



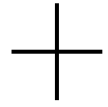
Свойства + арифметических квадратных корней

Арифметические корни: определение, свойства
и приёмы упрощения.

Где встречаются квадратные корни



Квадратный корень помогает находить стороны, проверять вычисления и преобразовывать выражения. В алгебре он работает как обратное действие к квадрату, а в геометрии — связывает площадь и длину стороны.



Если подкоренное выражение отрицательное, арифметический квадратный корень не существует.

0 и больше

Только для таких чисел корень определён в арифметике.

Школьный курс алгебры, 8 класс

Основные свойства квадратных корней

Свойство	Условие	Пример
$\sqrt{a^2} = a $	для любого a	$\sqrt{(-5)^2} = 5$
$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$a \geq 0, b \geq 0$	$\sqrt{9 \cdot 16} = 12$
$\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$	$a \geq 0, b > 0$	$\sqrt{81/16} = 9/4$

Кратко собраны правила, которые используют при преобразовании корней.

Свойства удобны для произведения и частного, но не применяются к сложению и вычитанию под корнем.

Школьный курс алгебры, 8 класс

Почему $\sqrt{a^2}$ равно модулю числа

Не само число

- Запись $\sqrt{a^2}$ означает не исходное число a , а его неотрицательное значение. Поэтому результат всегда выбирается так, чтобы он не был меньше нуля.

Положительные числа

- Если a положительное, то квадратный корень из a^2 совпадает с самим числом. Например, $\sqrt{7^2} = 7$, потому что 7 уже неотрицательно.

Отрицательные числа

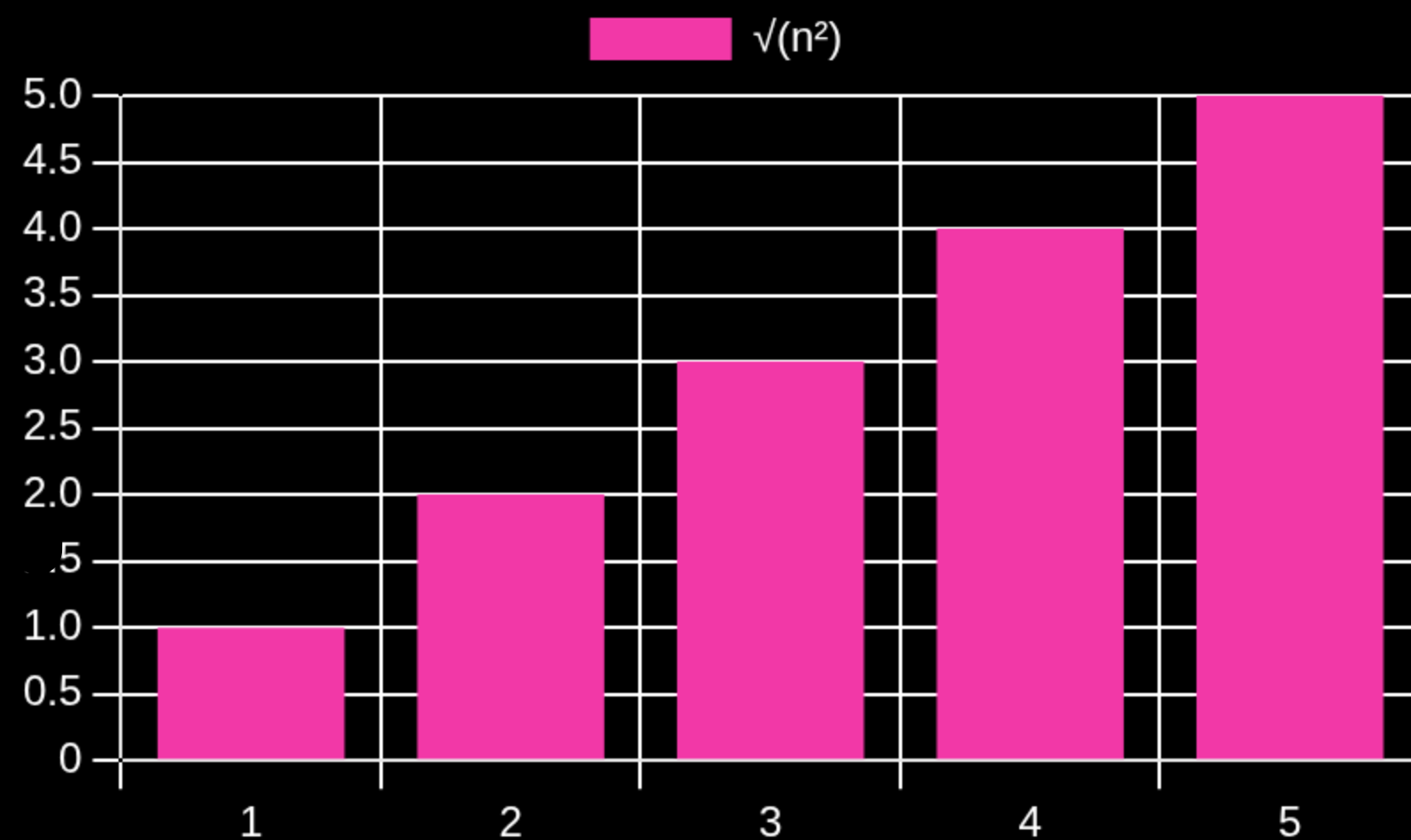
- Если a отрицательное, корень из квадрата даёт противоположное число. Например, $\sqrt{(-5)^2} = 5$, а не -5 , потому что нужен неотрицательный ответ.

