

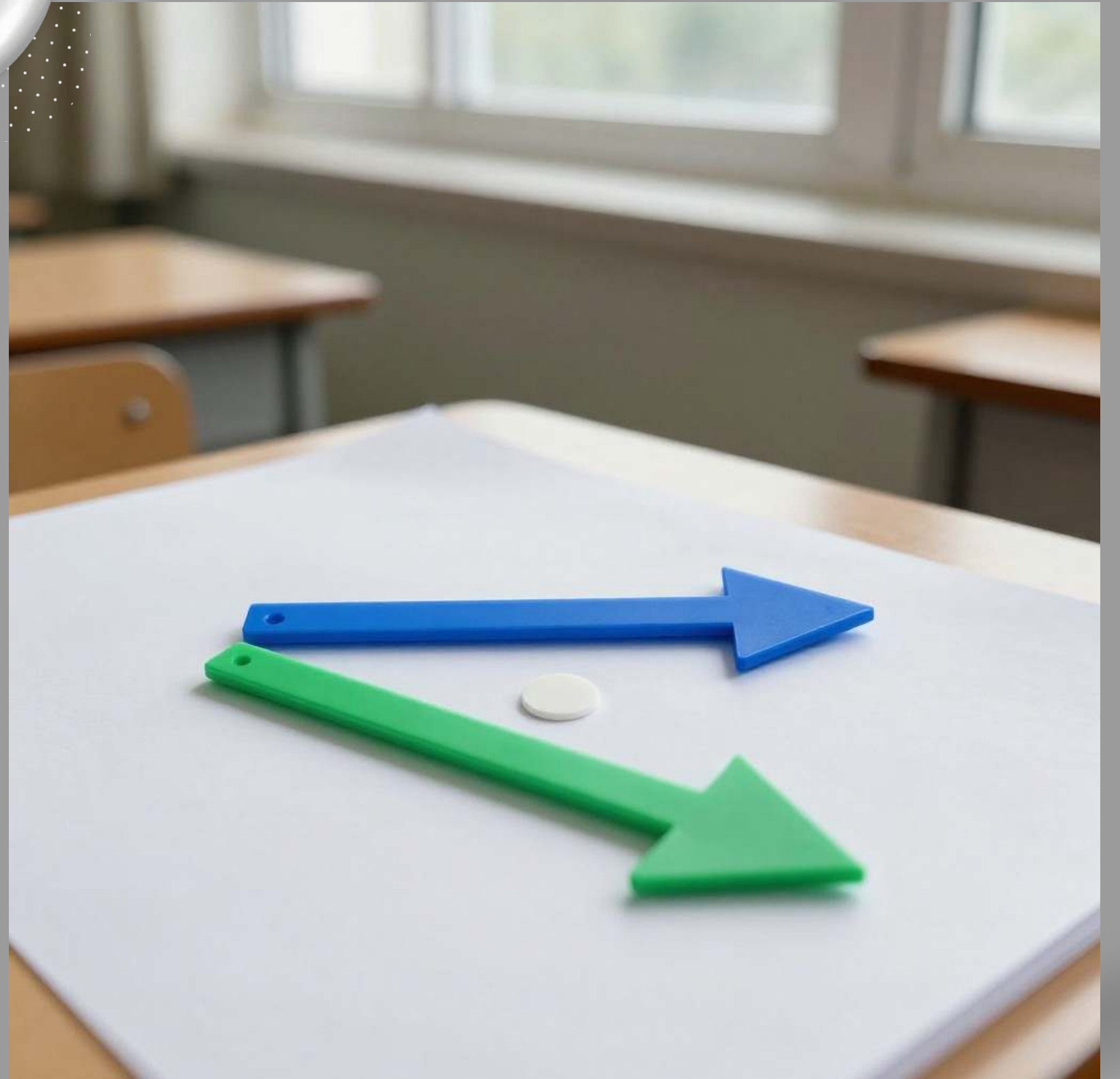
Применение векторов для решения задач

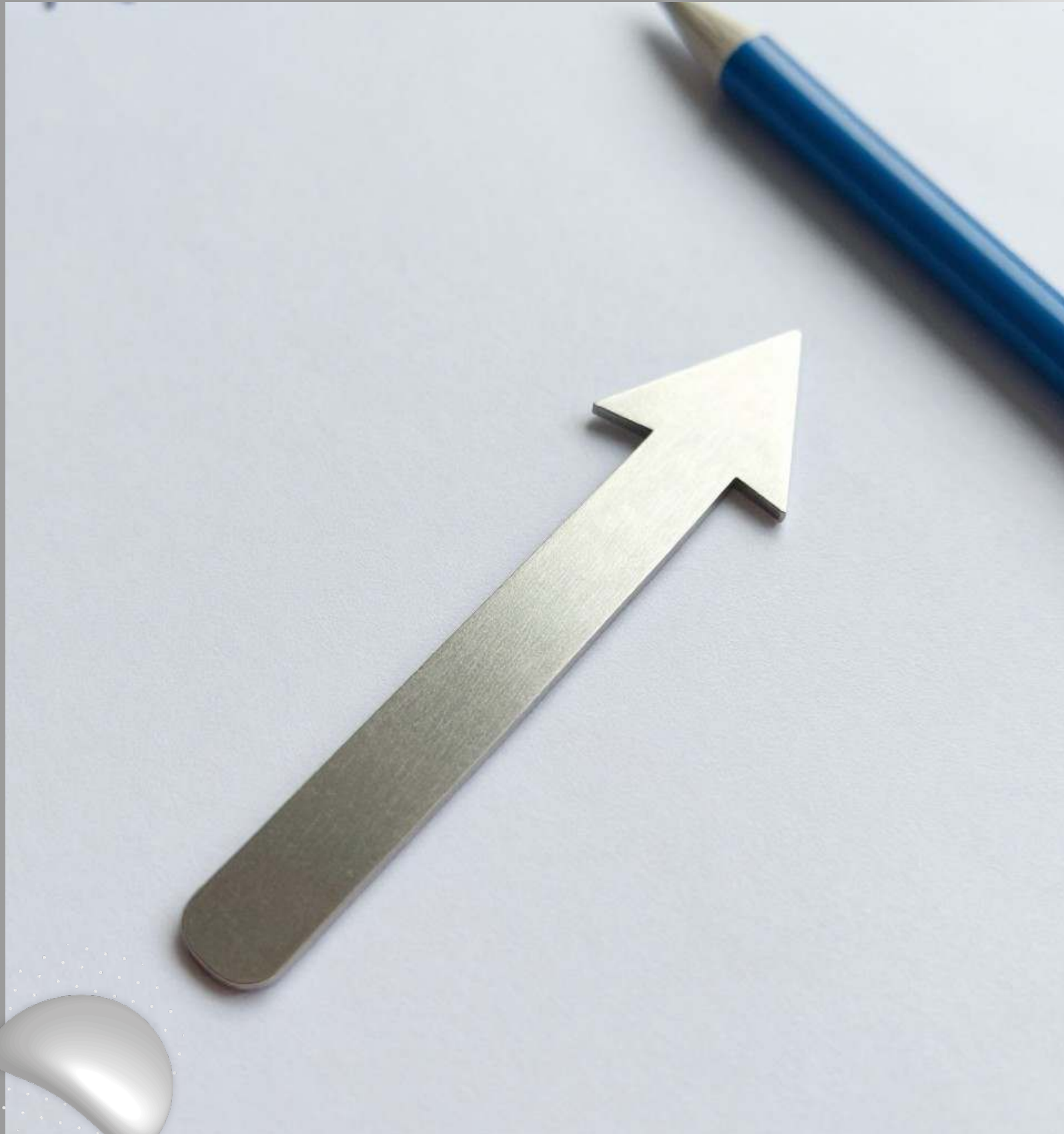
Векторы превращают рисунок в точный ответ.



Векторы в задачах

Векторы встречаются в геометрии, на координатной плоскости и в задачах на движение. Они удобны, когда нужно учитывать не только размер, но и направление.





