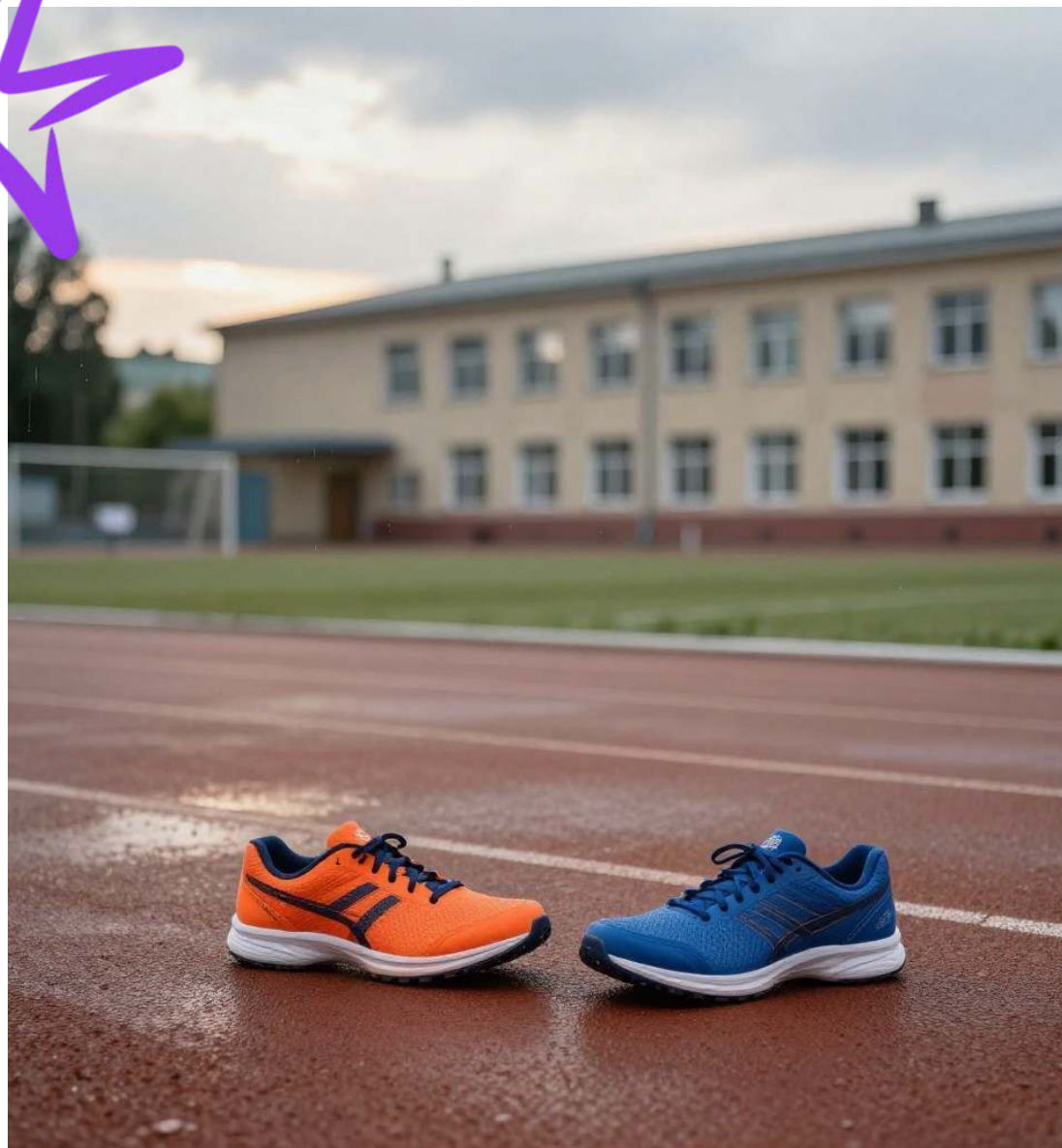


Движение в геометрии: преобразования фигур

Движение преобразует плоскость так, что расстояния между точками не меняются.

Почему движения особенно важны в 9 классе



В 9 классе движения помогают понимать равенство фигур, признаки равенства треугольников, осевую и центральную симметрию. Они связаны с координатной плоскостью, построениями на чертеже и задачами на доказательство, а также встречаются в графике, архитектуре и орнаментах.



Основные свойства движения

При движении любая фигура переходит в равную ей: можно сказать, что «ничего не искажается». Это означает сохранение всех ключевых геометрических характеристик, которые важны для доказательств.

Главный факт — расстояние между точками остаётся прежним. Если точка A переходит в A_1 , а B — в B_1 , то $AB = A_1B_1$, значит, фигура сохраняет размеры и форму.