Связь с модулем

- Это правило записывают через модуль: $\sqrt{a^2} = |a|$. Модуль показывает расстояние до нуля на числовой прямой и всегда даёт неотрицательное значение.



Связь квадратов и корней



- Полные квадраты позволяют быстро возвращаться к исходному неотрицательному числу без лишних вычислений.
- Если под корнем находится полный квадрат, арифметический корень даёт целое число.

Школьный курс алгебры, 8 класс

Свойство корня из произведения

01.

Основное правило

Если a и b неотрицательны, то корень из произведения равен произведению корней. Это правило позволяет разбирать число под корнем на удобные множители и упрощать запись.

02.

Поиск полного квадрата

На практике стараются выделить среди множителей полный квадрат. Тогда его корень выносится наружу, а под знаком корня остаётся более простое число.

03.

Примеры преобразования

Например, $\sqrt{72} = \sqrt{(36 \cdot 2)} = 6\sqrt{2}$, а $\sqrt{50} = \sqrt{(25 \cdot 2)} = 5\sqrt{2}$. Такой приём особенно полезен в вычислениях и проверке ответов.

Свойство корня из частного

01.

Правило для дроби

Если числитель и знаменатель неотрицательны, а знаменатель положителен, то корень из дроби можно разложить на корень числителя и корень знаменателя.

02.

Удобные случаи

Это особенно полезно, когда оба числа являются точными квадратами. Тогда дробь преобразуется в простой и короткий ответ без лишних действий.

03.

Пример вычисления

Например, $\sqrt{(81/16)} = \sqrt{81}/\sqrt{16} = 9/4$. Делить на ноль нельзя, поэтому знаменатель должен быть больше нуля.

Как упрощать выражения с корнями

Последовательность шагов для преобразования выражений вида $\sqrt{72}$, $\sqrt{98}$, $\sqrt{200}$ и похожих.



Пример упрощения корня

01.

Разложение числа

Начинаем с выражения $\sqrt{72}$. Число 72 удобно представить как произведение 36 и 2, потому что 36 — полный квадрат и его корень находится сразу.

02.

