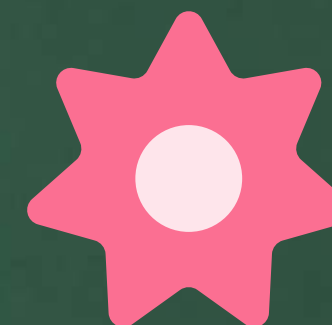




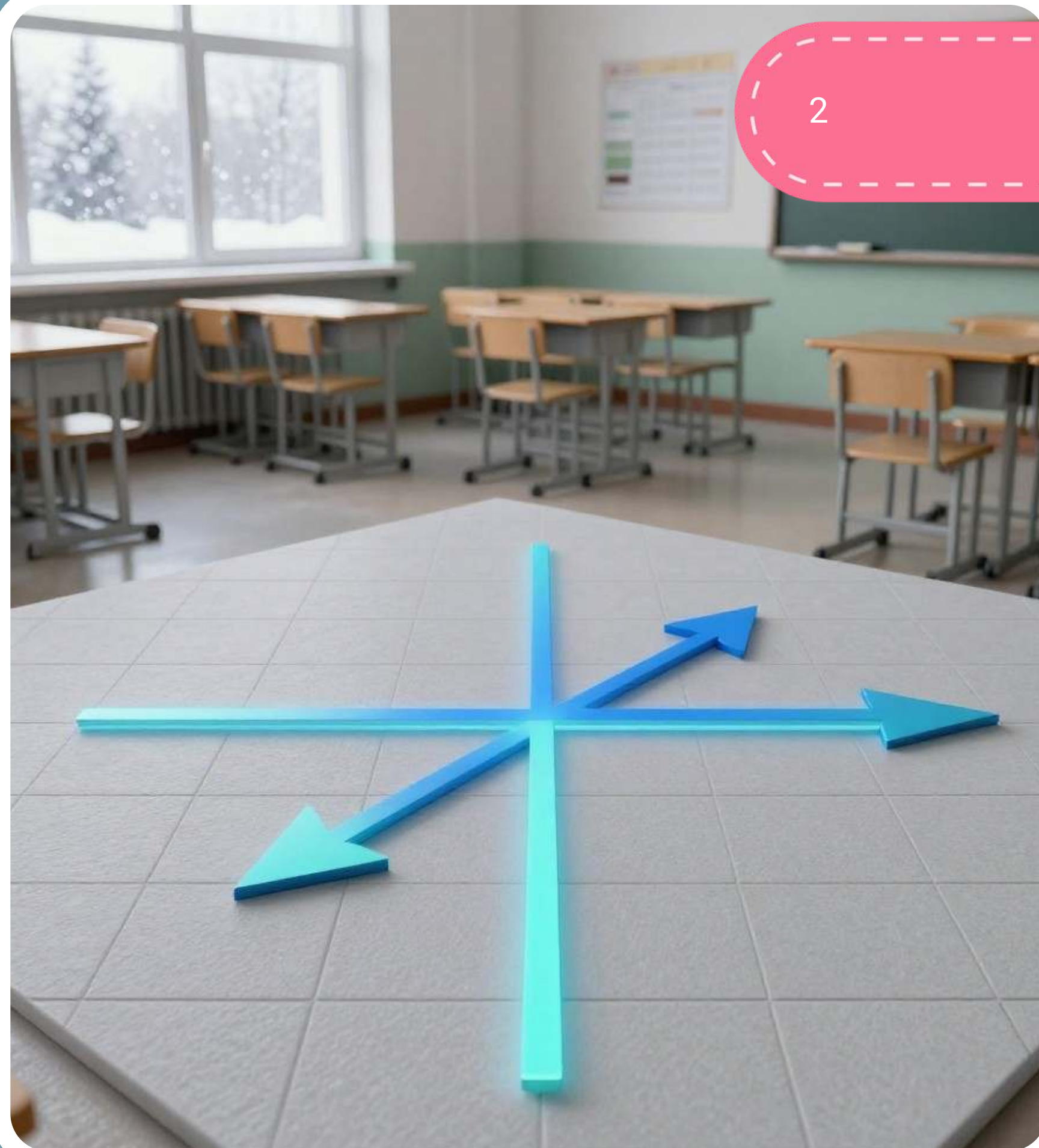
Координаты вектора: как записывают направление и длину на плоскости

Разберём, как по координатам находят направление, длину и решают задачи с векторами на плоскости.



Где встречаются векторы и зачем нужны их координаты

Векторы помогают описывать перемещение и направление. Их координаты связывают рисунок с числами: так легче сравнивать направления, находить середину отрезка и проверять равенство или противоположность векторов.



Что такое вектор

3

01

Вектор — это направленный отрезок: у него есть начало и конец. Ещё важно, что у него есть длина и направление, то есть куда «смотрит» стрелка.