Поскольку сохраняются и величины углов, треугольники и другие фигуры не «тянутся» и не «сминаются». Поэтому движение считают одним из базовых преобразований евклидовой геометрии.

Какие свойства сохраняются при движениях

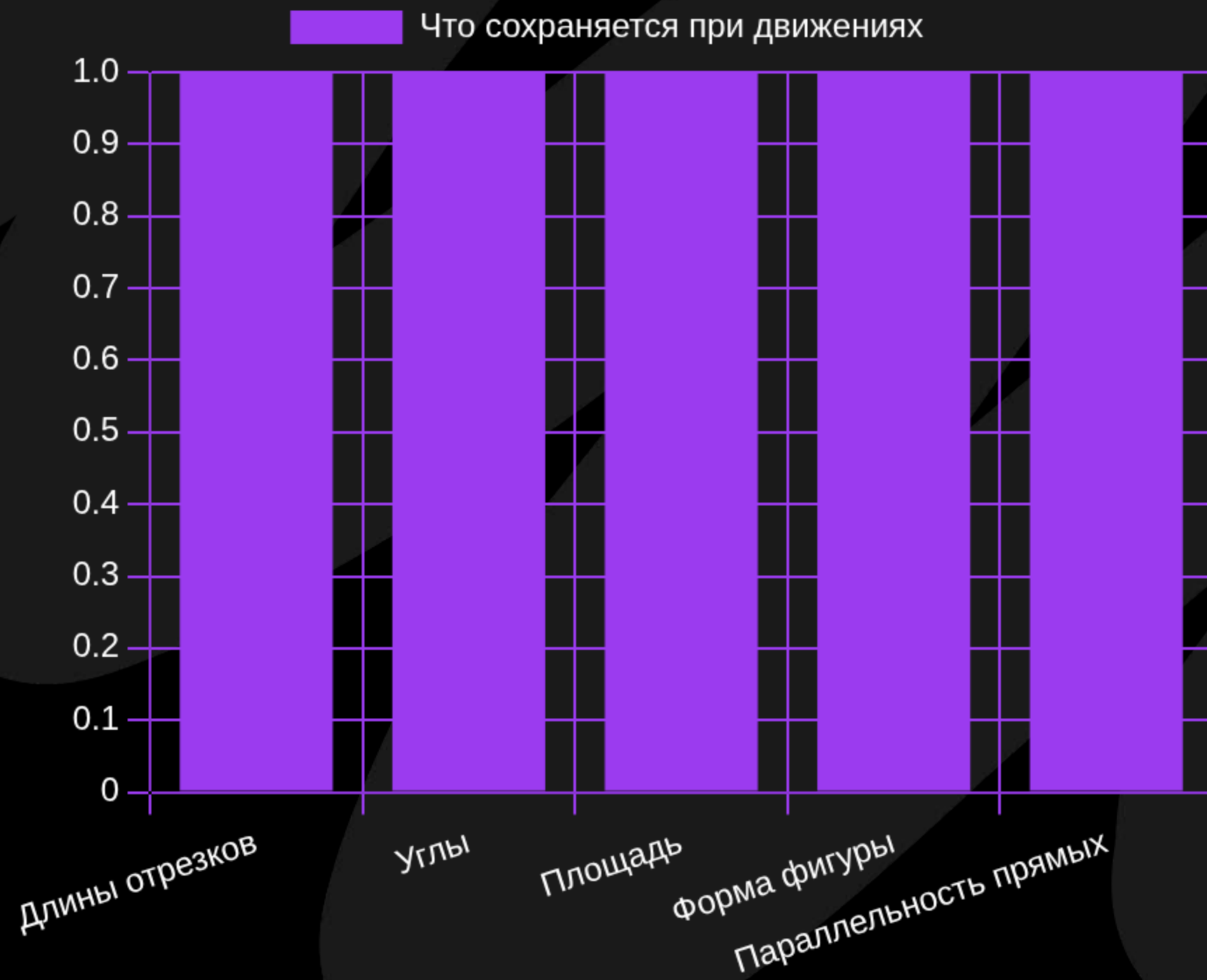


Диаграмма показывает: перечисленные свойства сохраняются одновременно, так что образ фигуры остаётся геометрически тем же по строению.

Раз все характеристики совпадают, движение можно использовать как надёжный инструмент для сравнения фигур и доказательства их равенства.

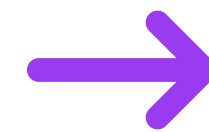
Сводное представление по теории движений в школьной евклидовой геометрии (без внешнего источника, дата не применима).

Перенос как движение плоскости



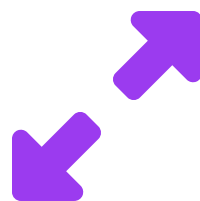
Перенос задаётся вектором

При переносе каждая точка фигуры смещается на один и тот же вектор: у него есть направление и длина. Поэтому все точки «едут» в одинаковом смысле и на одинаковое расстояние.



