы и на то, что сумма углов треугольника равна 180° . В задачах его используют для вычислений, проверки рисунка и доказательств неравенств.

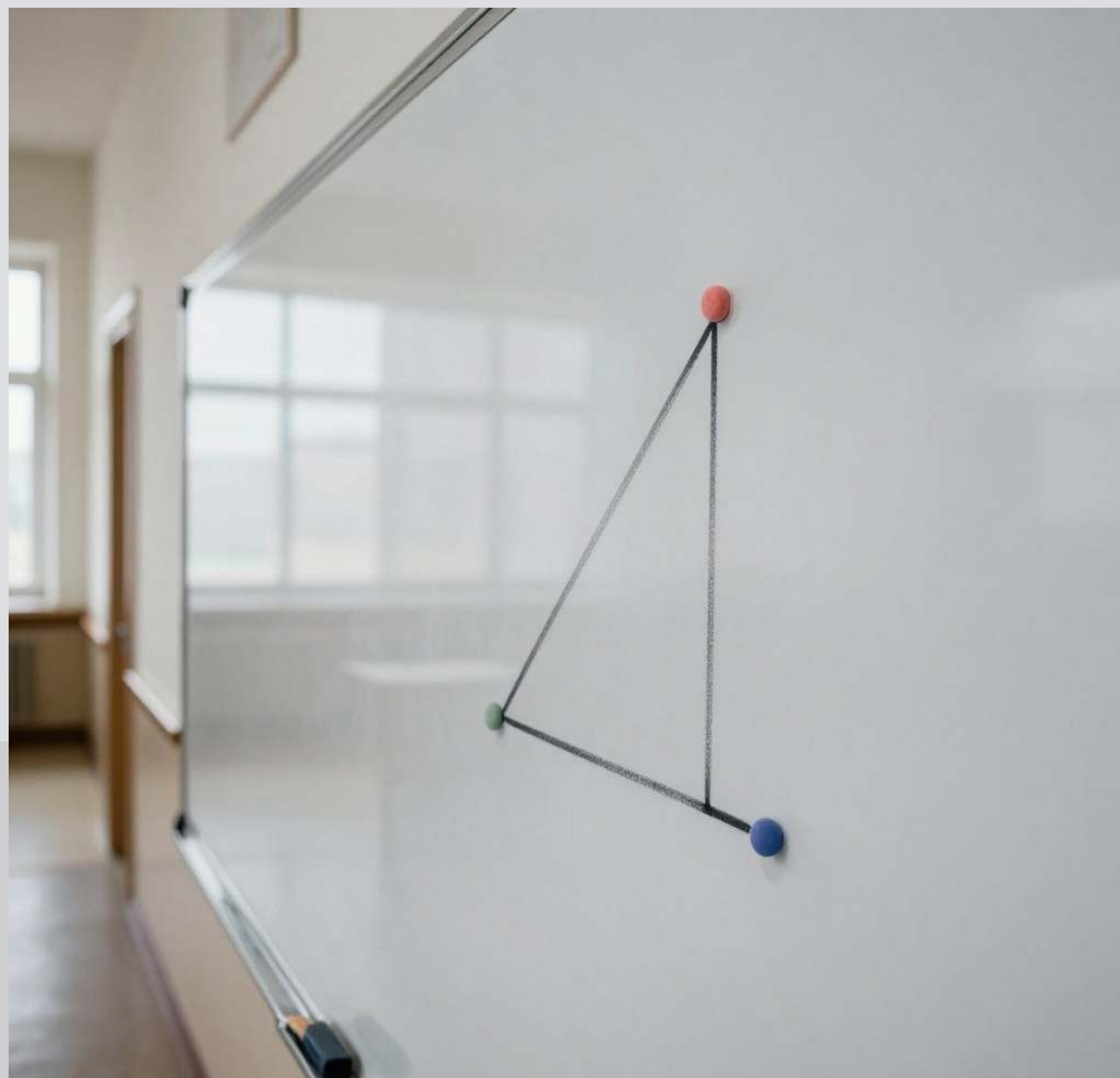


2

У каждой вершины можно построить два внешних угла, которые связаны симметрией относительно продолжений сторон.

Внешний угол треугольника — угол между стороной и продолжением соседней стороны. При одной вершине можно получить два внешних угла, они вертикальные и равны.