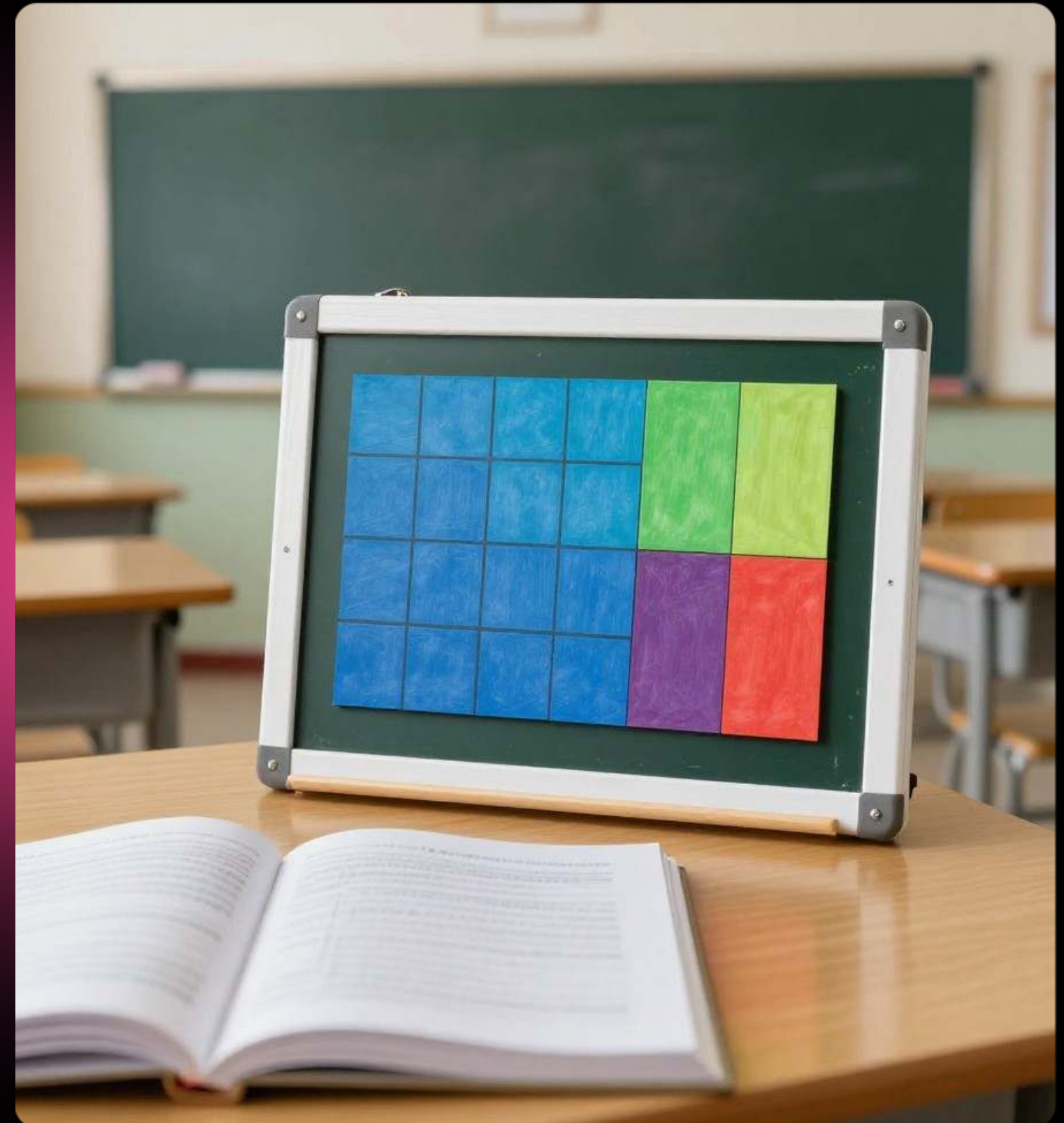
Извлечение корня

Далее применяем свойство корня из произведения: $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. Полный квадрат выносится за знак корня.

03.

Почему это удобно

Такой ответ короче, чем исходная запись, и его проще использовать в следующих вычислениях. Именно поэтому упрощение корней часто помогает в школьных задачах.



Типичные ошибки при работе с корнями

- Таблица помогает увидеть, какие записи нарушают свойства арифметического квадратного корня и почему важно проверять условия применения формул.
- Свойства корней работают не всегда: перед преобразованием нужно проверять область допустимых значений и помнить, что не каждую запись можно упростить одинаково.

Ошибка	Неверно	Верно
Сложение корней	$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$	так нельзя
Корень из квадрата	$\sqrt{a^2} = a$	$\sqrt{a^2} = a $
Деление на ноль	$\sqrt{a/0}$	делить нельзя

Сложение и вычитание корней



Только одинаковые корни

Складывать и вычитать можно лишь те корни, у которых одинаковое подкоренное число. Тогда объединяются только коэффициенты, а знак корня остаётся без изменений.