Одинаковое смещение для любых точек

Если точка A переходит в A_1 , а B — в B_1 , то $AA_1 = BB_1$. Отрезки AA_1 и BB_1 параллельны, то есть движение выполняется строго по одному направлению для всех точек фигуры.



Сохраняются параллельность и равенство

Перенос не меняет углы и длины, поэтому фигуры остаются равными. Параллельные прямые после переноса остаются параллельными, а расположение элементов сохраняет «геометрию» узора.



Где встречается перенос

Перенос узнаётся в узорах и орнаментах, где фрагмент повторяется одинаковым сдвигом. Он помогает и при построениях на координатной сетке, когда сдвиг задан заранее.

Виды движений и их признаки

Вид движения	Основной признак	Пример
Перенос	Смещение всех точек на один вектор	Орнамент с одинаковыми фрагментами
Поворот	Вращение вокруг центра на угол	Стрелка часов
Отражение относительно прямой	Симметричность относительно оси	Зеркальное отражение
Центральная симметрия	Точки на равных расстояниях от центра	Рисунок с точкой О в центре

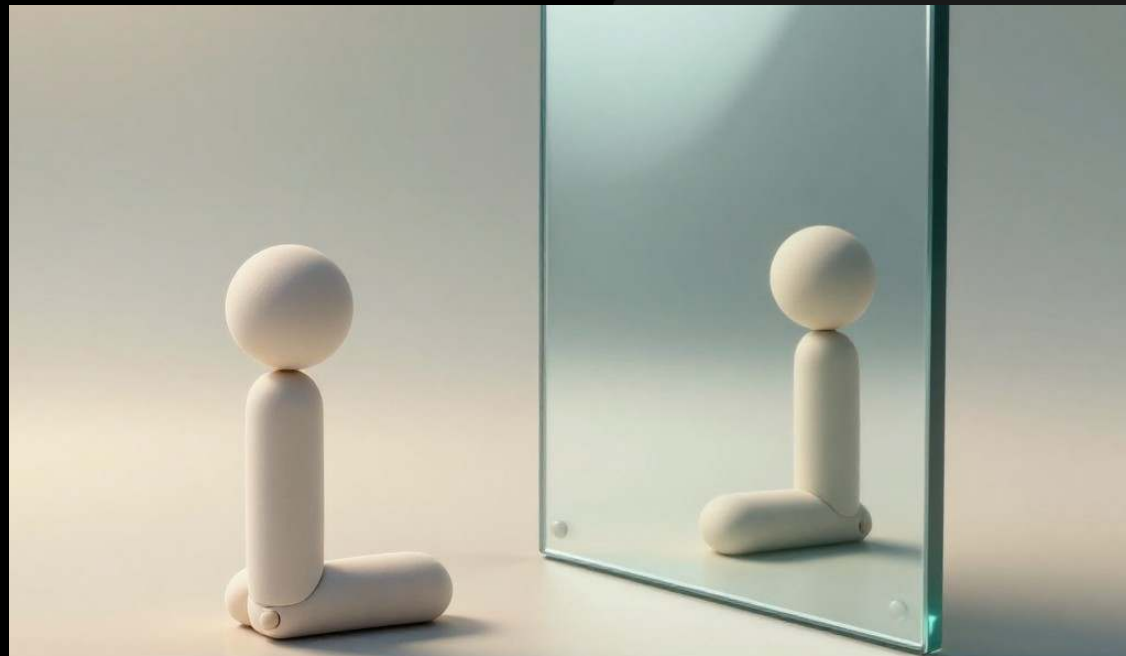


Сопоставьте вид движения с тем, что именно остаётся неизменным, и с типичным примером. В конце таблицы фиксируется общий вывод о расстояниях.

Для каждого вида движения действует общий принцип: расстояния сохраняются, а значит образ фигуры геометрически равен исходной фигуре.

Школьный курс геометрии: определения преобразований на плоскости и их свойства.

Осевая симметрия в геометрических рисунках



01 Когда появляется зеркало

Осевая симметрия — это отражение фигуры относительно прямой, которую называют осью симметрии. Точка и её образ лежат по разные стороны от оси и на одинаковом расстоянии от неё. Так возникает эффект «зеркала». До и после отражения форма остаётся той же.



02 Бабочка как готовая симметрия

Если провести ось симметрии посередине рисунка бабочки, крылья обычно повторяют друг друга. Один «полукрыл» точно соответствует другому, как в отражении. Поэтому осевая симметрия часто выглядит естественно и заметно.



03 Симметрия букв в школьной тетради

Некоторые буквы, например А, М и Т в аккуратной записи, могут быть осесимметричными относительно вертикальной оси. Такое соответствие хорошо видно, если представить отражение буквы в воображаемом зеркале на странице. Это отличный пример для тренировки образов точек.