Как внешний угол изображается на чертеже



Что именно чертят при продолжении стороны

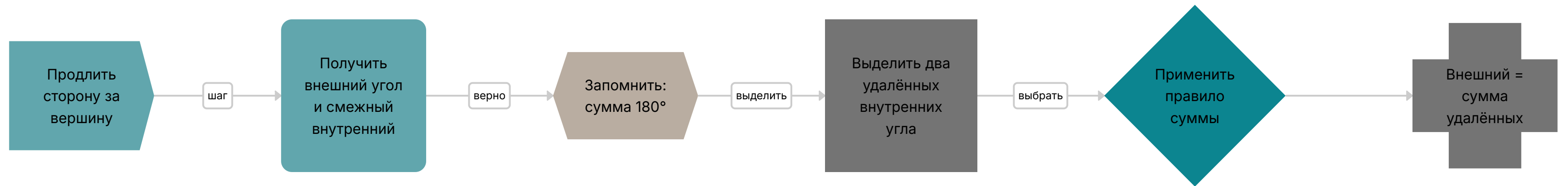
На рисунке треугольник дополняют продолжением одной из сторон за вершину. Внешний угол отмечают дугой снаружи фигуры, а рядом показывают внутренний угол при той же вершине.

Как различить смежный и удалённые углы

Чтобы не перепутать углы, обычно подписи наносят буквами: смежный внутренний отмечают у вершины, а два удалённых внутренних располагают на других углах треугольника. Это помогает сразу выбрать нужное правило.

Связь внешнего угла с внутренними углами

Логическая цепочка: продолжение стороны → смежный угол и два удалённых угла



180°

Сумма смежных углов всегда равна 180° , поэтому внешний угол легко находится по внутреннему.

Внешний угол и внутренний при одной вершине образуют развернутый угол. Их сумма всегда 180° , а значит внешний равен 180° минус внутренний при той же вершине.

Сравнение внутренних и внешних углов

Внутренний угол	Смежный внешний	Два удалённых внутренних	Сумма удалённых
35°	145°	—	145°
68°	112°	—	112°
90°	90°	—	90°

Смесь трёх ситуаций помогает увидеть закономерность: внешний угол связан либо с 180° , либо со суммой двух удалённых внутренних углов.

Внешний угол находится двумя способами: через 180° (смежные углы) или как сумму двух удалённых внутренних углов.

Свойства углов треугольника из школьного курса геометрии

Теорема о внешнем угле треугольника

1

Внешний угол равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним. Удобно думать так: продолжение стороны «собирает» два удалённых угла в один внешний.

2

Например, если удалённые углы равны 35° и 55° , то внешний угол составляет 90° . Это прямо следует из теоремы и помогает без лишних вычислений.

3

Если удалённые углы равны 28° и 67° , внешний угол равен 95° . Даже без нахождения третьего внутреннего угла задача решается по одному правилу.