02

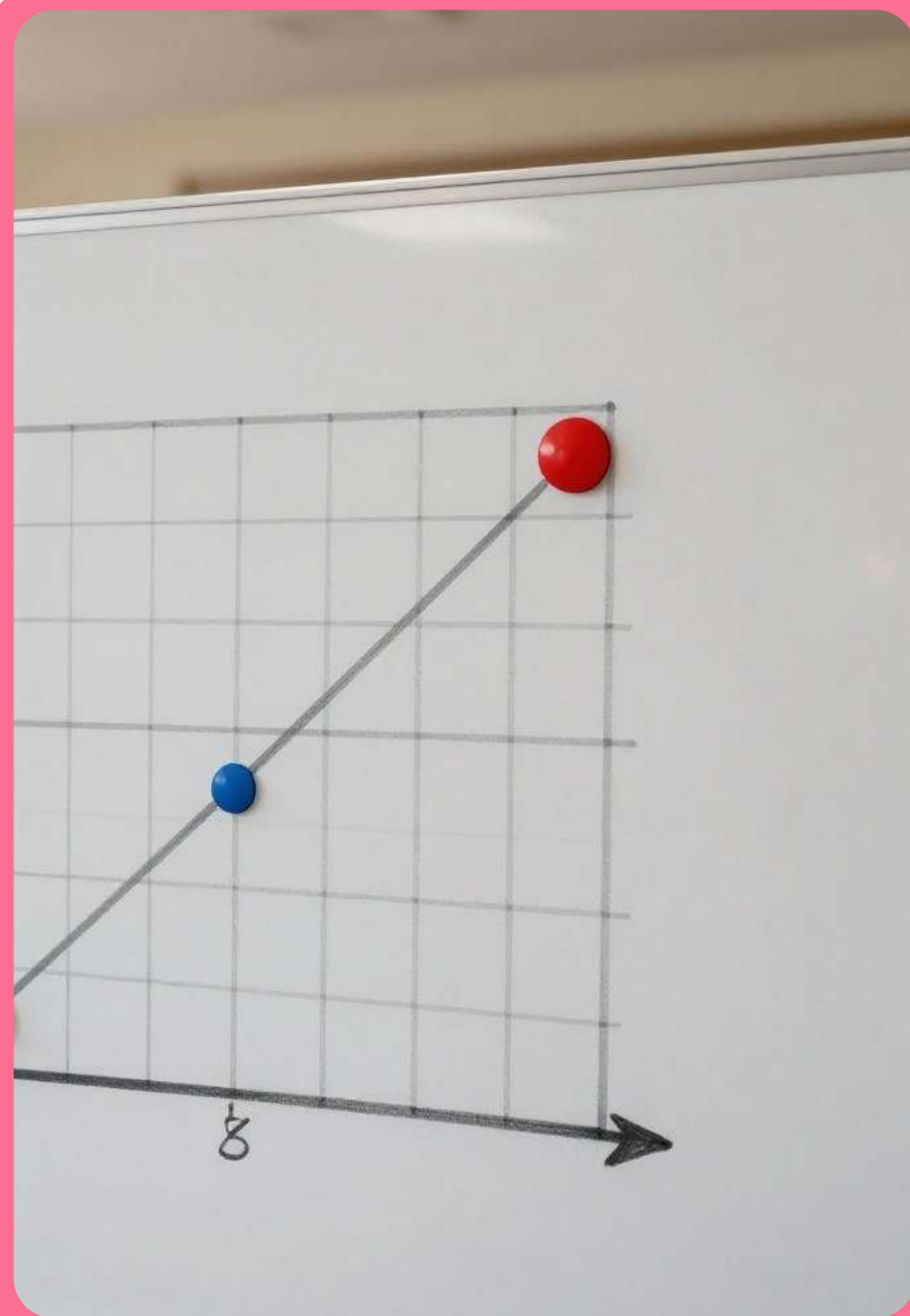
На чертежах вектор обозначают стрелкой, например $\rightarrow AB$. Две стрелки могут стоять в разных местах плоскости, но оставаться равными, если у них совпадают длина и направление.

03

Нулевой вектор расположен так, что начало и конец совпадают в одной точке. Он имеет длину 0 и не задаёт направления, потому что стрелка фактически отсутствует.

Как выглядит вектор на координатной плоскости

4



Оси и сдвиг от А к В

На координатной плоскости выбирают точки А и В и проводят вектор $\rightarrow AB$ стрелкой. По рисунку видно, как точка В получается из А за счёт сдвигов по оси x и по оси y .

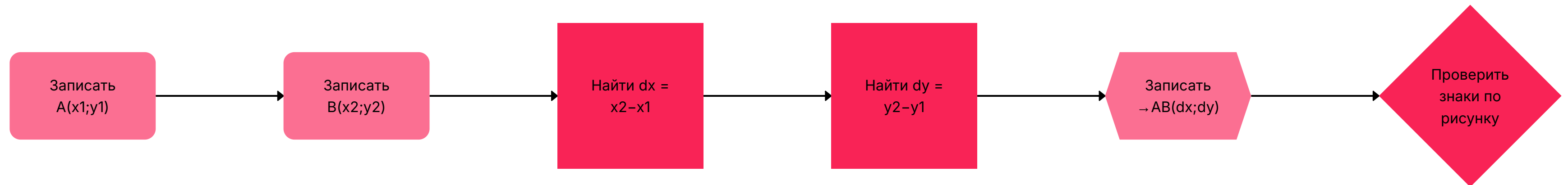
Сравнение направлений: вправо-вверх и влево-вниз

