

# Решение треугольников в геометрии 9 класса

Научимся находить стороны, углы и площадь по известным данным.



# Что значит решить треугольник

Это значит по части данных восстановить всю фигуру: найти неизвестные стороны и углы. В 9 классе чаще всего встречаются задачи на две стороны и угол между ними, одну сторону и два угла или три стороны; выбор метода зависит от условия задачи.



# Основные элементы треугольника

## 1. Три стороны и угла

У треугольника всегда три стороны, три вершины и три угла. Эти элементы образуют фигуру, с которой работают при построении, измерениях и вычислениях в геометрических задачах.

## 2. Сумма углов

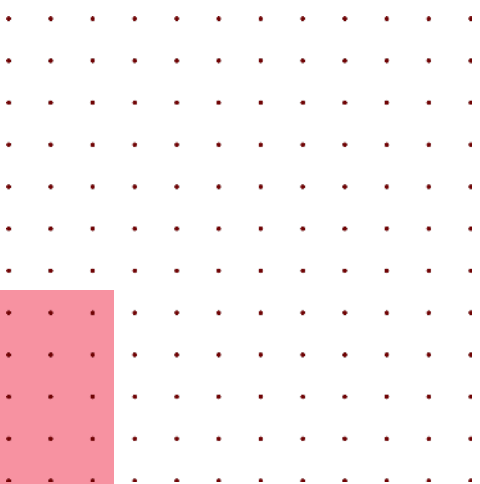
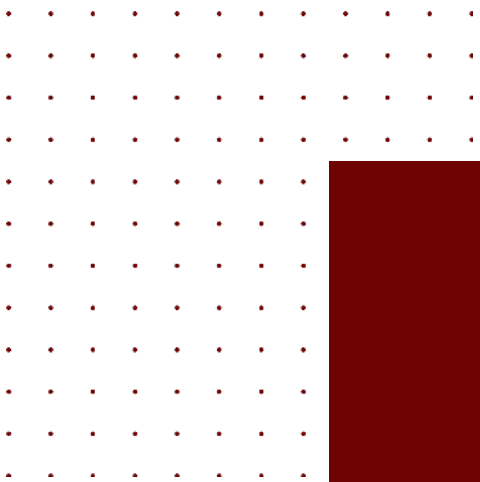
Сумма внутренних углов любого треугольника равна  $180^\circ$ . Это свойство помогает находить неизвестный угол, если два других уже известны, и обязательно используется при проверке ответа.

## 3. Прямоугольный случай

В прямоугольном треугольнике один угол равен  $90^\circ$ , а два остальных — острые. Такая фигура особенно удобна для вычислений, потому что для неё действуют теорема Пифагора и тригонометрические отношения.

## 4. Важные линии

Высота, медиана и биссектриса часто помогают упростить чертёж и расчёты. Они используются при доказательствах, нахождении длин и углов, а также при делении треугольника на части.



