

Касательная к окружности: основная идея и зачем она нужна

Касательная к окружности: одна точка соприкосновения и много полезных свойств.



Где встречается касательная



Касательная помогает решать задачи на окружность, строить фигуры и доказывать свойства. Она нужна и в чертежах, и в реальных объектах, где важно точное соприкосновение в одной точке.



Определение касательной к окружности

Одна общая точка

Касательная — это прямая, которая имеет с окружностью только одну общую точку. Именно в этой точке происходит касание, а не пересечение.

Точка касания

Единственная общая точка прямой и окружности называется точкой касания. По ней удобно определять, где прямая соприкасается с окружностью.

Чем отличается секущая

Если прямая пересекает окружность в двух точках, это уже секущая. Она проходит через окружность, а не касается её в одной точке.

Когда прямой нет пересечения

Если у прямой и окружности нет общих точек, такая прямая не является ни касательной, ни секущей. Она просто не соприкасается с окружностью.



90°

— именно такой угол образуют радиус и касательная в точке касания.

Свойство касательной к окружности — из школьного курса геометрии.



Это главное свойство позволяет быстро распознавать касательную, доказывать её наличие и решать задачи на построение.

Касательная, секущая, хорда и диаметр



Сравним четыре линии, связанные с окружностью, и увидим, чем они отличаются по положению и роли.

Только касательная даёт прямой угол с радиусом в точке касания; диаметр, в отличие от неё, обязательно проходит через центр.

Линия	Смысл	Связь с окружностью
Касательная	1 точка	Касается
Секущая	2 точки	Пересекает
Хорда	Отрезок	Соединяет точки
Диаметр	Хорда через центр	Проходит через центр

Определения и свойства элементов окружности из школьной геометрии.



Рисунок: точка касания и прямой угол

Центр и радиус

На рисунке видно центр O и радиус OA , проведённый к точке A на окружности. Именно этот отрезок помогает проверить главное свойство касательной.

Касательная l

Прямая l соприкасается с окружностью только в точке A . Это показывает, что перед нами не секущая, а именно касательная к окружности.