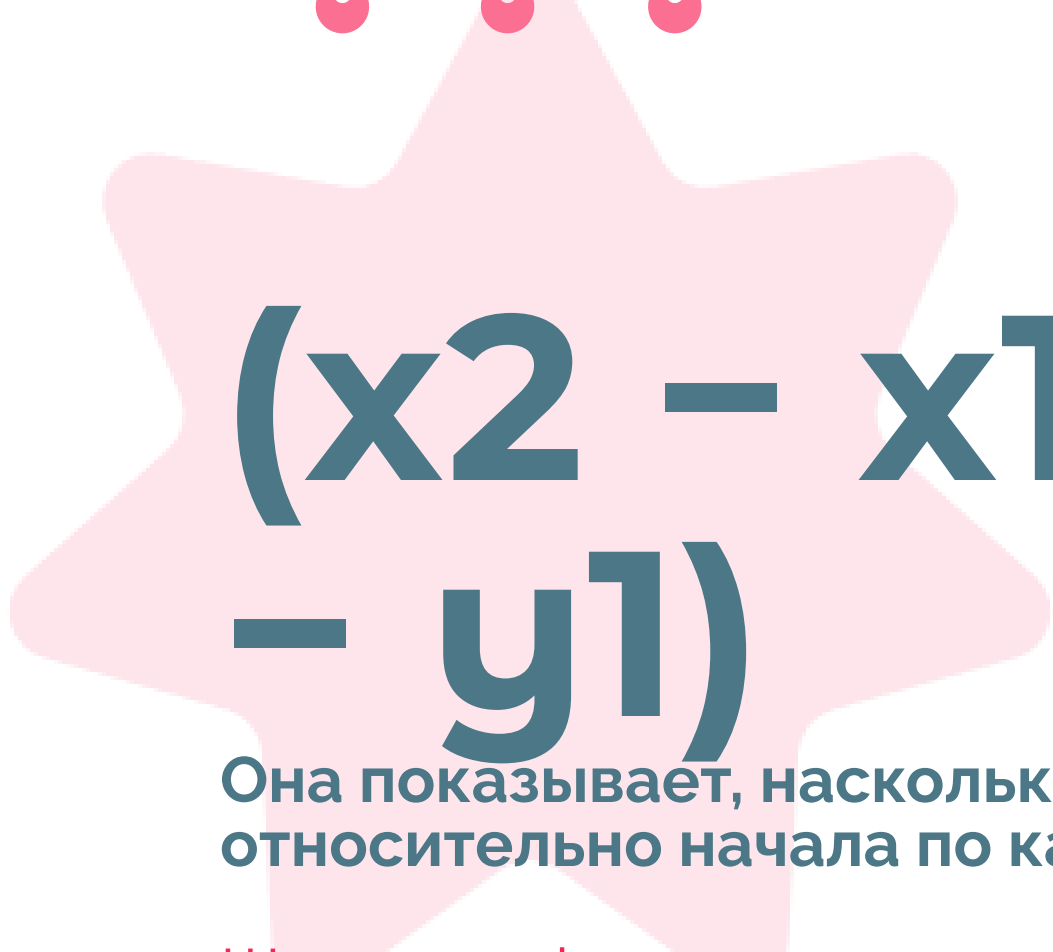
Если вектор направлен вправо и вверх, то абсцисса и ордината увеличиваются. При развороте на противоположные стороны знаки изменений меняются: движение можно сразу «прочитать» по стрелке.

Как находят координаты вектора

5

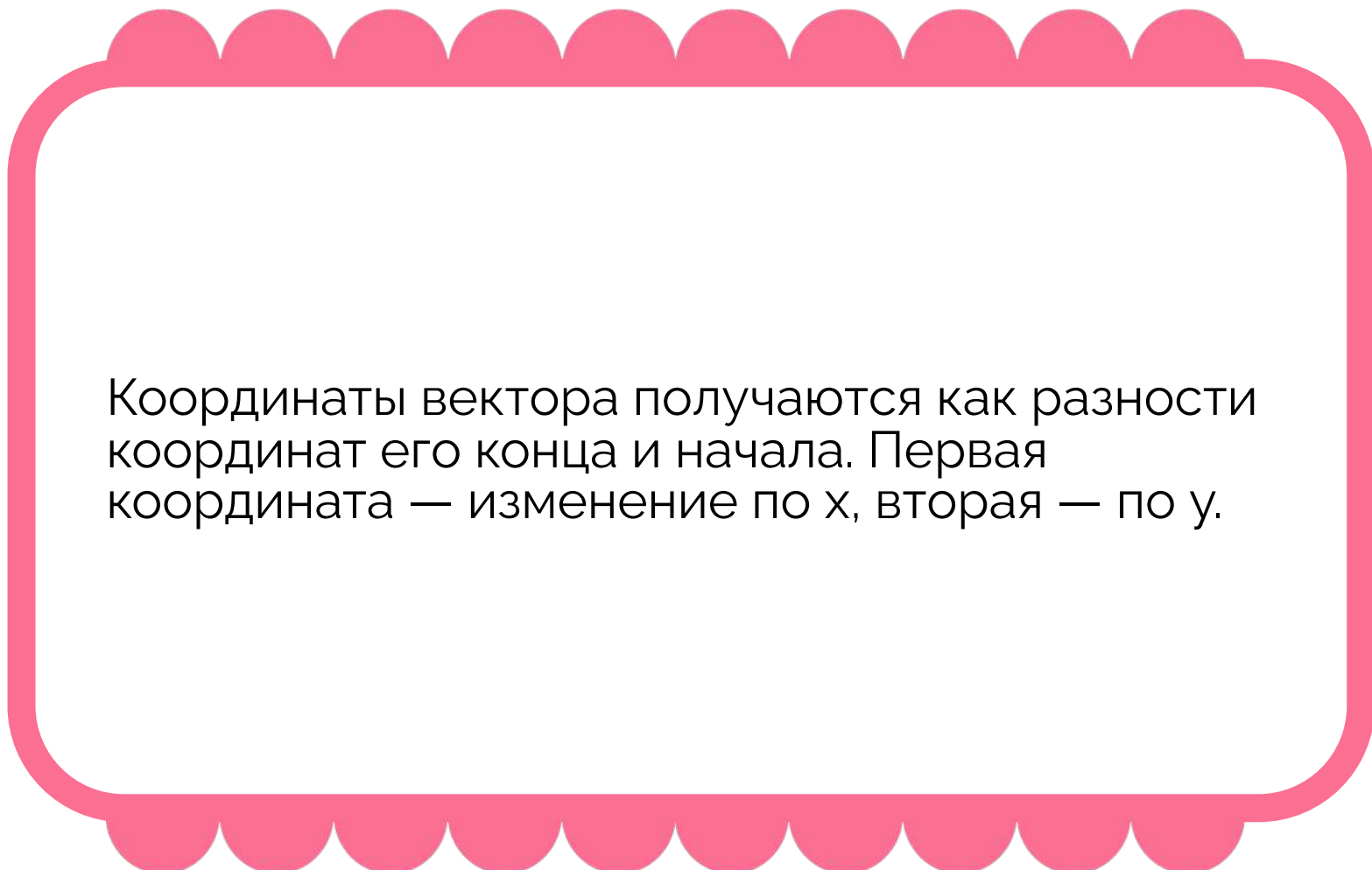
Берут координаты начала и конца, затем вычисляют разности по осям x и y .