# Виды треугольников и способы их решения

## Прямоугольный треугольник

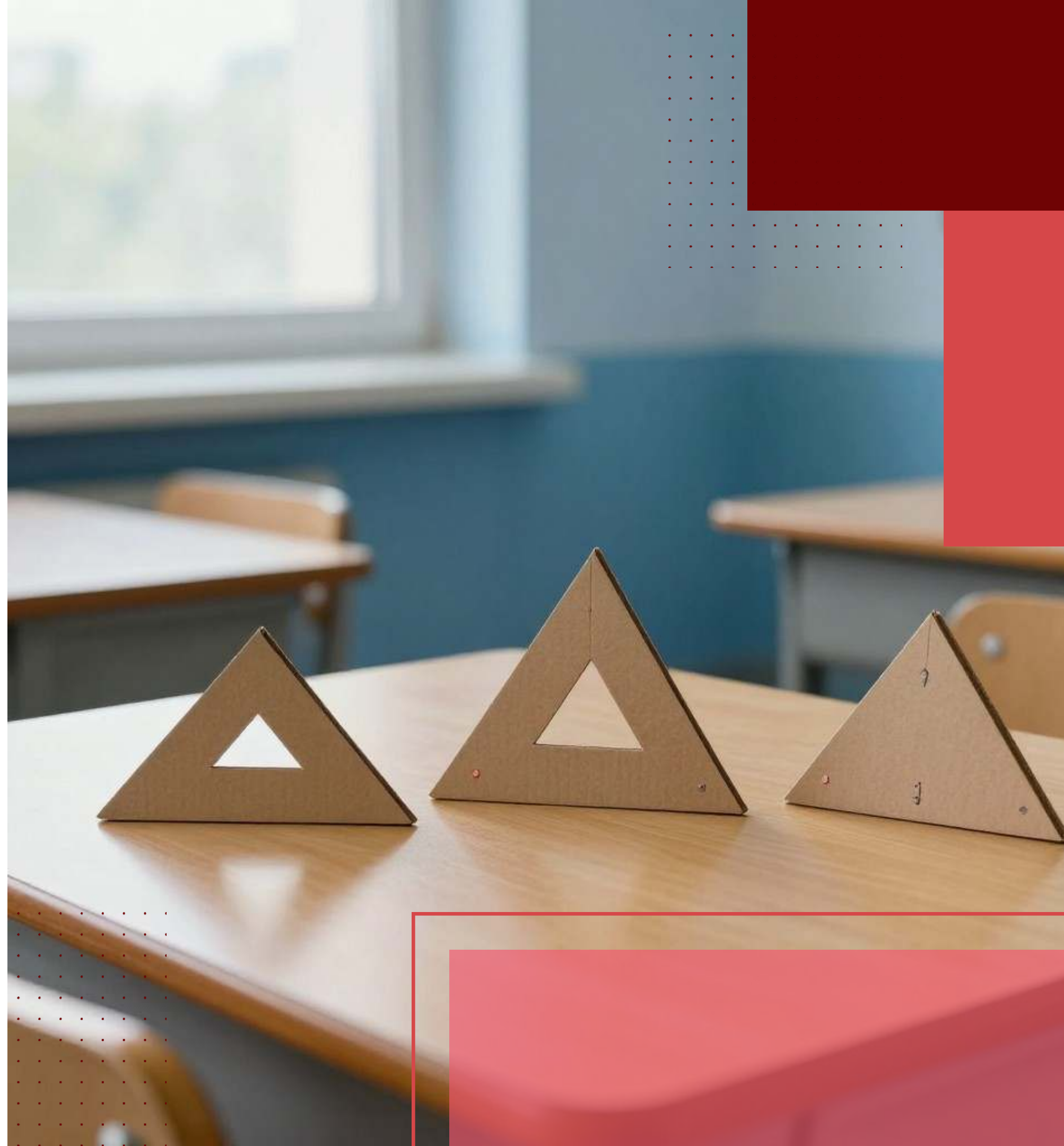
Его решают с помощью теоремы Пифагора и тригонометрических функций. Если известен угол, удобно применять синус, косинус или тангенс; если известны стороны, помогает соотношение квадратов.

## Произвольный треугольник

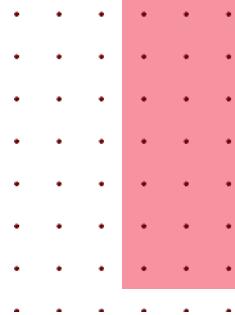
Для него используют закон синусов и закон косинусов. Эти формулы позволяют находить стороны и углы, когда обычных свойств прямоугольного треугольника уже недостаточно.

## Равнобедренный треугольник

В нём две стороны и два угла при основании равны, поэтому многие задачи упрощаются. Часто достаточно найти одну величину, чтобы сразу определить остальные по симметрии.



# Формулы, которые нужны чаще всего

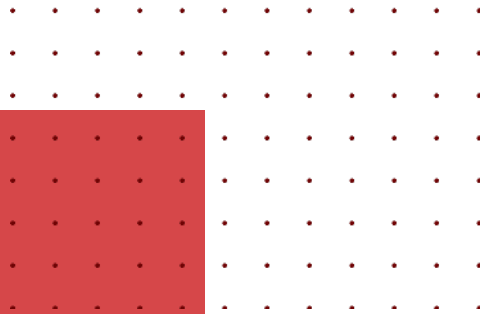


Основные формулы для решения треугольников и их краткое назначение.

Выбор формулы зависит от того, какие данные уже известны в задаче.

| Формула                                 | Где применяется |
|-----------------------------------------|-----------------|
| $a^2+b^2=c^2$                           | Прямоугольный   |
| $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ | Прямоугольный   |
| $a/\sin A=b/\sin B=c/\sin C$            | Произвольный    |
| $c^2=a^2+b^2-2ab \cos C$                | Произвольный    |

Школьный курс геометрии, 9 класс



# Теорема Пифагора в задачах



1.

## Главная формула

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:  $c^2 = a^2 + b^2$ . Эта связь позволяет находить неизвестную сторону, если две другие уже известны.

2.

## Поиск катета

Если известны гипотенуза и один катет, второй катет находят из той же формулы:  $b^2 = c^2 - a^2$ . Затем извлекают квадратный корень и получают длину стороны.

3.