Разные корни не объединяются

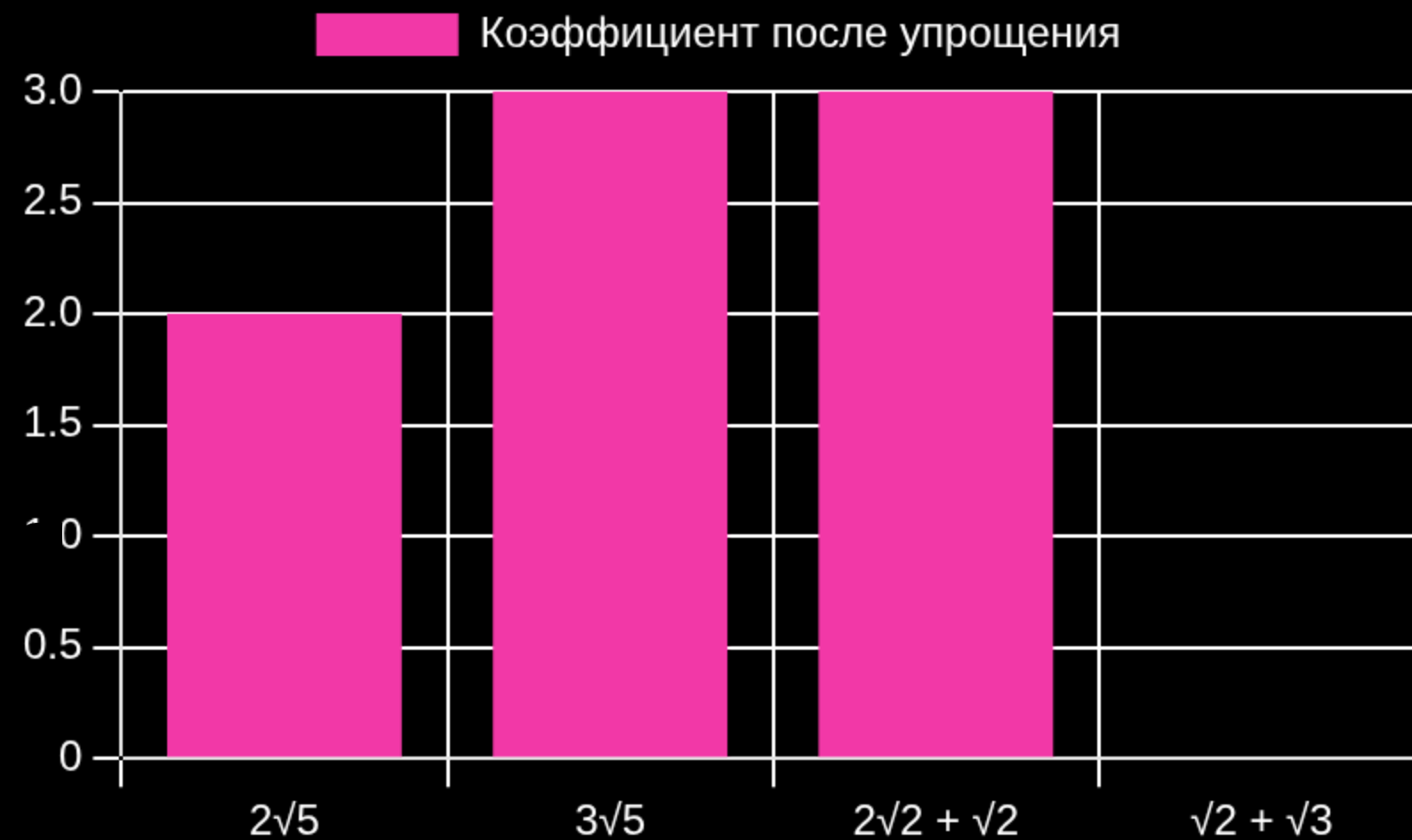
Если под корнем стоят разные числа, выражение не сводится к одному корню. Например, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ нельзя превратить в более простой вид.



Проверка на примере

Запись $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ похожа на сложение одинаковых предметов: две тетради и пять тетрадей дают семь тетрадей, а не новый вид тетради.

Одинаковые и разные корни в выражениях



На диаграмме показано, что

- при одинаковом подкоренном числе можно объединить слагаемые и получить один корень с большим коэффициентом.

Если корни одинаковые, складываются только коэффициенты. При разных подкоренных

- числах объединение невозможно, поэтому выражение остаётся суммой отдельных слагаемых.

Школьные примеры по теме «Арифметические квадратные корни», 8 класс

Упрощение корней из больших чисел

01.