$$(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$$

Она показывает, насколько конец смещён относительно начала по каждой оси.

Школьная формула из курса геометрии 9 класса



Координаты вектора получаются как разности координат его конца и начала. Первая координата — изменение по x , вторая — по y .

Примеры вычисления координат вектора

7

Вычислим координаты $\rightarrow AB$ как $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ и проверим смысл первой и второй координаты.

Точки A и B	Вектор $\rightarrow AB$	Проверка
A(1;2), B(5;6)	(4;4)	dx отвечает за горизонталь
A(-3;1), B(2;-2)	(5;-3)	dy отвечает за вертикаль
A(4;-1), B(1;3)	(-3;4)	знаки совпадают с направлением

По результатам видно: знак dx говорит, вправо или влево идёт сдвиг, а знак dy — вверх или вниз.

Самостоятельные вычисления по формуле

Изменение по осям x и y в разных векторах

8

Учитывайте: при отрицательном значении координаты движение идёт в сторону, противоположную выбранной оси. Поэтому по знакам легко определить направление без длинных рассуждений.

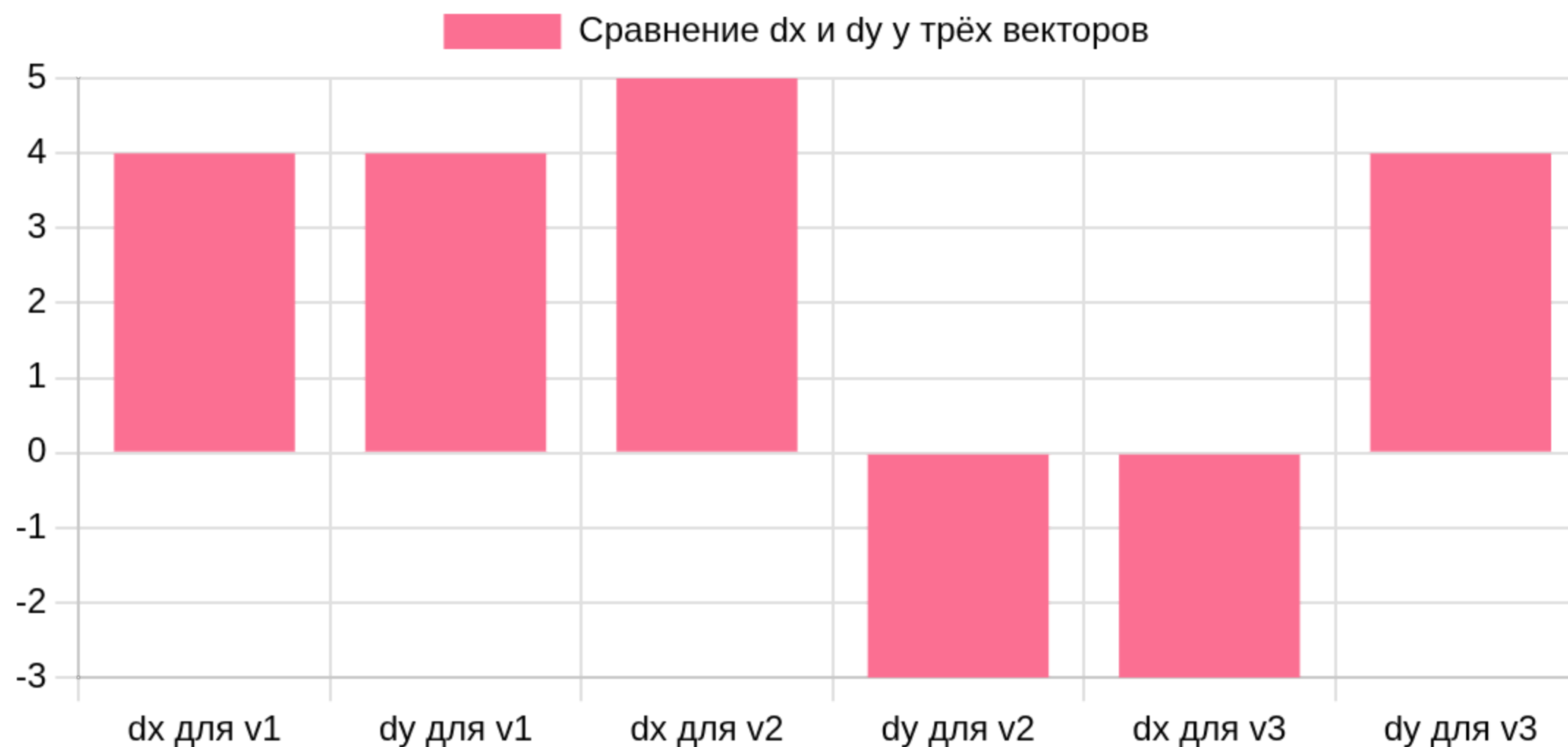


Диаграмма подчёркивает главное: знак каждой координаты сразу показывает направление по соответствующей оси, а модуль — величину сдвига.

Расчёты по таблице с примерами ($dx=x_2-x_1$, $dy=y_2-y_1$)

Связь координат вектора и длины

9

.1 • • •

Длина вектора зависит от его координат. Если вектор имеет вид $(x; y)$, то для него используется формула $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

.2 • • •

Квадраты координат складываются так же, как в теореме Пифагора. Геометрически можно представить, что x и y — катеты прямоугольного треугольника.

.3 • • •

Это позволяет вычислять длину вектора по числам, не измеряя на чертеже. Координаты уже «содержат» информацию о расстоянии и направлении.

.4 • • •

Одинаковые координаты дают одинаковую длину, а разные координаты могут давать разную «геометрию» даже при похожих значениях сумм. Поэтому важно именно выражение $x^2 + y^2$.

Нулевой вектор и противоположные векторы

10



Нулевой вектор имеет координаты $(0; 0)$ и длину 0. Он не задаёт направления, потому что конец не смещён относительно начала.



Противоположные векторы имеют одинаковую длину, но направления противоположны. Их координаты отличаются знаком: $(x; y)$ и $(-x; -y)$.



Для противоположных векторов сумма координат по каждой оси равна нулю: по x и по y «сдвиги» взаимно уничтожаются, поэтому общий результат — нулевой.