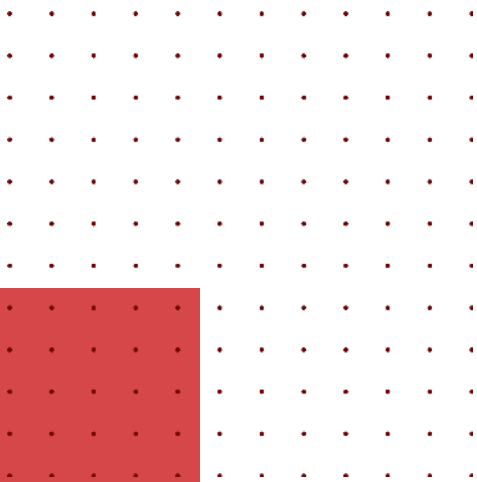
## Где встречается

Теорема Пифагора полезна в задачах о диагонали прямоугольника, длине лестницы, расстояниях на клетчатой бумаге и любых чертежах, где есть прямой угол.

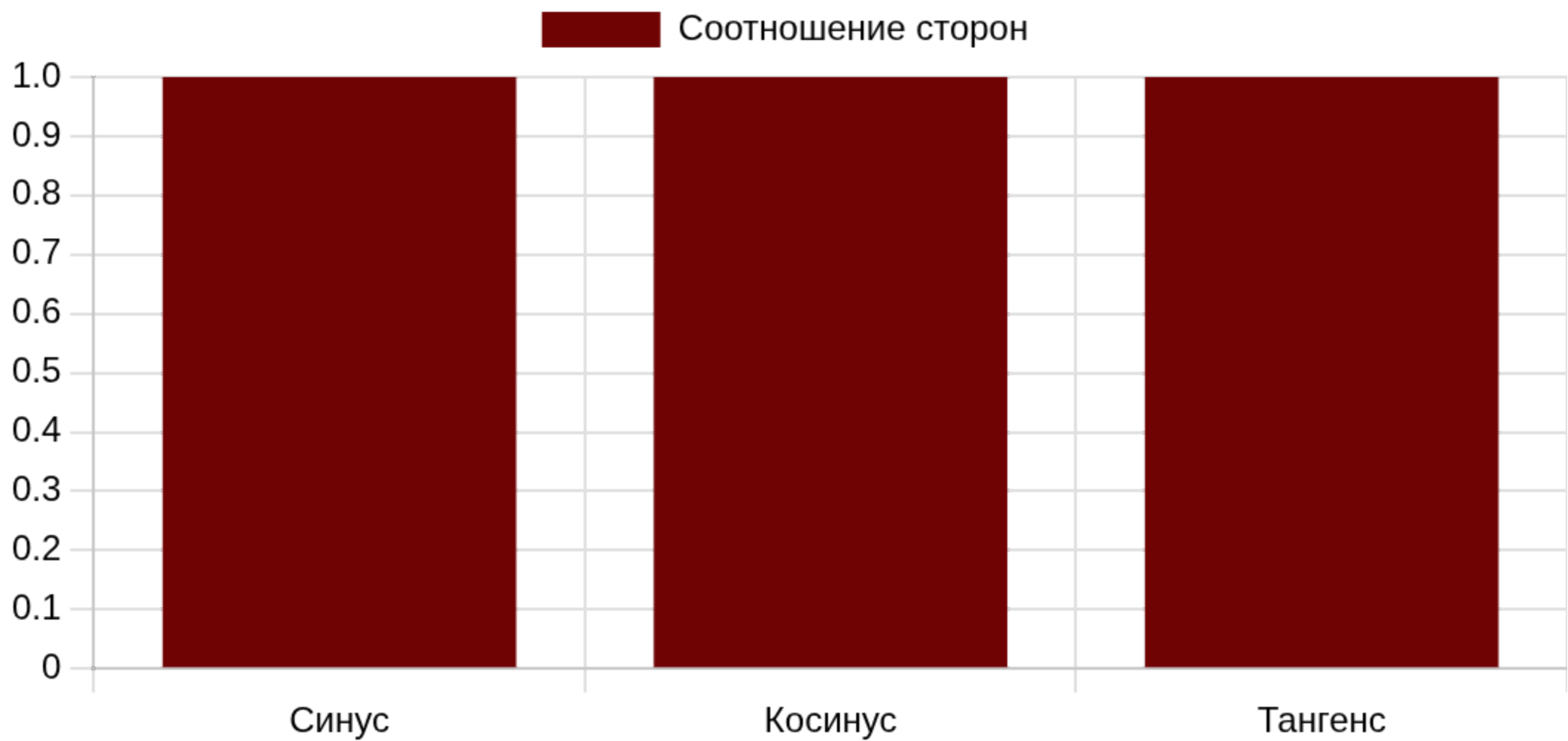
4.

## Проверка результата

После вычислений важно оценить ответ по смыслу: гипотенуза должна быть самой длинной стороной, а найденное значение должно соответствовать рисунку и условию задачи.



# Тригонометрические отношения в прямоугольном треугольнике



Эти отношения связывают угол с длинами сторон и позволяют находить неизвестные величины, если известны хотя бы один острый угол и одна сторона.

Каждая функция выбирается по нужным сторонам: противолежащим, прилежащим или гипотенузе.