Центральная симметрия и поворот на 180°

01 Центральная симметрия относительно точки O означает: точка и её образ лежат на одной прямой с O . При этом точка O является серединой отрезка между ними.

02 Такое преобразование совпадает с поворотом на 180° вокруг центра O : все направления «переворачиваются» противоположно, но расстояния сохраняются. Поэтому фигура остаётся равной своему образу.

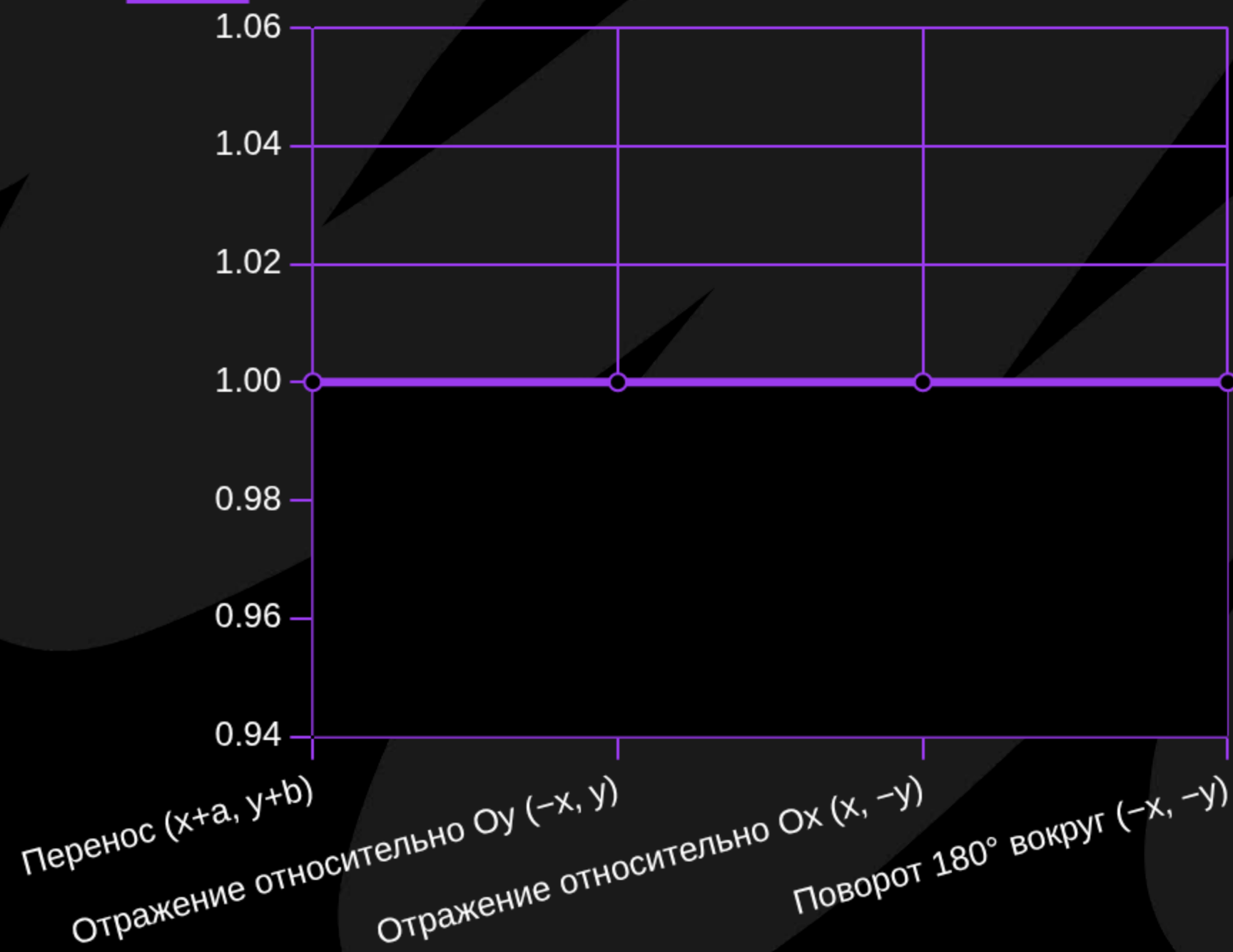
03 Центральная симметрия часто встречается в орнаментах и рисунках, где есть точка-«центр композиции». Она заметна и на координатной сетке, когда парные точки расположены симметрично относительно начала координат.

04 У параллелограмма диагонали пересекаются в точке, обладающей свойством центра симметрии. Это позволяет использовать движение для объяснения равенства частей фигуры.