Перенос вектора без изменения координат

11

.1

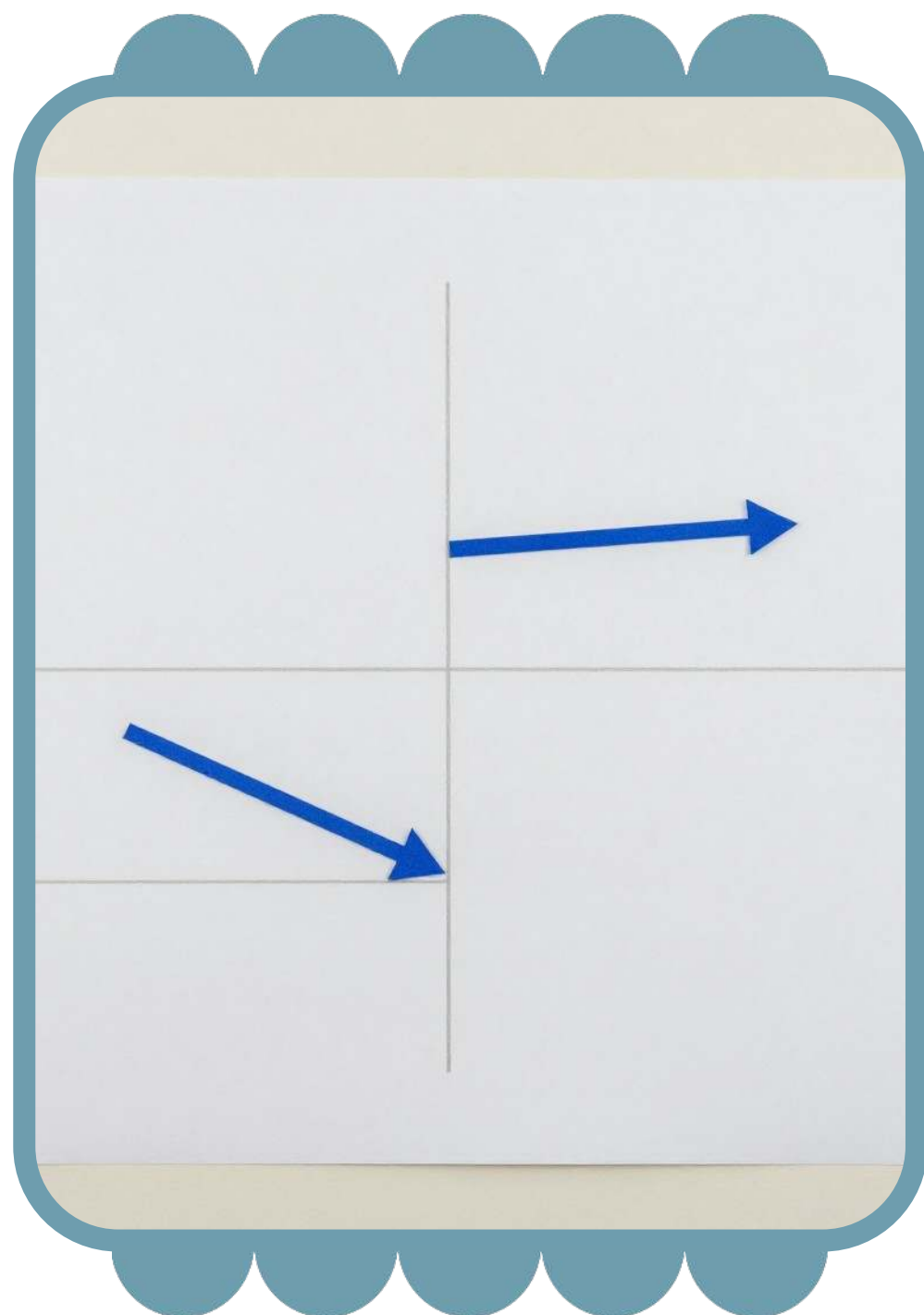


На рисунке два одинаковых направленных отрезка стоят в разных местах плоскости. Координаты вектора не меняются при параллельном переносе, потому что важны лишь величина смещения и направление.

.2



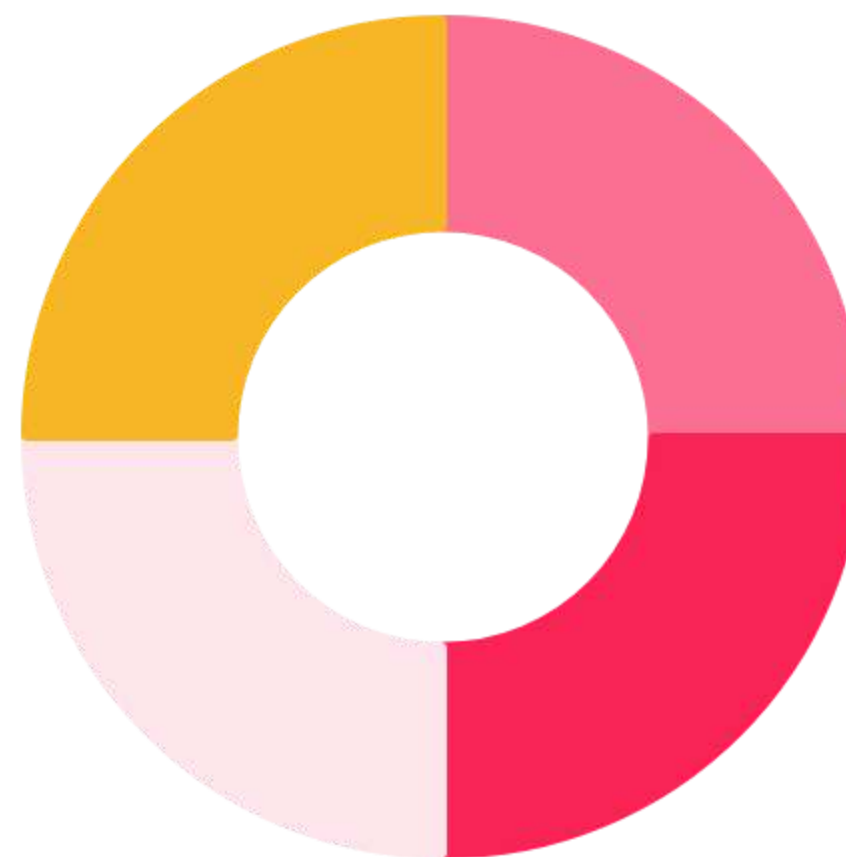
Если мы «передвинем» вектор, его начало и конец окажутся в новых точках, но разности координат по осям сохранятся. Поэтому равные векторы можно переносить в любую точку координатной плоскости.



Направления векторов в координатной плоскости

12

Знаки dx и dy однозначно указывают, в какую сторону направлен вектор: по оси x — к правой или левой части, по оси y — к верхней или нижней.



Если обе координаты положительные — вектор идет в первый квадрант, если первая положительная и вторая отрицательная — во второй, и так далее по знакам.

Учебный материал по геометрии (основы работы с координатами вектора), без внешних данных.

Типичные ошибки при работе с координатами вектора

Ошибка	Что делают вместо правила	Как проявится	Правильная проверка
Сложение вместо вычитания	Складывают x и y	Координаты смещения получаются неправильными	Нужно считать $x_2 - x_1$ и $y_2 - y_1$
Путают начало и конец	Меняют местами A и B	Знаки координат часто «переворачиваются»	Вектор задаётся от точки A к B
Пропускают минус	Теряют отрицательное значение	Направление по оси меняется	По рисунку сверяют знак каждой координаты
Смешивают точку и вектор	Подставляют координаты точки вместо разности	Неверная запись пары чисел	Координаты вектора — разность координат двух точек

Четыре частые ошибки приводят к неверным координатам, потому что меняют смысл разности координат точек. В таблице указаны последствия и правило проверки перед ответом.