Что такое вектор

Стрелка на рисунке

Вектор изображают стрелкой: ее начало показывает отправную точку, а конец — направление движения или действия. Такой рисунок сразу делает задачу наглядной и понятной.

Два главных свойства

У вектора есть длина и направление. Длина отвечает за величину перемещения, а направление — за то, куда именно оно происходит.

Что он обозначает

В задачах вектор может обозначать шаг, силу, скорость или перемещение. Одна и та же запись помогает описывать разные реальные ситуации.

Зачем нужна запись

Короткая запись вектора удобна тем, что позволяет быстро сравнивать направления, складывать движения и находить ответ без длинных объяснений.

Запись вектора через компоненты

1

Пара чисел

Вектор можно задать парой чисел в виде $(x; y)$. Первое число показывает горизонтальный шаг, второе — вертикальный. Вместе они описывают одну стрелку.

2

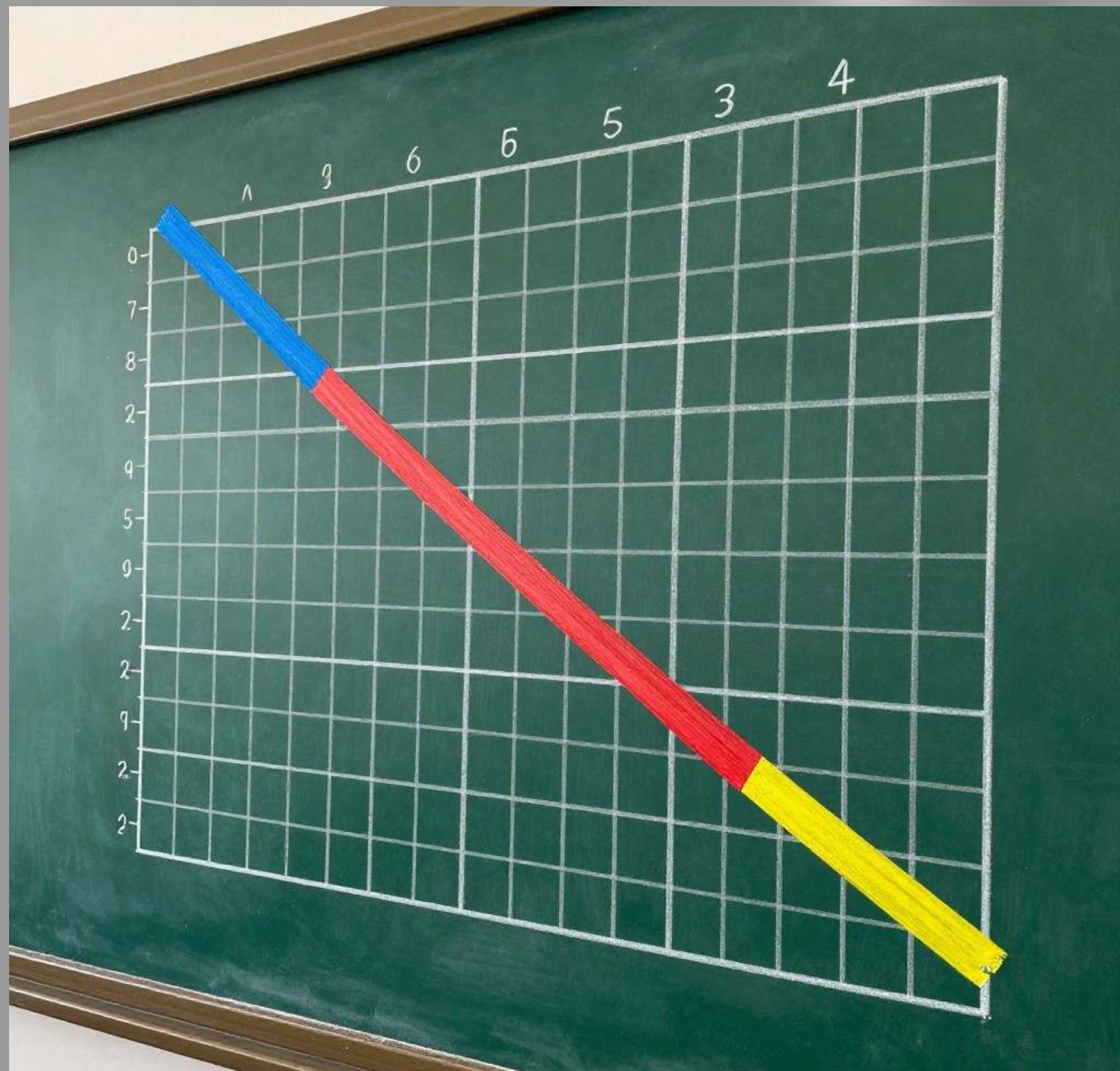
Оси координат

Каждая компонента отвечает за движение по своей оси. Если изменить только одну из них, изменится положение конца вектора на плоскости.

3

Удобство в решении

Такой способ особенно полезен на клетчатой сетке, где легко посчитать шаги и перейти от чертежа к вычислению без лишних построений.



Сложение векторов: правило цепочки



Старт и продолжение

Сначала рисуют первый вектор, а затем к его концу прикладывают начало второго. Так движение продолжается без разрыва и образует цепочку.

Общий результат

Сумма векторов — это стрелка, которая соединяет начало первого и конец второго. Она показывает общий результат двух последовательных действий.

Сложение по осям

В координатах складывают отдельные компоненты: горизонтальные с горизонтальными, вертикальные с вертикальными. Это делает вычисления простыми и точными.

Применение в маршрутах

Правило цепочки помогает в задачах на маршрут, когда объект проходит несколько участков пути и нужно найти его итоговое перемещение.



Вычитание векторов: движение в обратную сторону

Обратное направление

Вычитание вектора удобно понимать как прибавление вектора, направленного в противоположную сторону. Поэтому на чертеже появляется движение назад.

Разность компонентов

Если известны два вектора, из первого вычитают второй по каждой координате отдельно. Так получают точную разность без догадок.