Найти делитель-квадрат

Сначала ищут наибольший полный квадрат, который делит число под корнем. Это позволяет быстро выделить удобный множитель и сократить запись без лишних вычислений.

02.

Разложить число

Затем число раскладывают на произведение, где один множитель — полный квадрат. Например, 18 удобно представить как $9 \cdot 2$, а 200 — как $100 \cdot 2$.

03.

Вынести корень

После этого корень из полного квадрата выносят наружу, а оставшийся множитель оставляют под знаком корня. Так получают $3\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$ или $10\sqrt{2}$.

Точные и приближённые значения корней

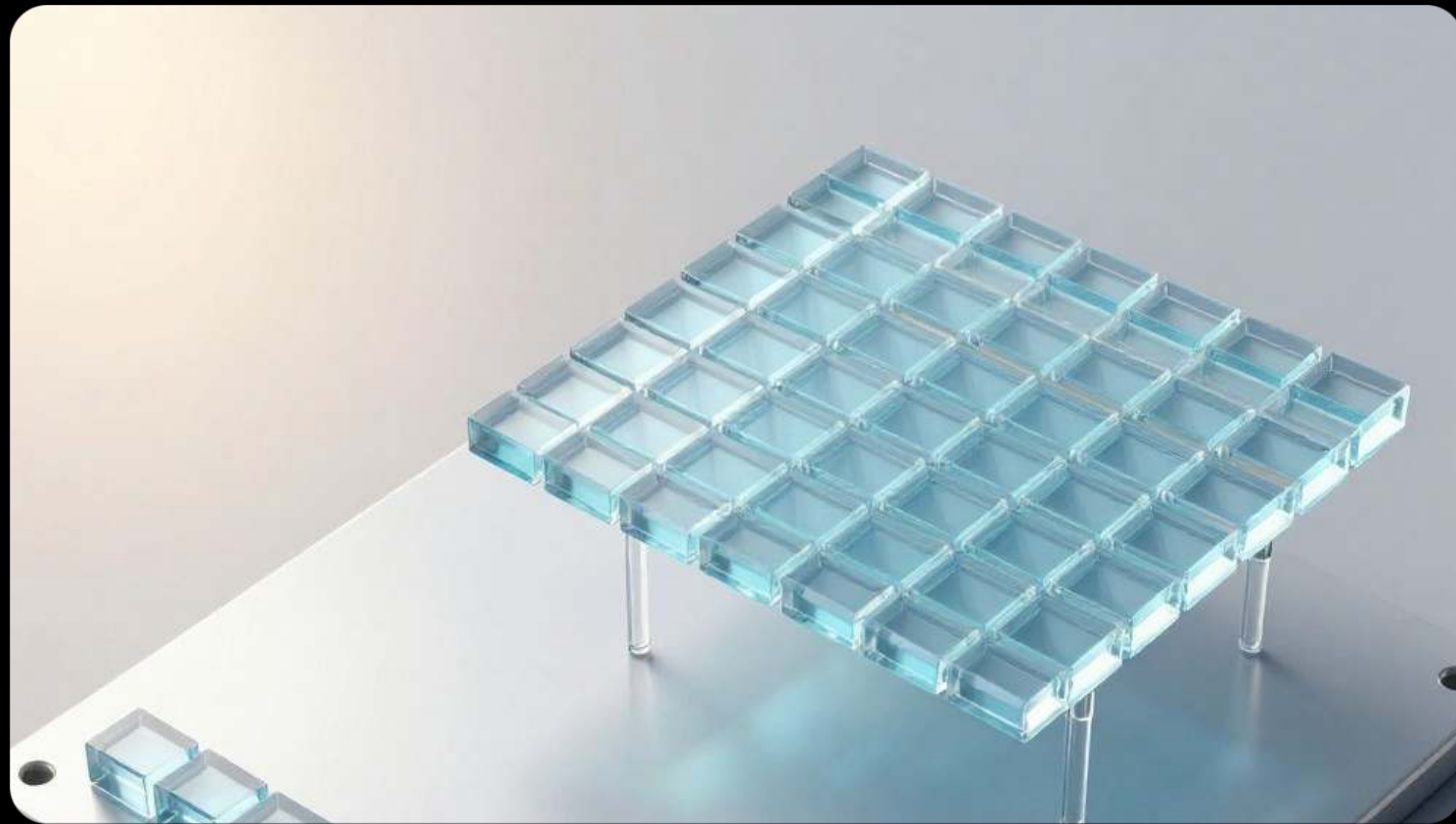
Точно	Приближённо
$\sqrt{1}=1$	1,0
$\sqrt{4}=2$	2,0
$\sqrt{9}=3$	3,0
$\sqrt{16}=4$	4,0
$\sqrt{2}\approx 1,41$	не целое
$\sqrt{3}\approx 1,73$	не целое
$\sqrt{5}\approx 2,24$	не целое