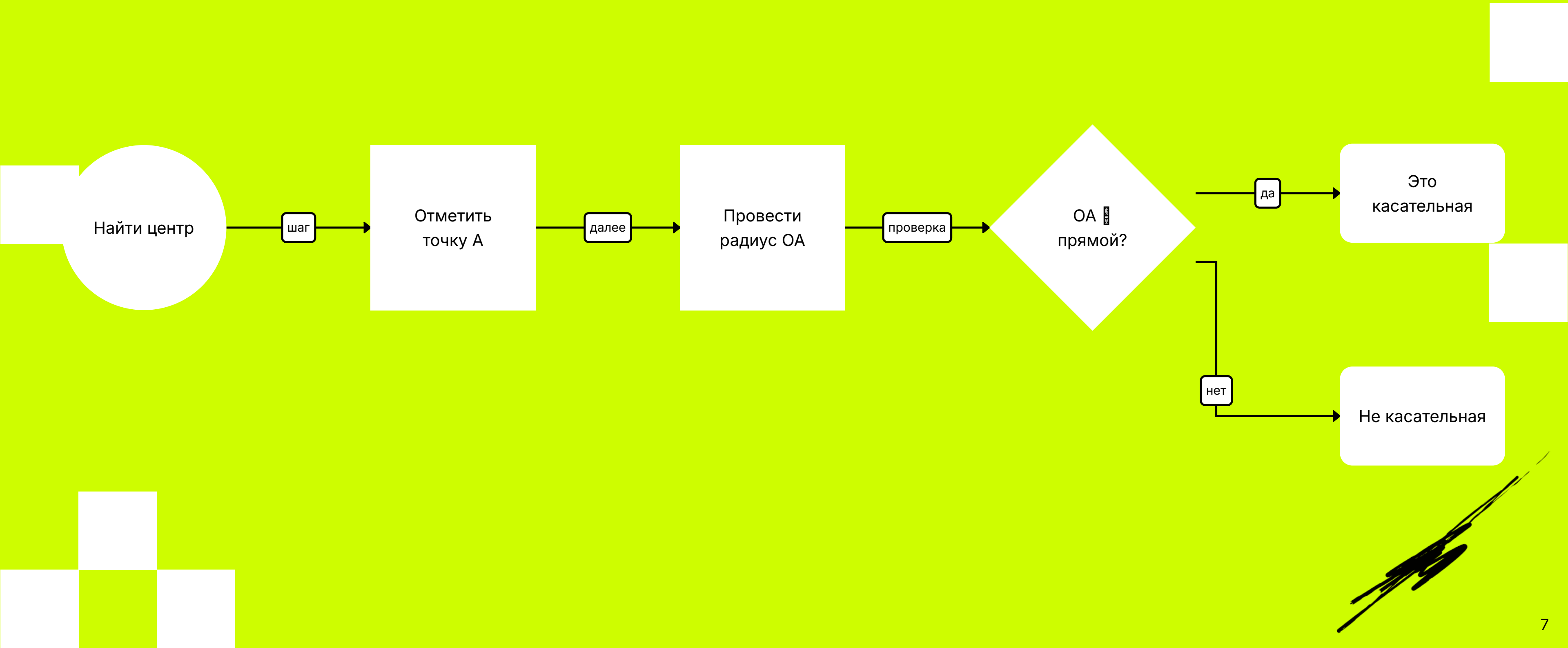
Прямой угол

Между OA и прямой l отмечен угол 90° . Такая отметка подтверждает, что радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной.



Проверка касательной по радиусу

Схема проверки основана на свойстве: радиус к точке касания перпендикулярен касательной.



Обратное утверждение о касательной

1. Проверка через перпендикуляр

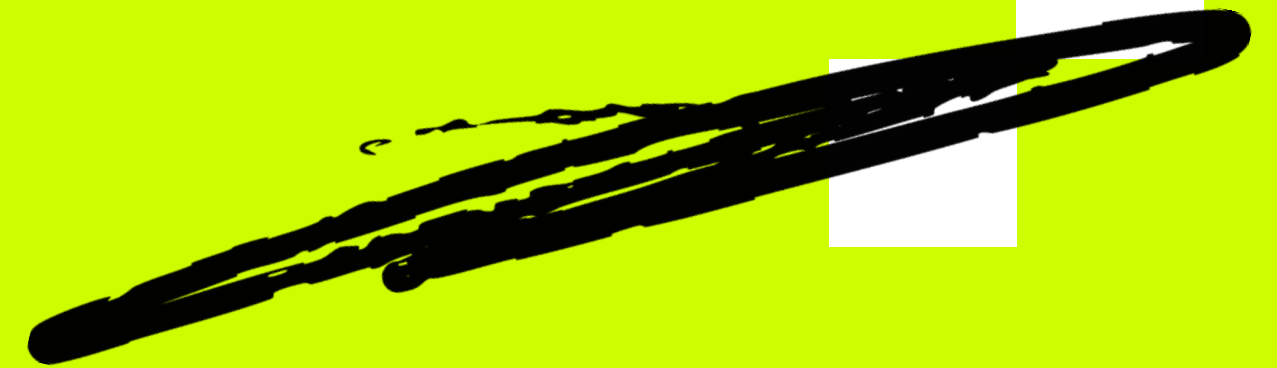
Если прямая проходит через точку A окружности и перпендикулярна радиусу OA , то она обязательно является касательной. Это удобный способ распознавания в задачах.

2. Удобство построения

Обратное утверждение помогает не только проверять готовый чертёж, но и строить касательную по известным центру и точке на окружности без лишних действий.