Сравнение координат точек при переносе и симметрии



Как меняются координаты при переносе и отражениях



Координатная запись помогает быстро получать образы точек: важно лишь выбрать верное правило для координат.

График поддерживает идею: разные движения задаются разными простыми изменениями координат, поэтому строить образы можно без лишних измерений.

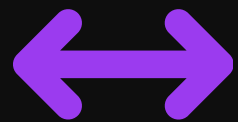
Теоретические правила координатных преобразований в школьной аналитической геометрии (без внешних измерений, дата не применима).

Построение образа фигуры при движении

Алгоритм для построений: от выбора преобразования до проверки равенства фигур.



Как движением доказывают равенство фигур



Совместимость фигур

Если после движения одна фигура точно «накладывается» на другую, значит, они равны. Такой аргумент опирается на то, что движение сохраняет геометрический размер и форму без измерений.



Треугольники, отрезки и углы

Движение удобно применять к треугольникам, отрезкам и углам: при преобразовании совпадают соответствующие стороны и углы. Поэтому можно обосновать равенство, не прибегая к линейке и транспортира.

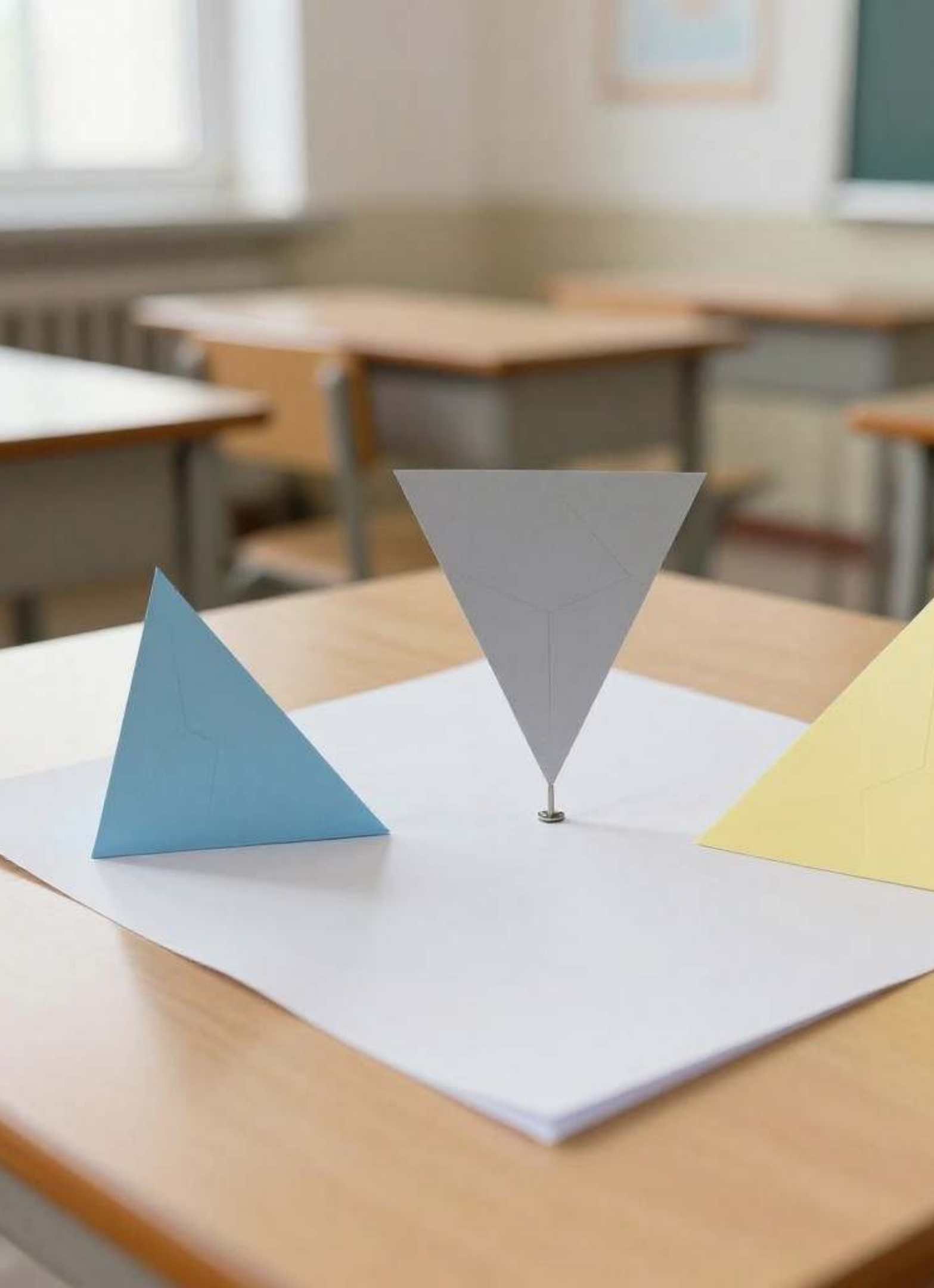


Типичные задачи 9 класса

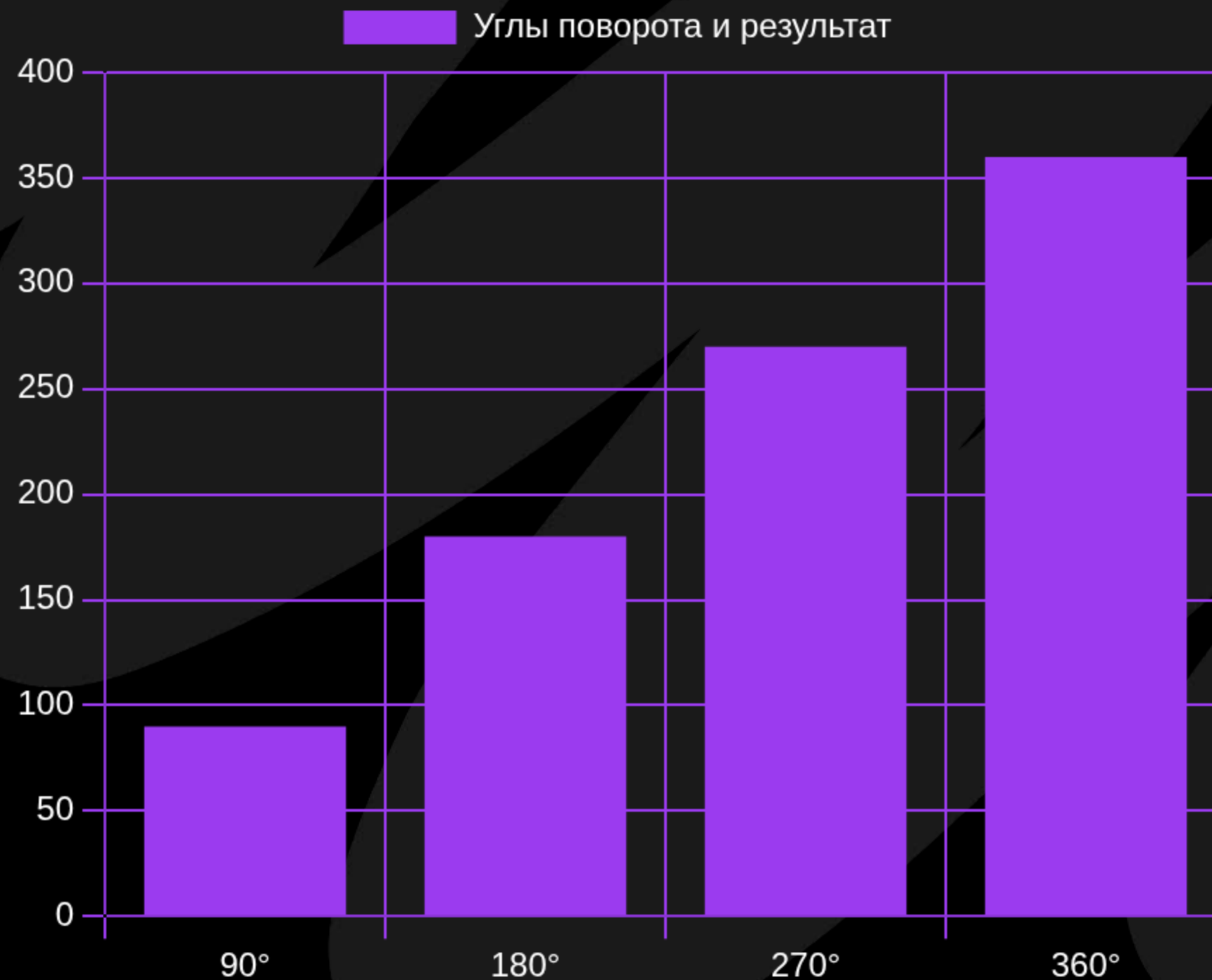
В школьных заданиях этот способ помогает доказывать равнобедренность, симметрию и равенство частей чертежа. Ученики показывают соответствие элементов через образы точек и линий.

Поворот фигуры вокруг точки

- Поворот — это движение, при котором каждая точка фигуры вращается вокруг заданного центра на один и тот же угол в одном направлении. Угол может быть 90° , 180° , 270° или другим.
- При таком преобразовании сохраняются длины отрезков, величины углов и площадь фигуры. Поэтому поворот помогает получать равные фигуры и строить образы на чертеже по одному правилу для всех точек.