В таблице показано, какие корни выражаются точно, а какие записываются приближённо с десятичными знаками.

Полные квадраты дают точный результат, а корни из неполных квадратов обычно записывают приближённо, если нужна числовая оценка.

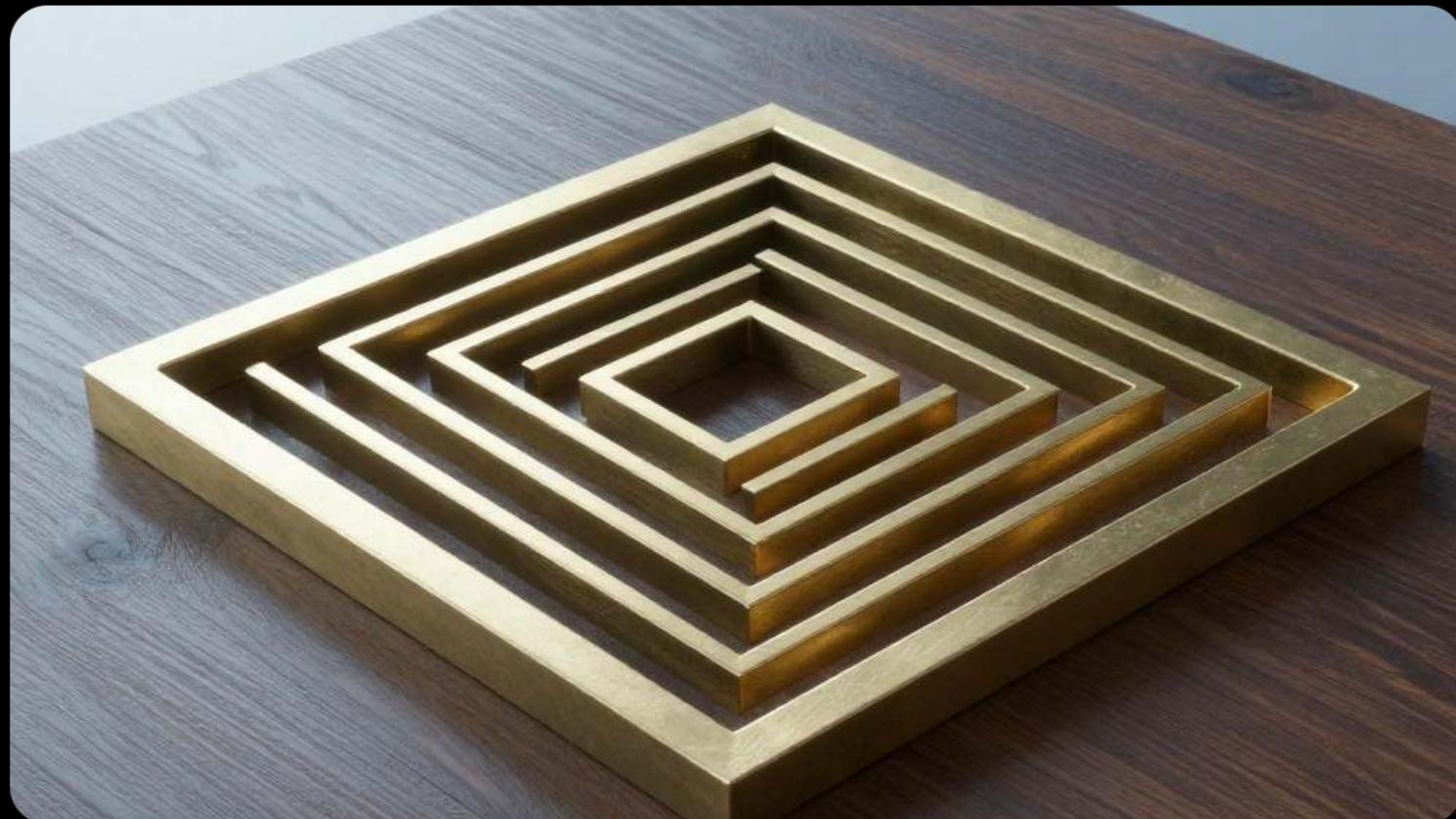
Табличные значения квадратных корней из школьного курса математики