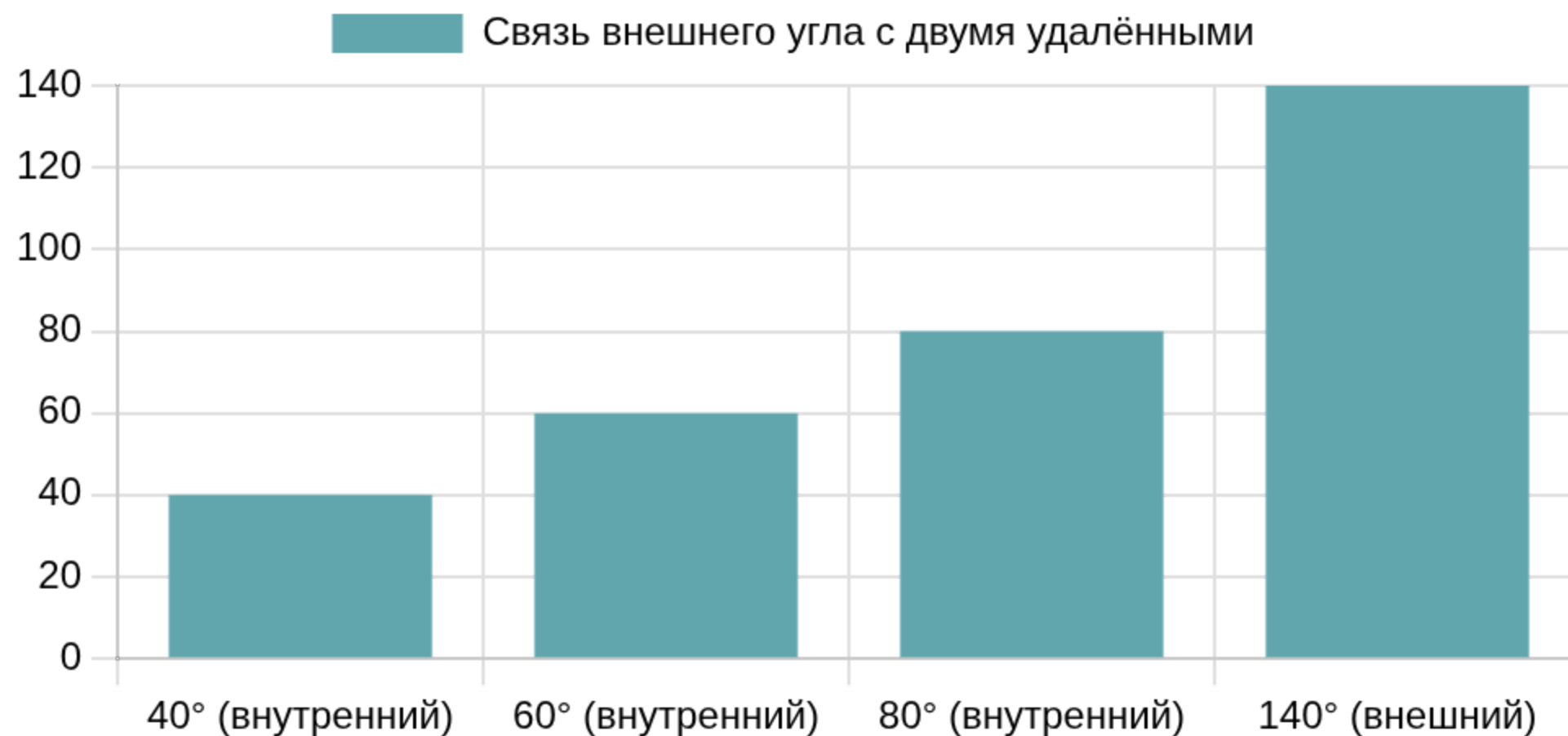
4

Теорема регулярно встречается в типовых заданиях: находят внешний угол по двум другим, сравнивают углы и обосновывают равенства в доказательствах.

Наглядное сравнение углов на одном примере

В одном варианте внешний угол получается «через» сумму двух удалённых внутренних: $40^\circ + 60^\circ$ дают 100° , а смежный угол с ними — развернутый 180° . Поэтому величины на рисунке согласуются.

Графика помогает связать числа и расположение углов: внешний угол оказывается не случайным, а вычислимым по внутренним углам треугольника.



Школьные упражнения на свойства внешних углов; пример из условия с углами 40° , 60° , 80° и внешним 140° .

Почему теорема о внешнем угле верна

Смежность на вершине

Продолжение стороны создаёт внешний угол и смежный с ним внутренний при той же вершине. Они образуют развернутый угол, то есть дают 180° .

Сумма внутренних углов

В треугольнике сумма трёх внутренних углов равна 180° . Это отправная точка: внутри ничего «не берётся из воздуха».

Два удалённых угла «собираются» в внешний

Выражая внешний угол как разность 180° и внутреннего при вершине, получаем сумму двух остальных внутренних углов. Поэтому внешний угол равен сумме двух удалённых.

Пример вычисления по чертежу



1

Дано: два удалённых угла при вершинах треугольника равны 28° и 67° . По теореме о внешнем угле внешний угол равен сумме этих двух удалённых внутренних углов: $28^\circ + 67^\circ$.

2

Получаем 95° . На чертеже обычно отмечают дугами известные углы, рядом ставят буквы вершин и выделяют искомый внешний угол снаружи. Затем записывают короткое вычисление, не находя третий внутренний угол.

Зачем нужны внешние углы в задачах



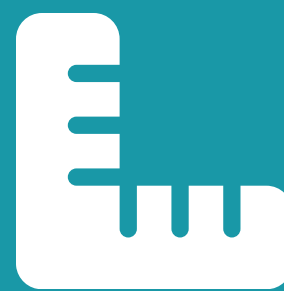
Быстрые вычисления

Внешний угол помогает находить неизвестные значения без лишних шагов: достаточно увидеть два удалённых внутренних угла или смежную пару, связанного правилом 180° . Это ускоряет решения в типовых школьных заданиях.



Проверка чертежа

Если на рисунке уже подписаны некоторые углы, внешний угол позволяет быстро проверить согласованность вычислений. Например, сумма смежных углов должна быть 180° , а значит, ошибки в разметке обнаруживаются сразу.



Задачи с дополнительными линиями

Когда к треугольнику добавляют высоты, биссектрисы или диагонали, новые прямые часто создают внешние углы. Их свойства связывают разные части рисунка и превращают доказательство в расчёт.