# Как находят неизвестный угол

## Шаг 1. Сумма углов

Если известны два угла треугольника, третий находят вычитанием из  $180^\circ$ . Это самый быстрый способ, когда фигура не является прямоугольной.

## Шаг 2. Тригонометрия

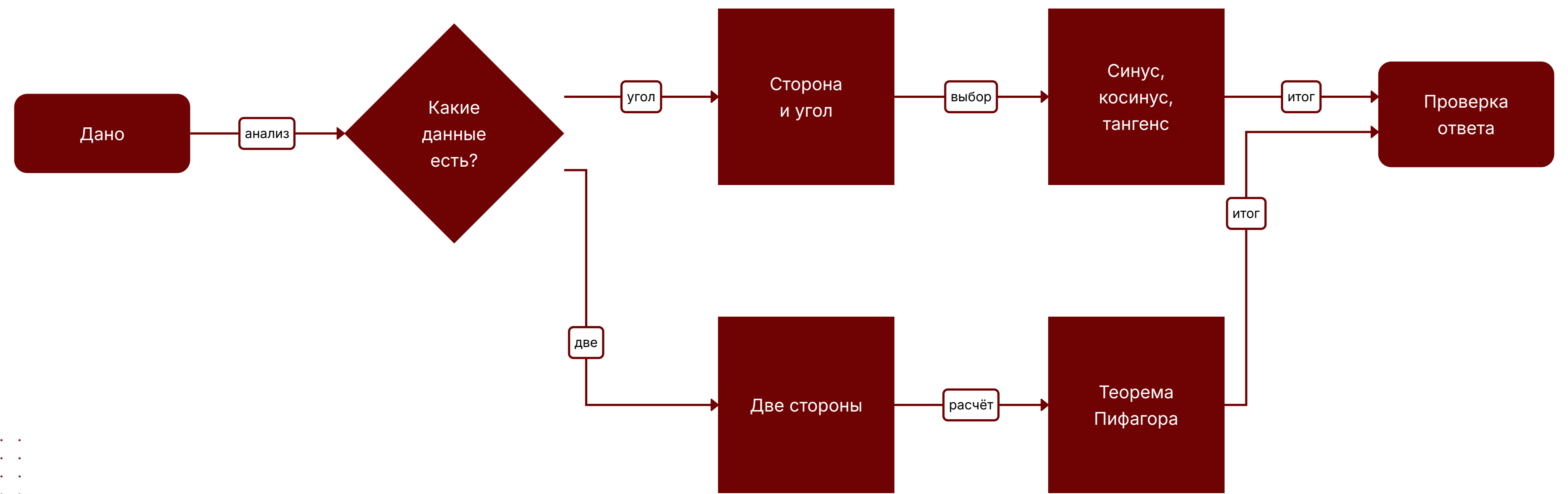
В прямоугольном треугольнике один острый угол можно найти по синусу, косинусу или тангенсу, используя известную сторону и калькулятор.