Как квадратный корень связан с площадью



Сторона по площади

Если известна площадь квадрата, можно сразу найти его сторону с помощью квадратного корня. При площади 64 см^2 сторона равна 8 см, потому что $8^2 = 64$. Это удобно в задачах, где известна только площадь фигуры.

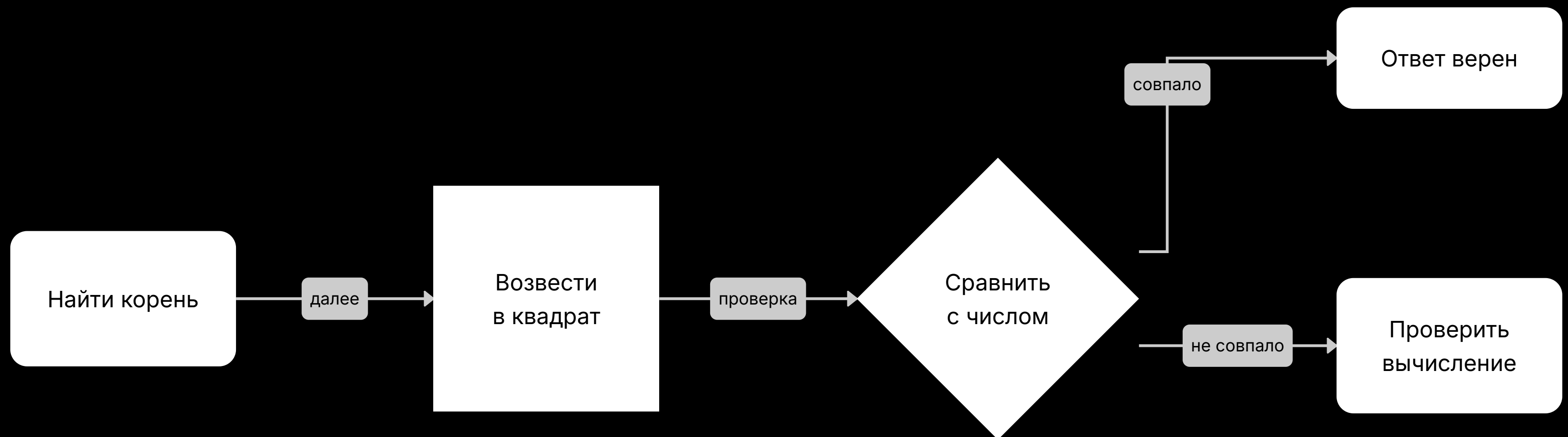


Два верных примера

Та же идея работает и для другой площади: при 81 см^2 сторона квадрата равна 9 см. Здесь квадратный корень показывает обратное действие к возведению в квадрат и помогает быстро восстановить длину стороны без перебора вариантов.

Проверка результата с помощью квадрата

Последовательность показывает, как убедиться в правильности найденного значения квадратного корня.

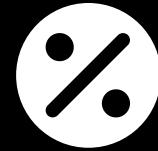


Где применяются свойства корней в школьных задачах



Нахождение сторон фигур

Свойства корней помогают находить длины сторон квадратов и других фигур, если известна площадь или получено уравнение с полным квадратом.



Упрощение выражений

При вычислениях удобно выделять полные квадраты, сокращать дроби и записывать результат в более коротком и наглядном виде, особенно в примерах на преобразование.