3. Практический вывод

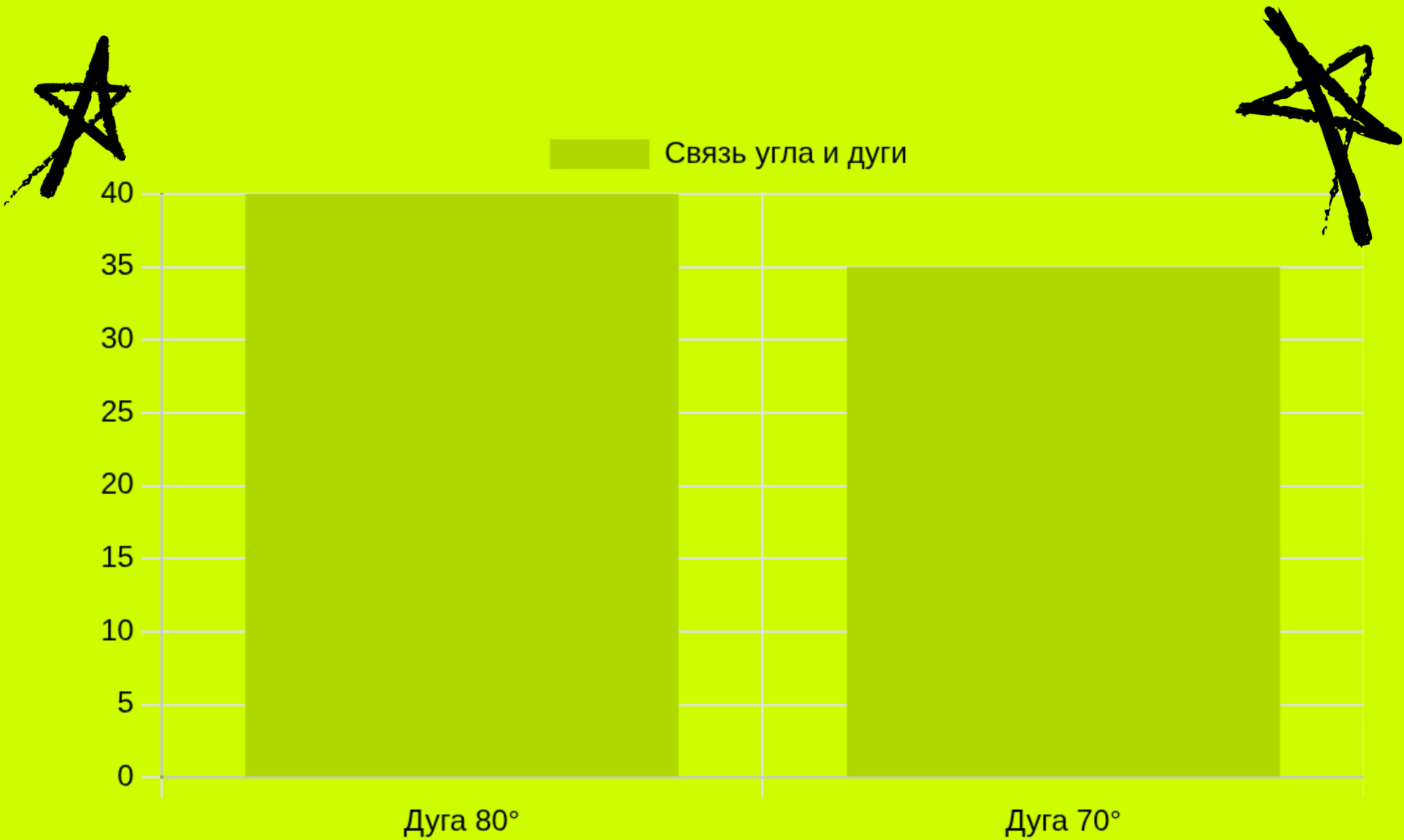
В решении достаточно показать прямой угол между радиусом и прямой в точке окружности. Тогда можно уверенно сделать вывод о касательной.



Угол между касательной и хордой

Связь помогает быстро находить неизвестные элементы окружности в задачах на углы и дуги.

Угол всегда равен половине дуги, поэтому достаточно знать одну величину, чтобы найти другую.



Правило о угле между касательной и хордой из школьной геометрии.

Две касательные из одной точки



Внешняя точка

Если точка P лежит вне окружности, из неё можно провести две касательные. Они касаются окружности в разных точках и образуют симметричную фигуру.



Равные отрезки

Отрезки PA и PB равны. Это свойство часто используют, когда нужно найти длину одного из отрезков или проверить правильность построения на чертеже.



Полезно в построениях

Равенство касательных удобно применять вместе с радиусами OA и OB . Оно помогает находить дополнительные связи между точками, отрезками и углами в задаче.



Построение касательных из внешней точки

1.

Соединяем с центром

Сначала проводят отрезок от центра окружности O к внешней точке P . Этот отрезок помогает найти середину, а затем построить вспомогательную окружность для дальнейшего шага построения.

2.

Находим середину

На отрезке OP отмечают середину и используют её как центр вспомогательной окружности. Радиус этой окружности равен половине OP , поэтому отрезок OP становится её диаметром.

3.

Строим вспомогательную окружность

Из найденной середины проводят окружность с диаметром OP . Она пересекает данную окружность в двух точках, если касательные из точки P действительно существуют.