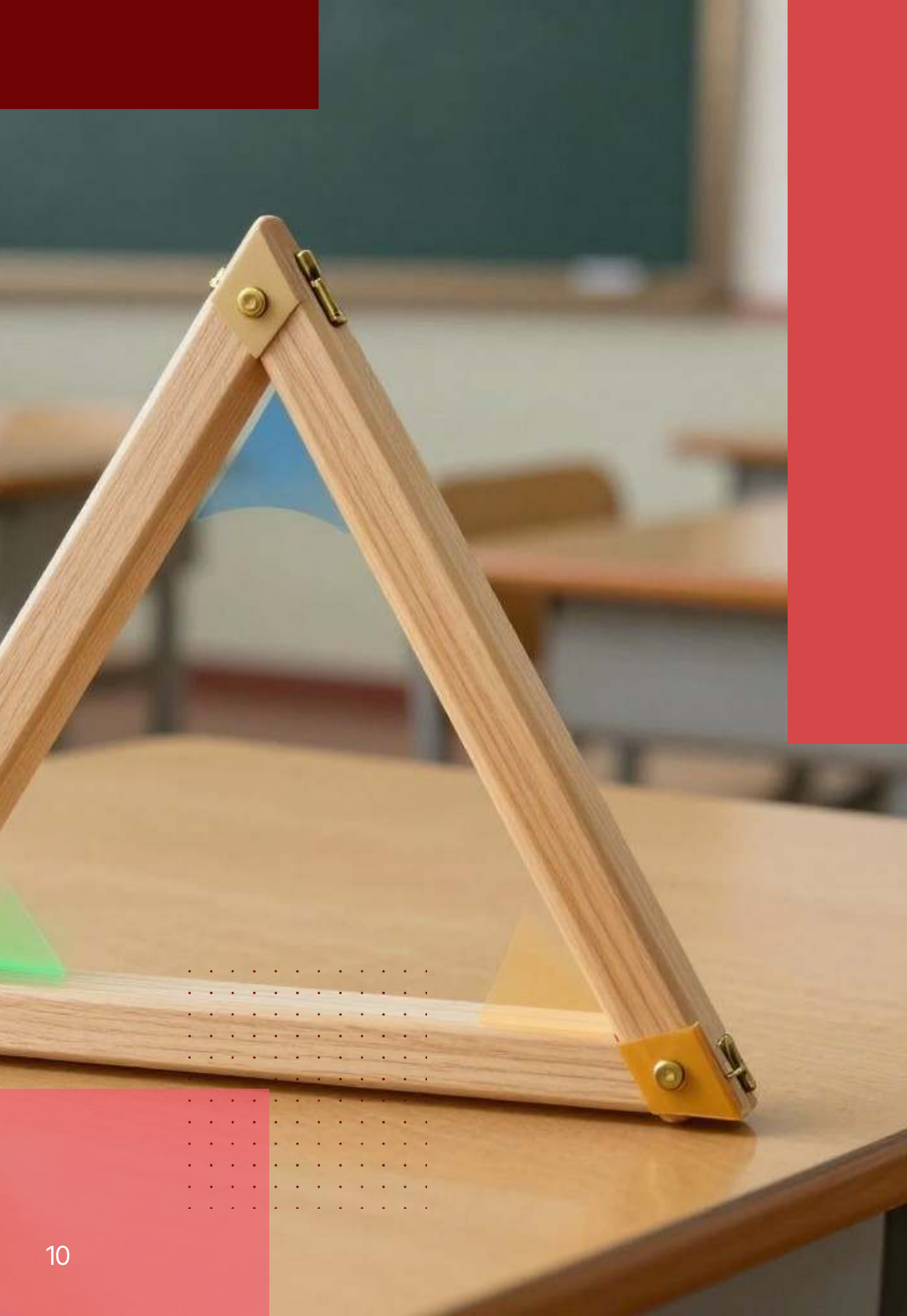
## Шаг 3. Проверка

Ответ обязательно проверяют: сумма всех углов должна быть  $180^\circ$ , а найденный угол — соответствовать рисунку, условию и здравому смыслу.

# Алгоритм решения прямоугольного треугольника

Последовательность выбора способа зависит от того, какие стороны и углы известны.





# Закон синусов для произвольного треугольника

## Основная запись

Закон синусов записывается так:  $a / \sin A = b / \sin B = c / \sin C$ . Он показывает, что стороны треугольника связаны с противолежащими им углами.

## Когда применять

Формула особенно полезна, если известны одна сторона и два угла или две стороны и угол, не лежащий между ними. В таких задачах она помогает восстановить остальные элементы.

## Практическая польза

Закон синусов используют в построениях, навигации и при нахождении недоступных расстояний. Он удобен там, где измерить всё напрямую невозможно, но можно сделать расчёт по известным данным.

# Закон косинусов и его применение

## 1. Найти сторону

Когда известны две стороны и угол между ними, закон косинусов позволяет вычислить третью сторону без дополнительных построений. Это особенно удобно в произвольных треугольниках, где прямой угол отсутствует.

## 2. Найти угол

Если заданы все три стороны, формула помогает определить неизвестный угол через преобразование выражения. Такой приём часто используют, когда нужно полностью восстановить форму треугольника по измерениям.