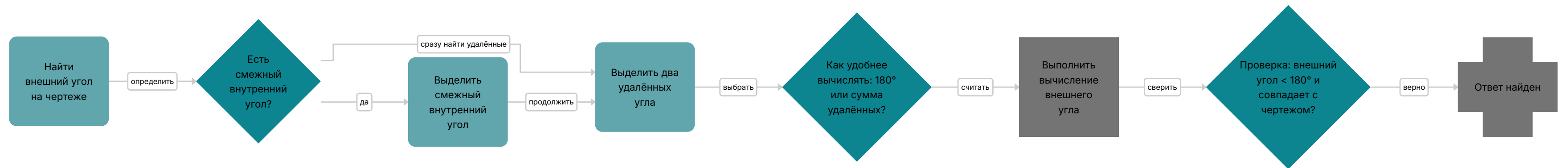


Доказательства неравенств

В геометрических рассуждениях внешний угол используют, чтобы сравнивать величины углов. Поскольку он равен сумме двух удалённых углов, можно обосновывать, что один угол заведомо больше другого.

Алгоритм решения задач на внешний угол

Логика шагов опирается на два правила: смежные углы дают 180° , а внешний угол равен сумме двух удалённых внутренних.



Частые ошибки при работе с внешними углами

1

Путают внешний угол с продолжением стороны: принимают за ответ угол между линиями продолжения, а не угол между одной стороной и продолжением соседней. Важно искать именно дугу снаружи треугольника.

2

Ещё одна ошибка — складывать не те углы. Часто берут угол, смежный с внешним, вместо двух внутренних, которые удалены от него. Нужно мысленно «обойти» вершину и точно выбрать пары.

3

Иногда ошибочно считают, что внешний угол всегда острый. На самом деле его величина определяется внутренним углом при той же вершине: при большом внутреннем внешняя величина становится тупой.