4.

Определяем точки касания

Точки пересечения двух окружностей обозначают как будущие точки касания A и B . Через них проходит искомая линия касания, потому что радиусы к этим точкам перпендикулярны касательным.

5.

Проводим касательные

Остаётся соединить точку P с A и B . Получаются две касательные к окружности, а их построение опирается на прямой угол между радиусом и касательной.



Свойства двух касательных из одной точки



Элемент	Свойство
РА и РВ	равны
ОА и ОВ	перпендикулярны
Р вне окружности	две касательные
А и В	на одном расстоянии

Свойства касательных к окружности из школьного курса геометрии 7 класса.



Сравним основные отношения для двух касательных, проведённых из одной внешней точки к окружности.

Из одной внешней точки касательные всегда образуют равные отрезки, а их точки касания связаны с радиусами прямыми углами.

Радиус, диаметр и касательная: главное различие

Эти линии по-разному связаны с окружностью: одни проходят через центр, а другая только касается её края в одной точке.

Диаметр и радиус принадлежат окружности по-разному, а касательная выделяется единственной точкой соприкосновения и прямым углом к радиусу.

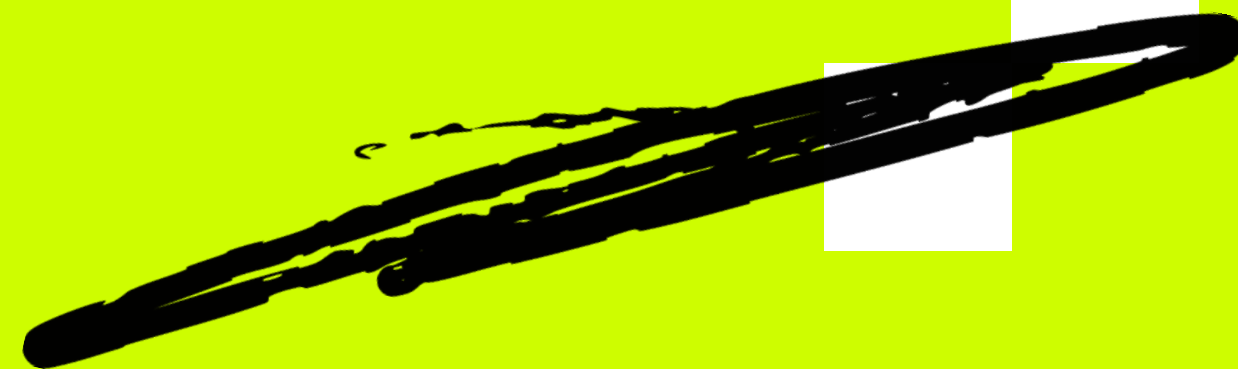


Обобщение определений радиуса, диаметра и касательной из курса геометрии 7 класса.

Типичные ошибки при работе с касательной

1. «Рядом» не значит касательная

Некоторые считают касательной любую прямую, расположенную близко к окружности. На самом деле важно, чтобы у прямой и окружности была ровно одна общая точка.



2. Путают с секущей

Если прямая пересекает окружность в двух точках, это секущая, а не касательная. Чтобы не ошибиться, всегда проверяйте количество общих точек на чертеже.



3. Неправильный перпендикуляр

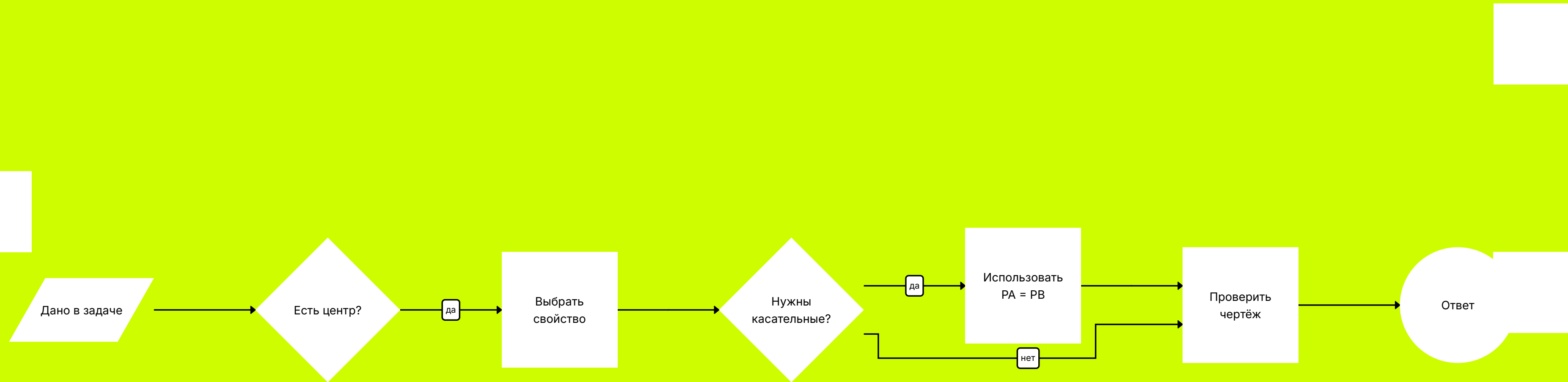
Перпендикуляр нужно проводить именно к радиусу, идущему в точку касания. Если угол прямой построен в другой точке, вывод о касательной будет неверным.