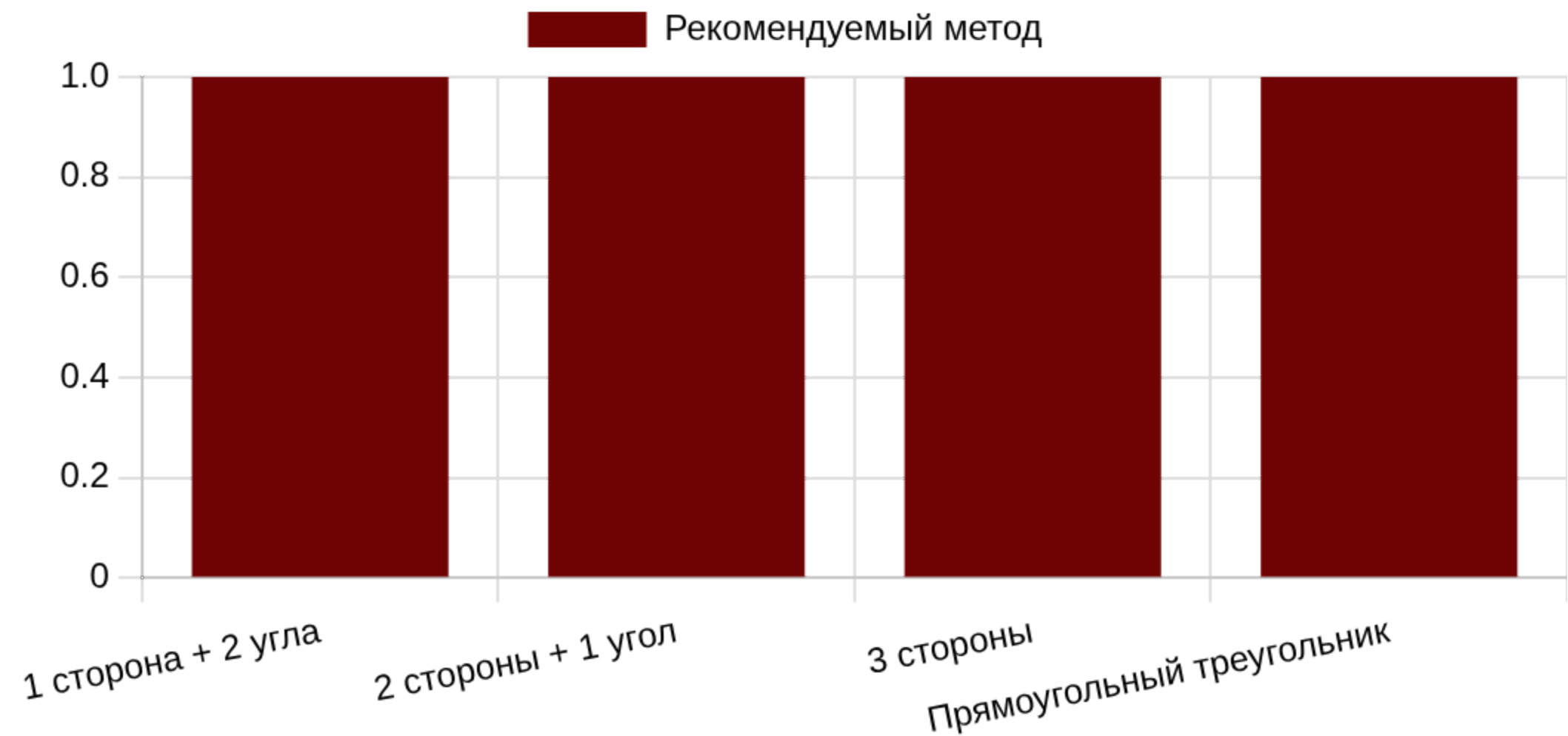
## 3. Связь с Пифагором

При угле  $90^\circ$  косинус равен нулю, поэтому дополнительное слагаемое исчезает. В этом случае закон косинусов переходит в теорему Пифагора и подтверждает её как частный случай.

## 4. Практическая польза

Метод применяют в задачах на чертежах, при измерении недоступных расстояний и в геометрических построениях. Он особенно важен там, где нельзя опереться только на прямоугольный треугольник.

# Когда какую формулу выбирать



Составлено по правилам выбора методов решения треугольников

Выбор метода зависит не от сложности задачи, а от того, какие элементы уже известны. Сначала определяют набор данных, потом подбирают формулу.

Если сначала определить известные стороны и углы, нужный способ находится быстро: для каждого набора данных есть свой основной инструмент.

# Сравнение методов решения треугольников

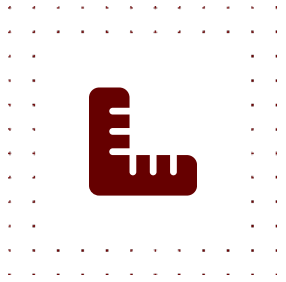
| Метод                   | Где применяют | Когда выбирать   |
|-------------------------|---------------|------------------|
| Пифагор                 | Прямоугольный | 2 стороны        |
| Синус, косинус, тангенс | Прямоугольный | Есть угол        |
| Закон синусов           | Произвольный  | Сторона и угол   |
| Закон косинусов         | Произвольный  | 2 стороны + угол |

Школьный курс геометрии, 9 класс

Короткая таблица помогает увидеть, какой метод подходит к конкретному набору известных данных и к какому виду треугольника он относится.

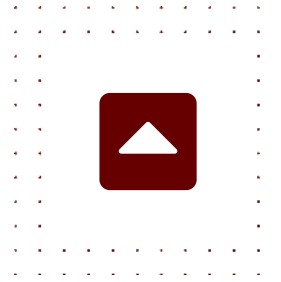
Главный ориентир — не название формулы, а исходные данные. Чем точнее выбран метод, тем короче и надёжнее решение.

# Типичные ошибки при решении



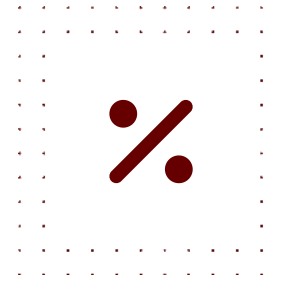
## Путают катеты

Частая ошибка возникает, когда противолежащий и прилежащий катеты перепутаны местами. Тогда в формулу подставляют неверное отношение, и весь ответ получается неправильным.