Углы поворота и результат преобразования

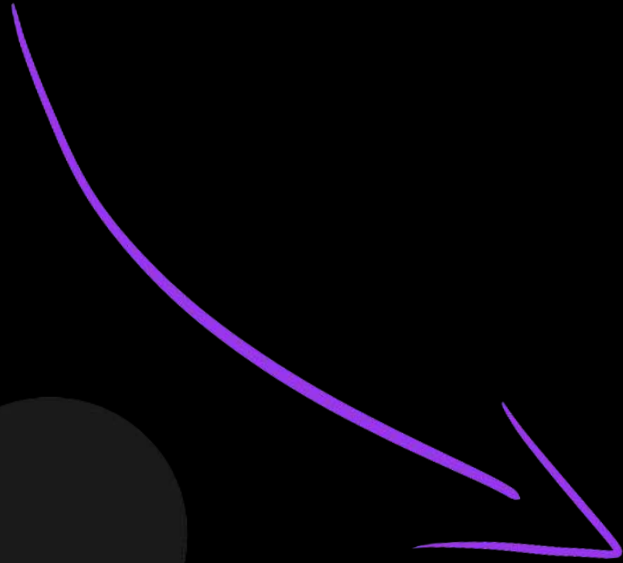


Угол 90° даёт четверть оборота, 270° — три четверти, а 360° возвращает точки в исходное положение. Это помогает быстро проверять построение образа.

По диаграмме видно: 180° тесно связано с центральной симметрией, потому что фигура оказывается повернутой «на половину круга». 360° даёт тождество — исходный вид сохраняется.

Учебная программа по геометрии 9 класса: темы «поворот» и «углы поворота» (схема по стандартным значениям 90° , 180° , 270° , 360°).

На координатной плоскости удобно строить образы: для поворота на 180° достаточно заменить $(x; y)$ на $(-x; -y)$, сохраняя равенство фигур.



180°

Поворот на 180° переводит точку в симметричную относительно начала координат, поэтому координаты меняют знак у обеих осей.
Учебные материалы по геометрии: правила координат для поворота на 180° (обобщение по школьному курсу).

Формулы и правила для координат при движениях

Вид движения

Правило для точки

Пример

Перенос (a; b)

$$(x; y) \rightarrow (x+a; y+b)$$

$$(2;3) \rightarrow (5;1)$$

Отражение относительно Ох

$$(x; y) \rightarrow (x; -y)$$

$$(2;3) \rightarrow (2; -3)$$

Отражение относительно Оу

$$(x; y) \rightarrow (-x; y)$$

$$(2;3) \rightarrow (-2;3)$$

Поворот 180°

$$(x; y) \rightarrow (-x; -y)$$

$$(2;3) \rightarrow (-2; -3)$$

Правила превращают построения из «измерений» в аккуратные подстановки: достаточно применить формулу к каждой точке фигуры.

Собранные по школьному курсу формулы преобразований на координатной плоскости (геометрия 9 класс).

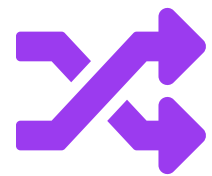
Одни и те же правила работают для любой точки: поэтому фигуру можно переносить, отражать и поворачивать без линейки и транспортира, только по координатам

Как распознать тип движения в задаче

Алгоритм опирается на свойства движений: сохранение расстояний и углов, а также геометрические признаки оси и центра симметрии.

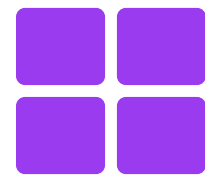


Движения в орнаментах, мозаиках и логотипах



Орнаменты и повторение

В орнаментах часто используют переносы: элементы выстраиваются в ряды и «шаг за шагом» заполняют плоскость. Иногда добавляют повороты, чтобы узор сохранял ритм на разных направлениях.



Мозаики и порядок

В мозаиках одинаковые части повторяются так, что образуется закономерный рисунок. Это получается благодаря последовательным преобразованиям: переносам, поворотам или их сочетаниям с симметрией.