4. Забывают точку касания

В решении обязательно нужно указать точку, где прямая касается окружности. Без неё невозможно применить главное свойство и обосновать правильность построения.

Алгоритм решения задач на касательную

Последовательность действий для задач на построение, доказательство и нахождение длин.



Основные угловые связи, связанные с касательной



Эти соотношения чаще всего встречаются в задачах на окружность и помогают быстро находить неизвестные углы без лишних построений.

Все три связи опираются на простые свойства окружности и превращают сложную задачу в последовательность коротких шагов.

- Радиус $\perp$ касательной
- Касательная и хорда
- Две касательные равны



Школьные свойства касательной, радиуса, хорды и двух касательных из одной точки.

Касательная в окружающих предметах

Колесо и дорога

Когда колесо катится по дороге, оно соприкасается с поверхностью в маленькой области, которую в геометрии удобно представлять как одну точку. Такая модель помогает объяснить движение без лишних деталей и точно описывать направление касания.



Шестерни и механизмы

В зубчатых передачах важно, чтобы детали соприкасались аккуратно и не мешали друг другу. Представление о касательной помогает понять, как детали соединяются и почему для работы механизма нужен точный чертёж.

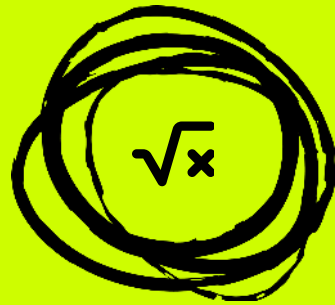


Чертёж и проектирование

На схемах инженеры часто используют касательные, чтобы соединять плавные кривые и прямые линии. Это делает рисунок понятным, а ещё помогает заранее проверить, где будет точка соприкосновения и под каким углом она расположена.

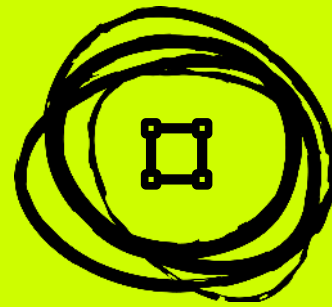


Касательная в доказательствах и построениях



Прямой угол

Если радиус проведён в точку касания, он образует с касательной прямой угол. Это самый быстрый способ доказать перпендикулярность в задаче.



Построение линии

Касательная помогает построить прямую через заданную точку и выбрать правильное направление относительно радиуса. Так получают точное геометрическое решение без догадок.



Равенство отрезков

Если из внешней точки проведены две касательные, их отрезки равны. Это свойство удобно использовать для доказательств симметрии и вычисления длин.

Что нужно помнить о касательной к окружности



Короткая таблица помогает быстро повторить основные свойства и использовать их в решении задач.

Если помнить эти пять фактов, можно уверенно узнавать касательную на чертеже и обосновывать решения без лишних шагов.

Факт	Что значит
Одна точка	касательная
Радиус к точке	90°
Две касательные	равны
Через центр	не проходит
Касательная и хорда	связь с дугой

Основные свойства касательной к окружности из школьного курса геометрии.





Итоги урока: почему касательная важна

Касательная помогает увидеть, как окружность связана с прямыми линиями, углами и построениями. Зная её свойства, легче решать задачи, доказывать утверждения и уверенно читать геометрический чертёж.