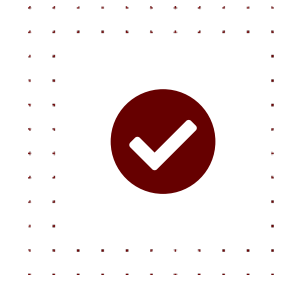
## Берут не тот угол

Иногда в тригонометрической формуле используют угол, который не связан с нужной стороной. Перед вычислением нужно точно определить, какой угол дан на рисунке.



## Рано округляют

Если округлить промежуточный результат слишком рано, конечный ответ может заметно исказиться. Лучше сохранять несколько знаков после запятой до последнего шага.



## Не проверяют смысл

Даже верная формула не гарантирует правильный ответ без проверки. Нужно сравнить результат с рисунком, свойствами треугольника и указанными единицами измерения.

# Проверка ответа и здравый смысл

1.

Сравнить стороны

В любом треугольнике самая длинная сторона лежит напротив самого большого угла. Если найденное значение нарушает это правило, в вычислениях почти наверняка есть ошибка.

2.

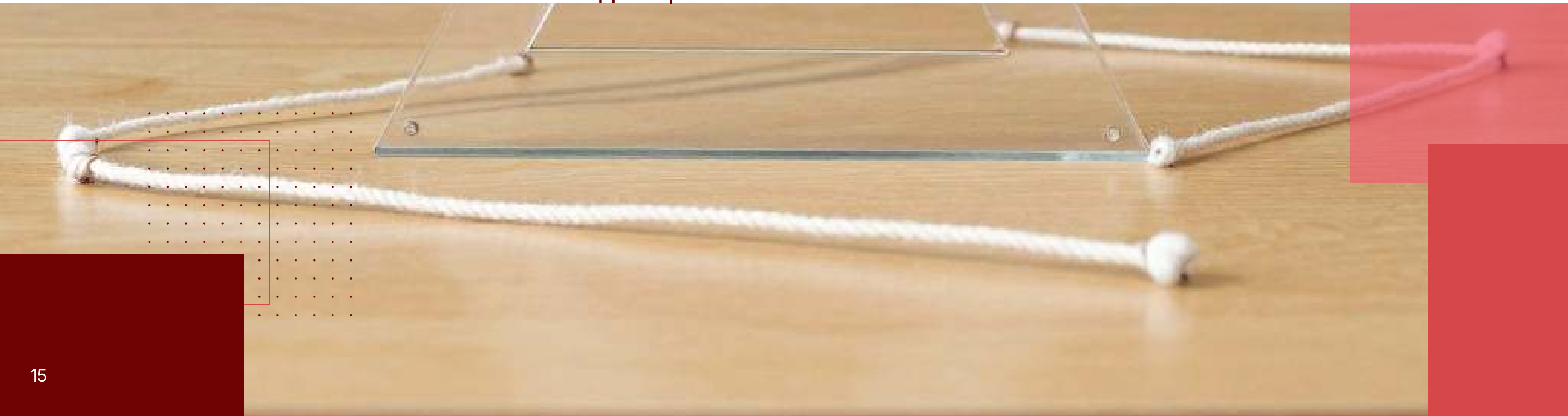
Проверить обратной формулой

Полезно подставить полученный ответ обратно в исходное равенство. Такая проверка быстро показывает, совпадает ли результат с условиями задачи и не потеряны ли знаки или единицы.

3.