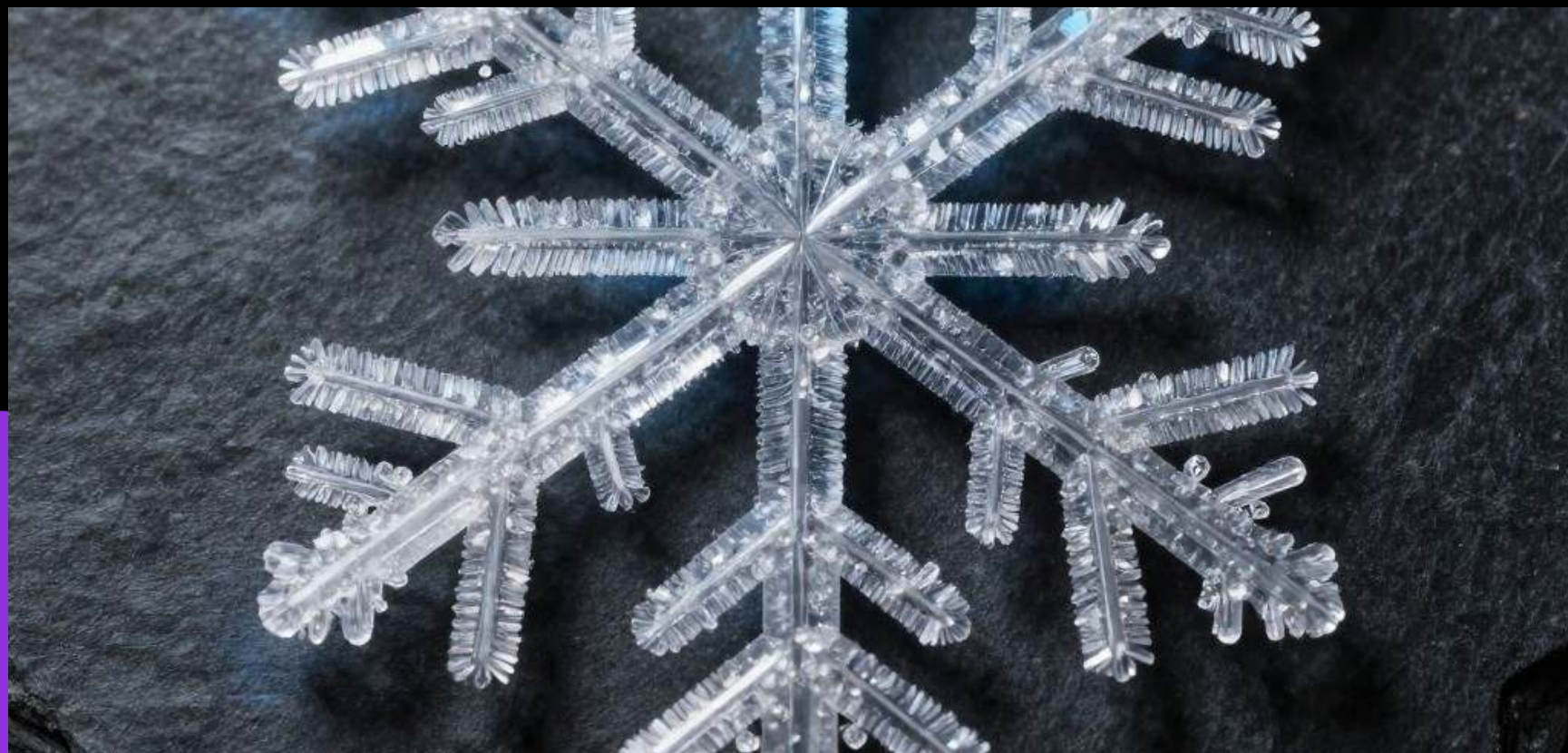
Логотипы и симметрия

Осевая или центральная симметрия в логотипах помогает добиться визуального равновесия. Поэтому значки и эмблемы выглядят «собранными», а формы остаются узнаваемыми при зеркальном отображении или повороте.

Симметрия в природе и технике

Снежинки: геометрия в деталях

Снежинки часто демонстрируют осевую и поворотную симметрию: одинаковые «ветви» повторяются вокруг центральной области. Благодаря этому узор выглядит сложным, но подчиняется простым правилам отражения и вращения. Такие структуры удобно описывать через движения в геометрии.



Конструкции машин: устойчивость и равномерность

Во многих деталях техники симметрия помогает обеспечить устойчивость и удобство сборки. Если формы повторяются слева направо или вокруг оси, нагрузка распределяется более равномерно, а детали легче изготавливать и проверять. Геометрические движения позволяют точно формулировать такие требования.



Типичные ошибки при изучении движений

Частая ошибка — путать отражение относительно прямой и поворот на 180° . В первом случае образ оказывается «зеркальным» по отношению к оси, а во втором — точка просто занимает положение на противоположной стороне центра.

Ещё одна ошибка — забывать, что при движении сохраняются расстояния и углы, а координаты могут изменяться. Поэтому нужно следить за правилами преобразования, а не делать выводы по «кажется одинаково» на глаз.

Также ученики иногда неверно выбирают центр поворота или ось симметрии. На координатной плоскости особенно важно аккуратно сравнивать знаки координат: проверка по равенству соответствующих отрезков и углов помогает быстро найти ошибку.

Движение — главный инструмент равенства и построений

Движение в геометрии — это преобразование, сохраняющее расстояния, углы и форму фигуры. К основным видам относятся перенос, поворот, осевая и центральная симметрия. На координатной плоскости они задаются формулами и помогают доказывать равенство и выполнять построения в геометрии 9 класса.