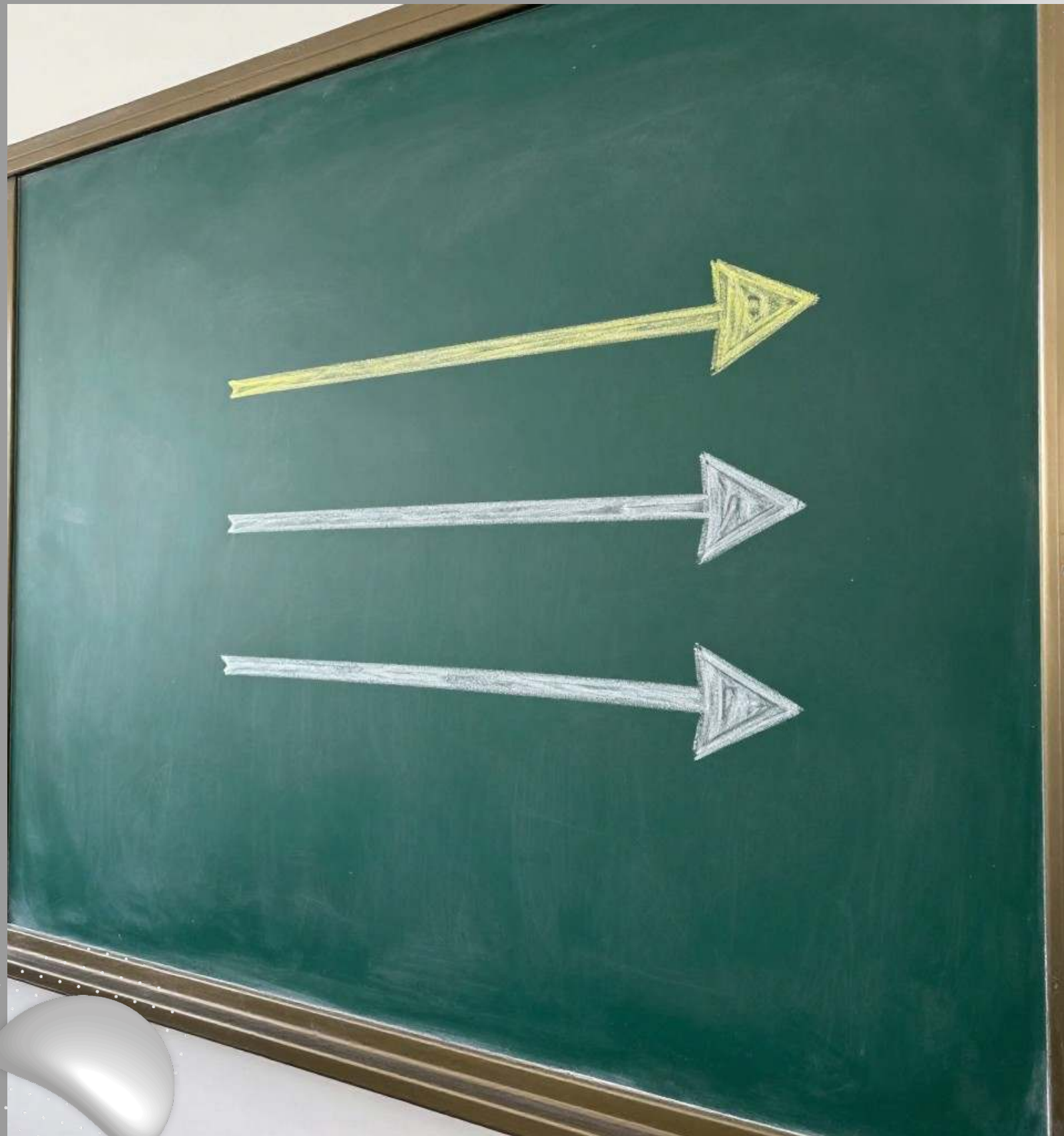
Найти недостающий участок

Этот прием помогает найти пропущенный участок маршрута, если известны начало, конец и один из промежуточных отрезков движения.

Проверка результата

В задачах можно проверить ответ, сложив найденную разность с вычитаемым вектором. Если все верно, получится исходный вектор.





Умножение на число: длиннее, короче, наоборот

Стрелка становится длиннее

Если умножить вектор на число больше единицы, стрелка станет длиннее. Это показывает увеличение расстояния или силы в том же направлении.

Стрелка становится короче

Число меньше единицы делает вектор короче. Так удобно описывать уменьшение скорости, шага или другого измеряемого действия.

Поворот в обратную сторону

Отрицательное число не только меняет длину, но и разворачивает вектор в противоположную сторону. Получается движение назад.

Простые примеры

Запись $2a$ означает вектор в два раза длиннее, а $-a$ — такой же длины, но с противоположным направлением.

Длина вектора и расстояние по компонентам

1

Шаги по осям

Сначала определяют, сколько клеток вектор проходит по горизонтали и вертикали. Эти значения и есть его компоненты на плоскости.