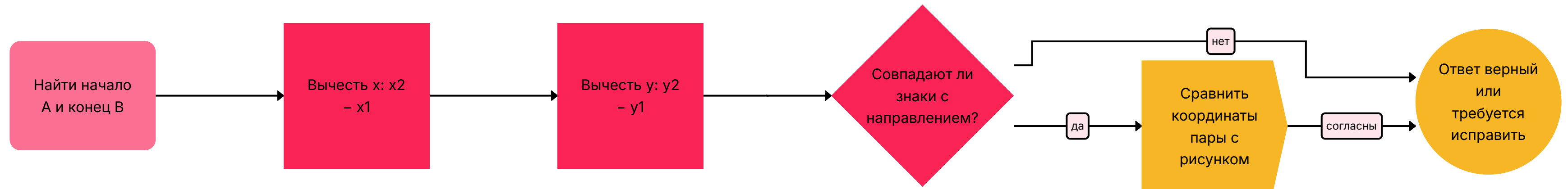
Большинство ошибок можно отловить проверкой: координаты вектора — это именно разности по осям между концом и началом, а направление соответствует знакам.

Обобщение типичных ошибок из практики задач по координатам векторов (школьный курс).

Проверка ответа на координаты вектора

14

Алгоритм самопроверки координат по началу, концу и знакам на плоскости.



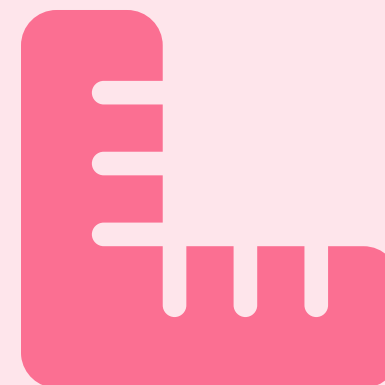
Вектор однозначно задаётся координатами точек

15



Берём начало и конец

Если известны координаты двух точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то вектор $\overrightarrow{AB}$ находится без построений. Его координаты определяются разностями по каждой оси.



Вычисляем dx и dy

Находим $dx = x_2 - x_1$ и $dy = y_2 - y_1$. Полученная пара чисел сразу показывает смещение по горизонтали и вертикали, а направление задаётся знаками dx и dy .



Переносим без потери смысла

Один и тот же вектор можно перенести в другую точку плоскости: координаты его не изменятся. Это помогает в задачах на перемещение, параллельность и стороны фигур.

Как меняется длина при разных координатах

16

Хотя у векторов с большей «суммой» чисел длина часто кажется больше, решает именно x^2+y^2 : именно квадраты сохраняют связь с теоремой Пифагора.

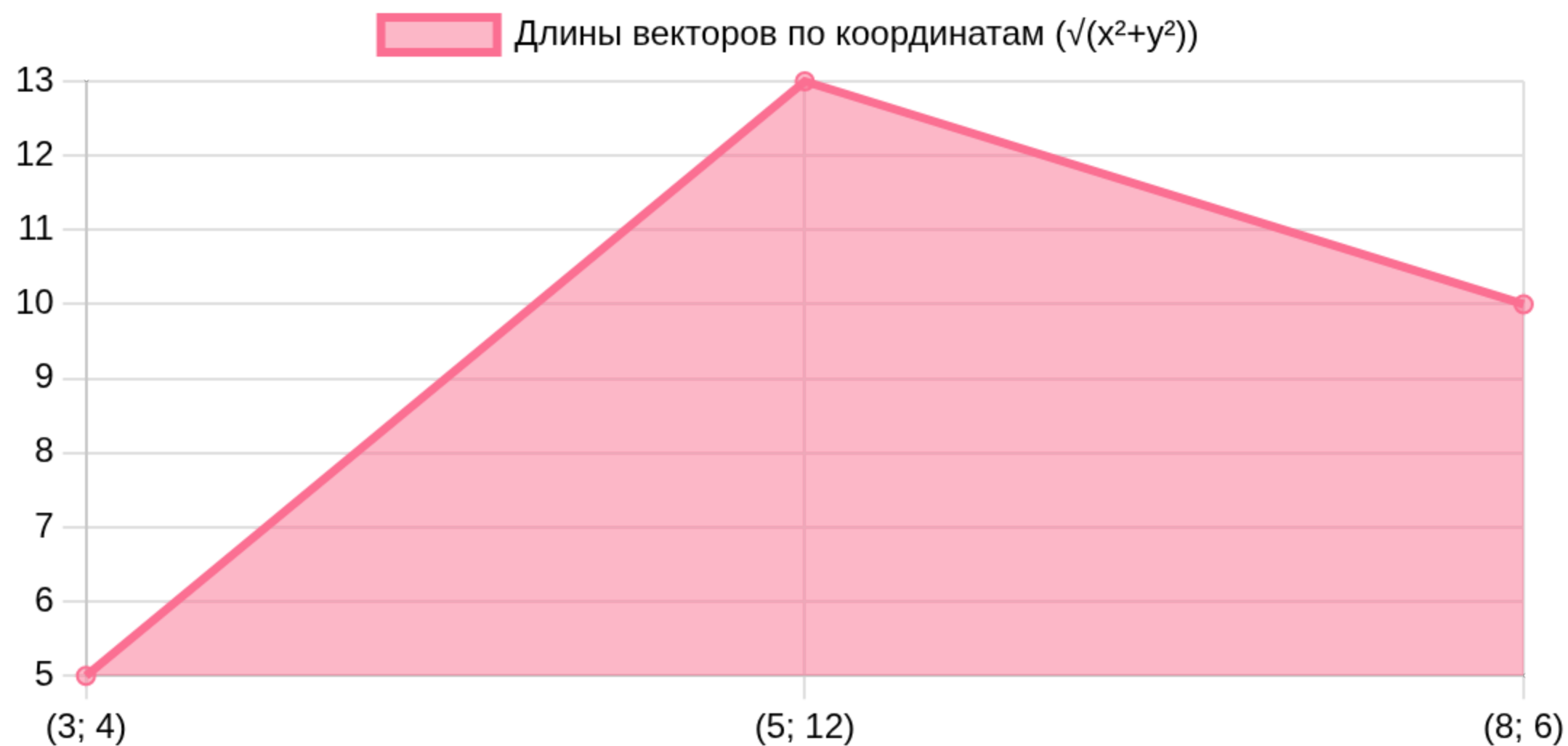


График показывает: (5; 12) имеет максимальную длину 13, несмотря на то что (8; 6) и (3; 4) имеют свои варианты по величинам координат.