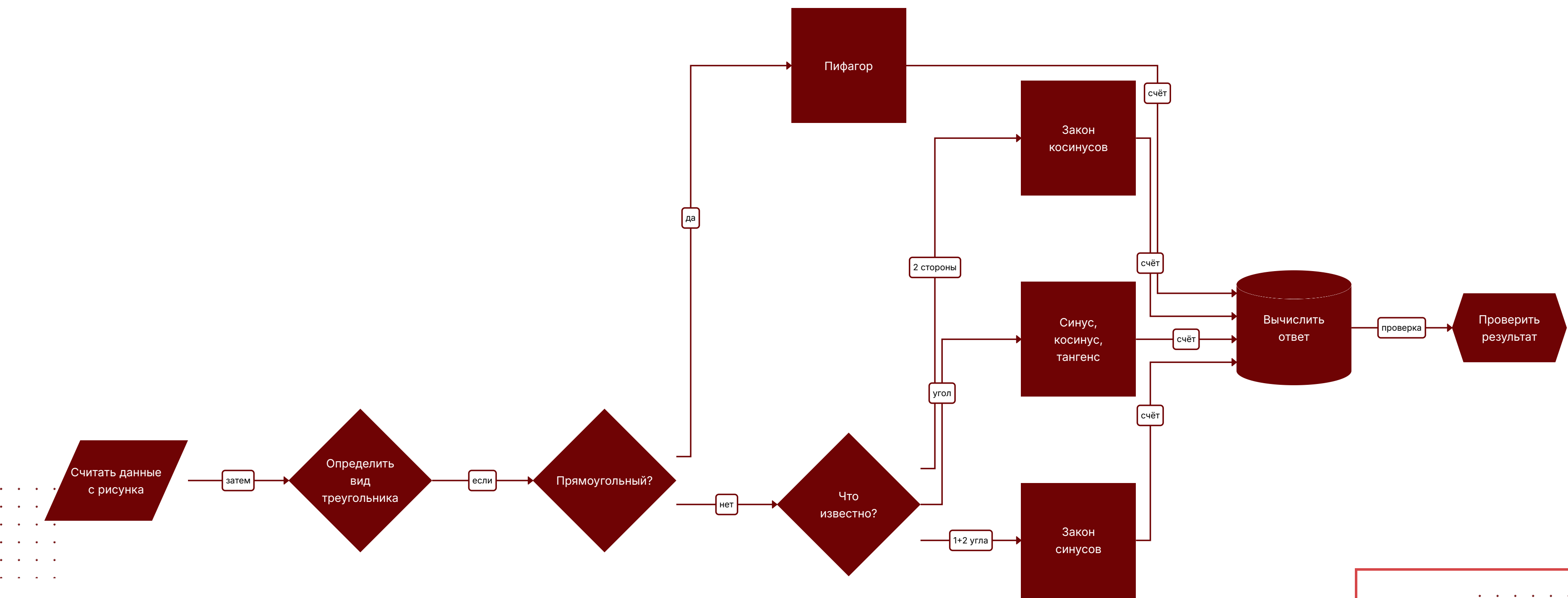
Оценить по чертежу

Если ответ выглядит слишком большим или слишком маленьким по сравнению с рисунком, стоит пересчитать решение ещё раз. Геометрический смысл помогает заметить ошибки быстрее вычислений.



# Как решать задачу по рисунку

Последовательность действий при работе с чертежом и известными элементами треугольника



# Применение решения треугольников в жизни

## 1. Строительство и проектирование

Геометрические вычисления помогают определять длины, высоты и диагонали на чертежах. Это нужно при планировании помещений, крыш, лестниц и других конструкций.

## 2. Карта и навигация

В картографии и навигации треугольники используют для нахождения расстояний до точек, которые нельзя измерить напрямую. Так получают точные расчёты по известным направлениям и углам.

## 3. Измерения на местности

С помощью треугольников можно найти высоту дерева, ширину реки или расстояние до недоступного объекта. Такие задачи показывают, что геометрия работает и вне учебника.

# Какие задачи чаще всего встречаются в 9 классе

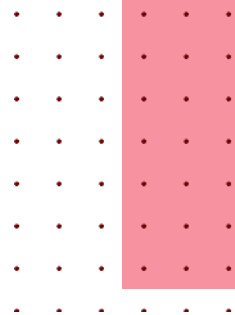


На уроках чаще всего встречаются задачи, где нужно быстро выбрать подходящую формулу по данным чертежа и условия. Именно поэтому важно знать основные случаи.

Чаще всего ученику нужно сопоставить данные задачи с одним из четырёх стандартных случаев и сразу выбрать нужный метод решения.

Схема учебных случаев по теме «Решение треугольников»

# Краткий справочник формул

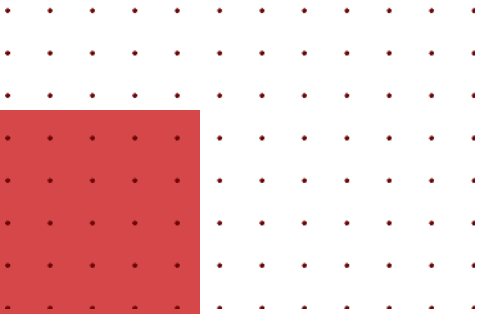


Эта таблица собирает самые нужные записи в одном месте, чтобы можно было быстро выбрать подходящую формулу во время решения задачи.

Каждая формула связана с определённым типом исходных данных. Поэтому сначала смотрят на условие, а потом выбирают нужное равенство.

| Формула       | Что находит      | Где применяют |
|---------------|------------------|---------------|
| $a^2+b^2=c^2$ | Сторона          | Прямоугольный |
| $\sin \alpha$ | Сторона          | Прямоугольный |
| $\cos \alpha$ | Сторона          | Прямоугольный |
| $a/\sin A$    | Сторона или угол | Произвольный  |

Школьный курс геометрии, 9 класс



# Главные выводы о решении треугольников

Чтобы решить треугольник, сначала нужно понять, что уже известно и какой это треугольник. Затем выбирают подходящую формулу, аккуратно считают и обязательно проверяют ответ по смыслу.