2

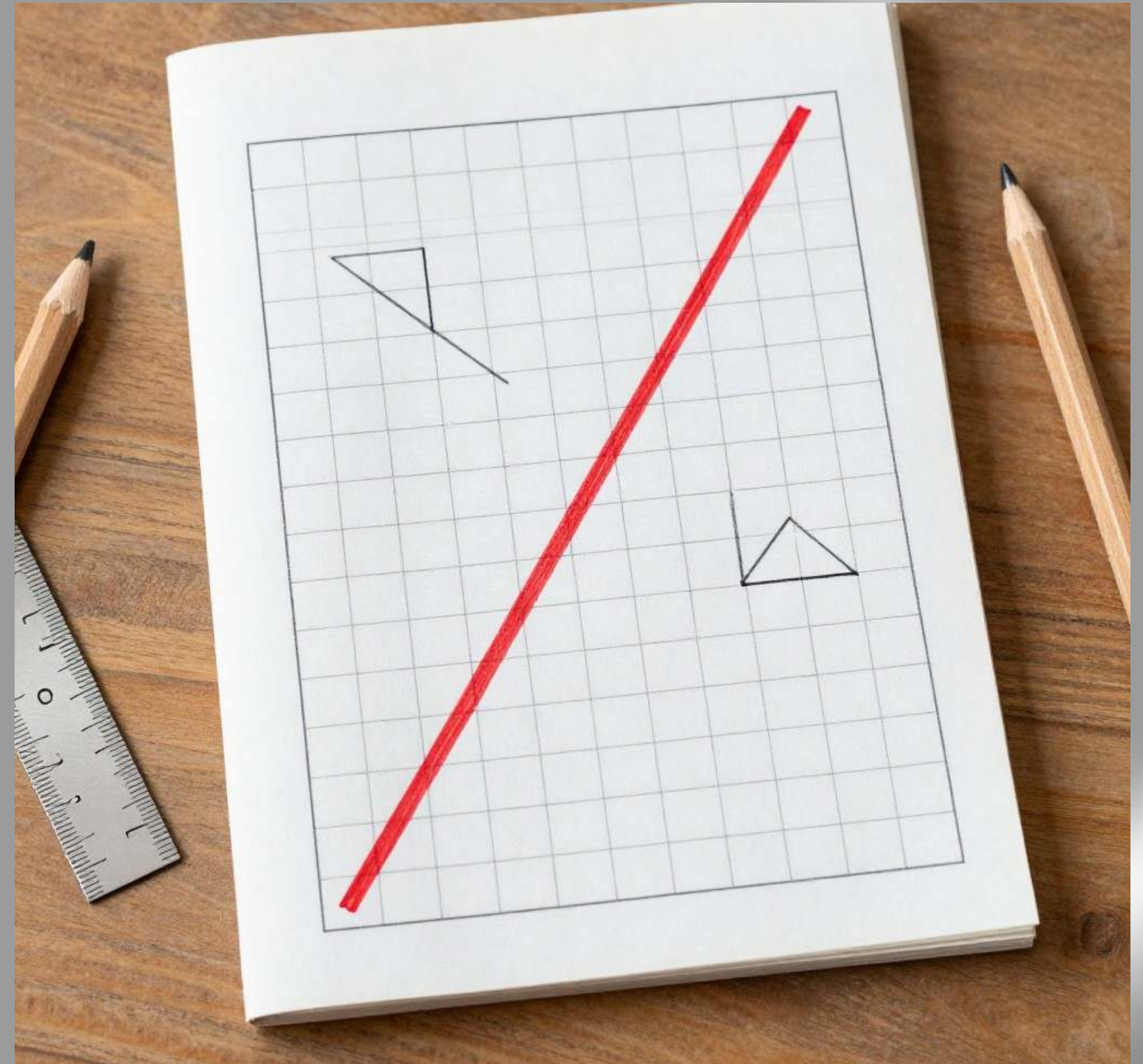
Треугольник на клетках

Затем мысленно строят прямоугольный треугольник, где вектор — это диагональ. Так становится понятнее, откуда берется длина.

3

Почему диагональ короче

Для школьных задач важно помнить: диагональное перемещение короче, чем путь по двум сторонам прямоугольника. Это помогает сравнивать маршруты.



Перемещение в жизни и на карте

9

Старт и финиш

На карте вектор перемещения показывает, где объект был в начале и где оказался в конце. Это удобно для человека, машины или корабля.