Расчёт по формуле длины вектора $|\vec{a}| = \sqrt{x^2+y^2}$ для точек (3;4), (5;12), (8;6).

Координаты вектора в задачах на геометрию

17

Когда в задаче про прямые требуется показать их параллельность, координаты векторов помогают сделать вывод вычислением. Достаточно сравнить направления соответствующих отрезков по знакам и значениям смещений.

Середину отрезка и равенство сторон удобно находить через координаты: векторы позволяют организовать доказательство так, чтобы вместо рисунка были формулы. Это снижает риск «ошибиться на глаз».

Если на чертеже много точек, координатный подход особенно полезен: он переводит геометрические утверждения в действия с числами. Так проще проверять результаты и оформлять решение шаг за шагом.

Реальный пример: движение на карте

18



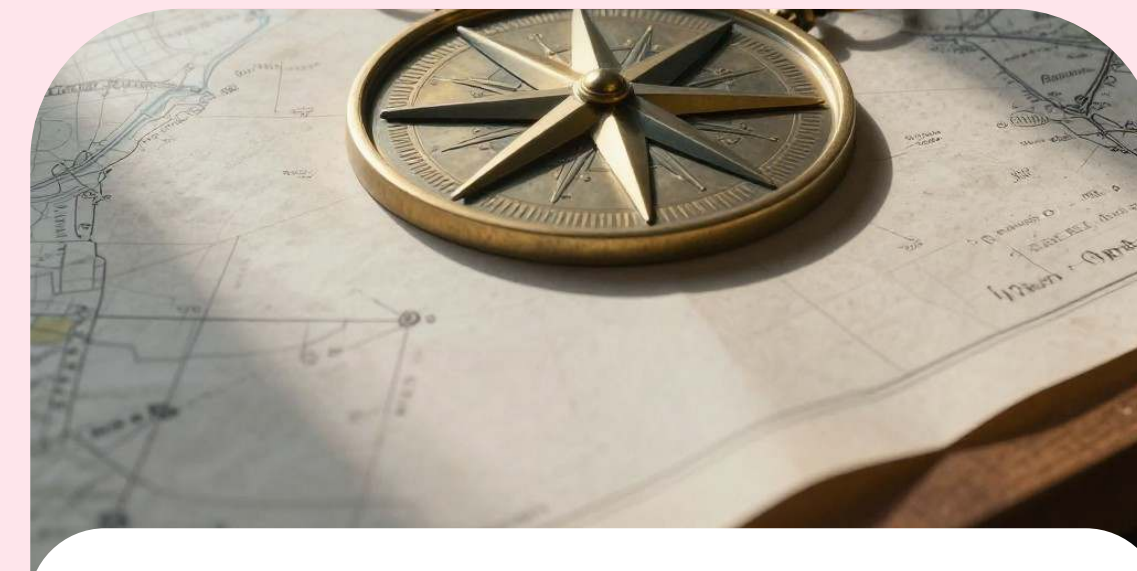
Старт и финиш как один вектор

На карте вы отмечаете точку старта и точку финиша. Соединяя их направленным отрезком, получаете вектор перемещения. Горизонтальный компонент отвечает за смещение вправо или влево, а вертикальный — за сдвиг вверх или вниз.



Навигация без лишних измерений

Если заданы координаты обеих точек, не обязательно «на глаз» оценивать путь. Координаты вектора сразу показывают, как меняются x и y при переходе от старта к финишу. Это удобно для планирования маршрута.



Кратчайшее смещение и направление

Вектор на схеме помогает понять, куда именно движется объект относительно сторон света. По знакам координат можно определить, в какой стороне находится финиш относительно старта: на востоке/западе и на севере/юге.

Краткий справочник формул и обозначений

Сводим в одну таблицу ключевые записи для координат вектора: как находятся координаты, длина, нулевой и противоположный вектор, а также что обозначают точки и координаты.

Запись	Смысл
$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1; y_2-y_1)$	Координаты вектора как разность конца и начала
$ \overrightarrow{a} =\sqrt{a^2+b^2}$	Длина вектора через координаты
$(0; 0)$	Нулевой вектор: длина 0, направления нет
$(-x; -y)$	Противоположный вектор: та же длина, обратное направление
A, B	Точки; A — начало, B — конец
x, y	Координаты смещения по осям
$\overrightarrow{AB}$	Вектор от A к B
Равные векторы	Имеют одинаковые координаты

Если помнить, что координаты — это разность координат точек, то остальные формулы (длина, противоположность) применяются напрямую и проверяются по знакам.

Школьный курс геометрии и алгебры (координаты на плоскости, векторы).



Направление и длина — в двух числах

Координаты вектора — это разность координат его конца и начала. Они задают направление, позволяют находить длину и упрощают решение задач по геометрии в 9 классе.