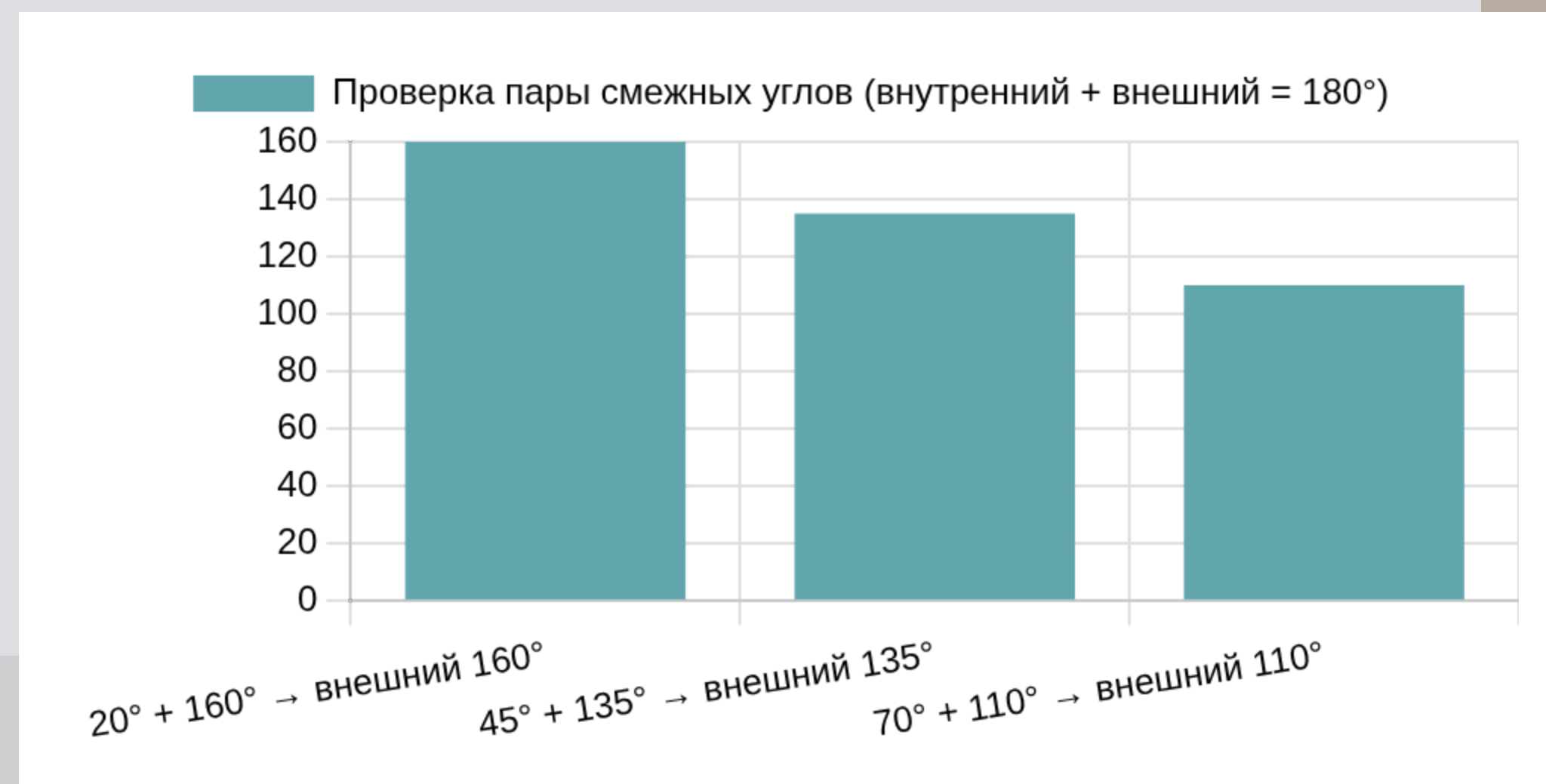
4

Наконец, возможна арифметическая небрежность: внешний угол вычисляют, но не проверяют согласованность с 180° . Если полученное значение не укладывается в геометрию рисунка, значит, допущена ошибка в выборе углов.

Типичные числовые пары для проверки понимания

Эти пары показывают, что при увеличении внутреннего угла внешний уменьшается. Два удалённых угла 30° и 50° дают внешний угол 80° — ещё один быстрый ориентир для проверок.

По данным диаграммы видна неизменность суммы смежных углов: внешний угол всегда дополняет внутренний до 180° . Это подтверждает выбор правила и помогает избегать ошибок при вычислениях.



Собранные примеры составлены по стандартным школьным задачам на свойства углов треугольника (без внешних источников).

Внешний угол в равнобедренном треугольнике



Когда стороны «равны — значит, углы тоже равны»

В равнобедренном треугольнике два угла при основании равны. Если каждый из них 50° , третий внутренний угол получается 80° . А внешний угол при вершине дополняет внутренний до 180° , то есть равен 100° .



Внешний угол удобно выбирать у основания

Если внешний угол построен при одном из углов основания, его величину можно найти так же через 180° . Для наглядного решения отмечают равные стороны, затем равные углы при основании и выводят внешний угол у выбранной вершины — получается 130° .

Тренировочные примеры для устного счёта

Ситуация	Найти внешний	Способ	Проверка
Внутренний 72°	108°	180° минус 72°	Сумма = 180°
Удалённые 30° и 50°	80°	$30^\circ + 50^\circ$	Внешний = сумма удалённых
Внутренний 125°	55°	180° минус 125°	Сумма = 180°

Посчитайте внешний угол одним из способов: вычитанием из 180° (через смежную пару) или суммой двух удалённых углов.

Во всех трёх случаях внешний угол находится за одну операцию. Выбор правила определяется тем, что дано на чертеже: либо смежная пара, либо два удалённых угла.

Стандартные задания школьной геометрии на свойства углов треугольника.

Внешний угол и доказательство неравенств

1

Внешний угол треугольника больше каждого из двух удалённых внутренних углов, потому что он равен их сумме. Значит, внешний не может быть меньше ни одного из слагаемых.

2

Например, если удалённые углы равны 18° и 32° , то внешний угол равен 50° . Так как 50° больше 32° и больше 18° , это свойство сразу превращается в готовое сравнение.

3

Именно поэтому внешний угол удобен в доказательствах: нужно показать, что один угол не может быть слишком малым. Достаточно выразить внешний угол суммой удалённых и сделать вывод о неравенстве.

Итоговые правила темы

1

Смежные углы при вершине вместе дают 180° , поэтому внешний угол в паре со внутренним при той же вершине всегда образует развернутый угол. Это правило помогает находить неизвестные значения по одной величине.

2

Внешний угол равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним. Следовательно, если на чертеже видны именно два удалённых угла, внешний можно вычислить напрямую, не трогая третий.

3

Кроме равенств, работает важное сравнение: внешний угол больше каждого из двух удалённых углов по отдельности. Эти три правила вместе покрывают большинство задач по теме в 9 классе.

Главное о внешних углах треугольника

Внешний угол треугольника связывает сразу несколько внутренних углов и даёт удобный способ находить неизвестные значения. В теме закрепляются три опоры: сумма смежных $= 180^\circ$, внешний $=$ сумма удалённых, внешний больше каждого из них по отдельности.