Решение уравнений

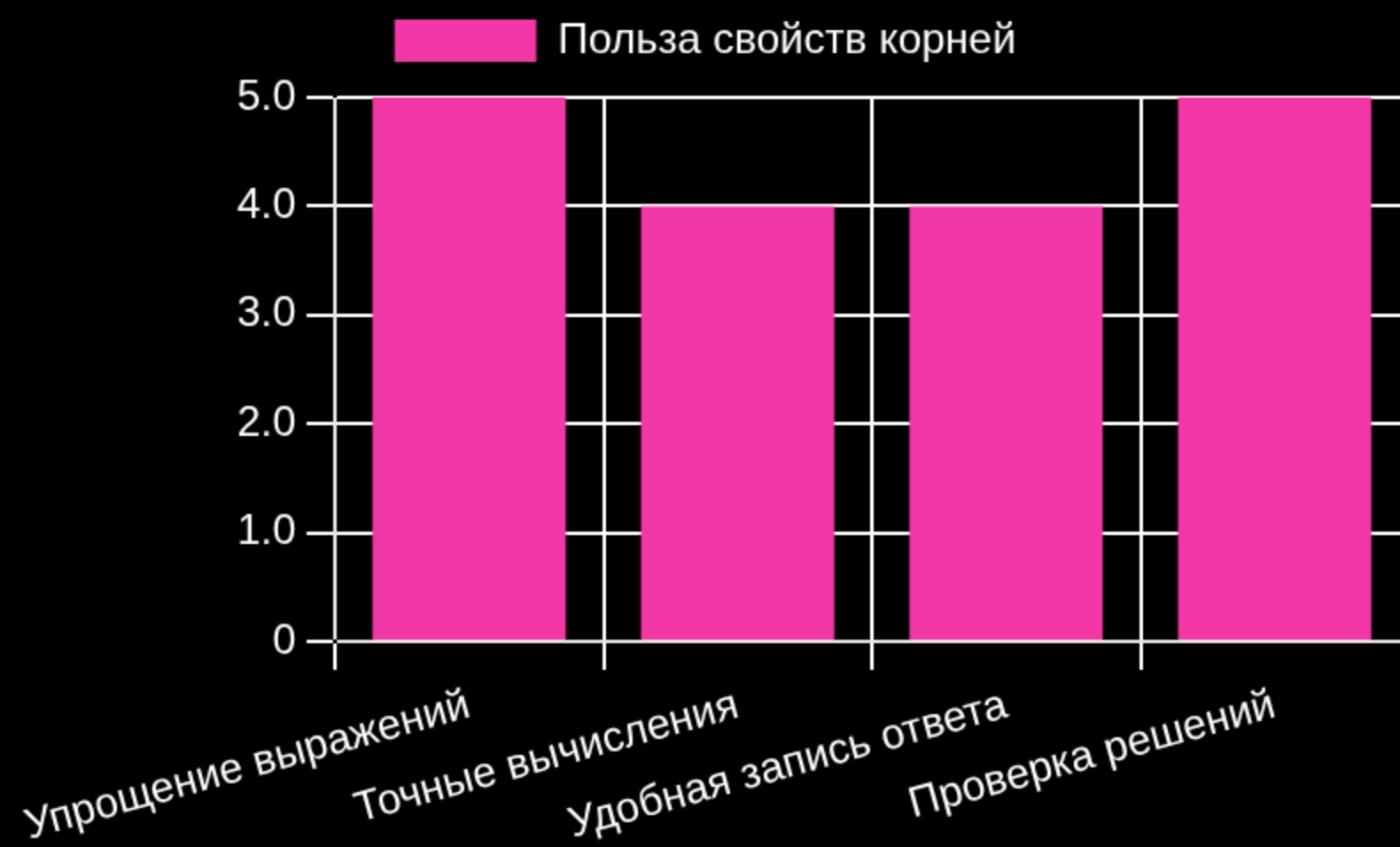
Квадратные корни часто встречаются при решении простых уравнений, где нужно аккуратно выделить корень и затем проверить, подходит ли найденное значение.



Проверка ответа

Если результат получен без калькулятора, его можно быстро проверить, возведя число в квадрат. Это помогает обнаружить ошибку ещё до записи окончательного ответа.

Что дают свойства квадратных корней



Свойства корней особенно полезны, когда нужно быстро преобразовать выражение или проверить ответ без длинных вычислений.

Наибольшую практическую пользу дают упрощение выражений и проверка решений: именно они чаще всего экономят время в школьных задачах.

Обобщение правил арифметических квадратных корней, 8 класс

Главные выводы по теме



Арифметический квадратный корень существует только для неотрицательных чисел. Его свойства помогают упрощать выражения, находить точные значения и быстро проверять вычисления в задачах по алгебре.