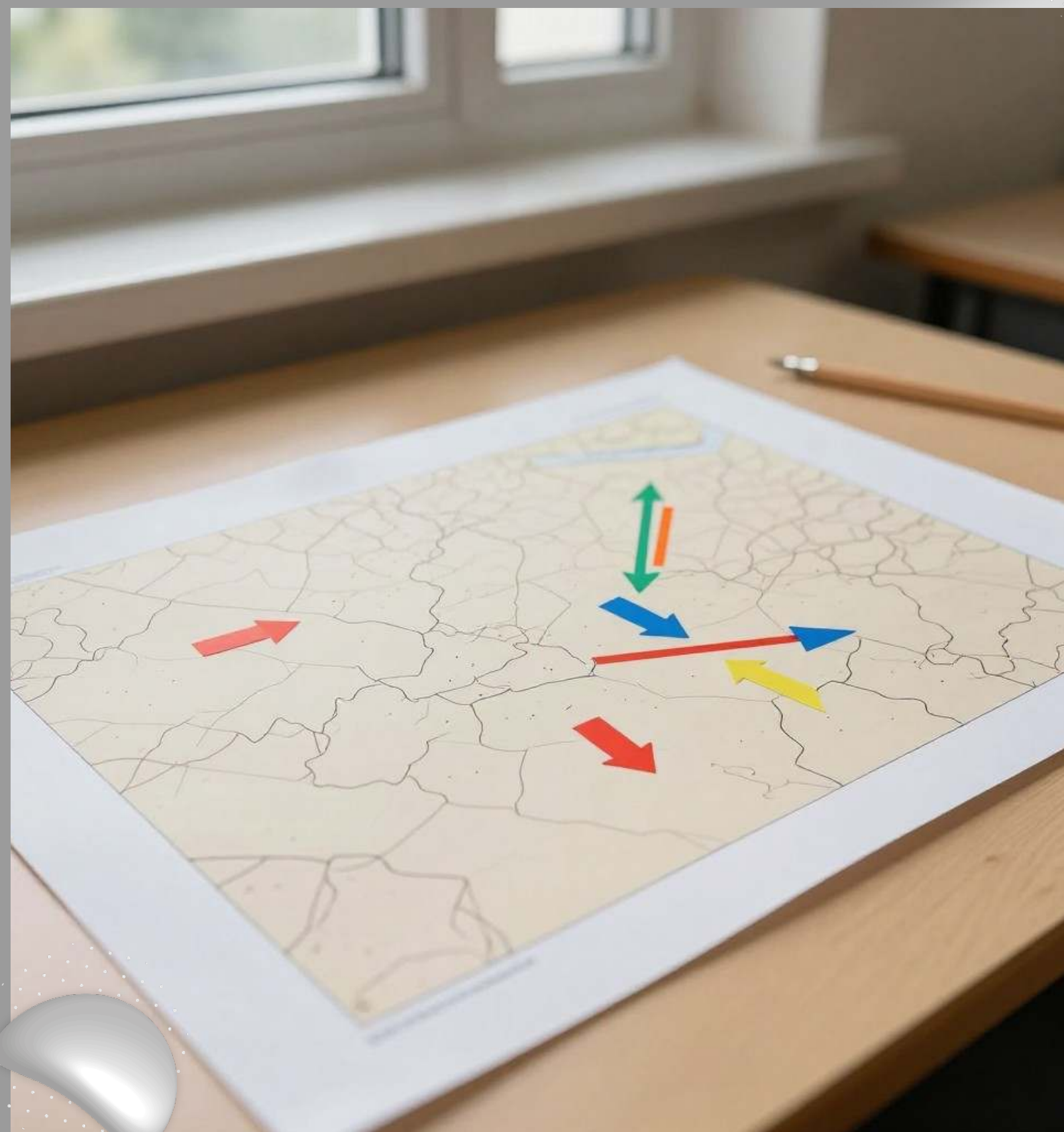
Путь и перемещение

Путь и перемещение — не одно и то же. Путь может быть длинным и извилистым, а перемещение всегда изображается одной стрелкой.

Сравнение маршрутов

Сравнивая маршруты, можно сразу увидеть, какой из них ведет к цели быстрее или короче по прямому направлению.





Результирующий вектор на схеме

Общий эффект

Если два вектора нужно заменить одним, ищут стрелку, которая дает тот же общий эффект. Она называется результирующей и показывает итог движения или действия.

Правило треугольника

По правилу треугольника второй вектор откладывают от конца первого. Полученная стрелка соединяет начало первой и конец последней, сразу показывая результат.

Параллелограмм

По правилу параллелограмма два вектора строят из одной точки. Диагональ фигуры становится результатом, когда действия направлены одновременно.

Где применяется

Такой прием помогает в задачах о силе, ветре, течении и сложном маршруте, где несколько участков нужно заменить одним понятным вектором.

Как найти неизвестный вектор

11

1

Запишите равенство

Если известны две стороны равенства с векторами, неизвестный легко выразить через обратное действие. Так задача превращается в обычную проверку равенства, а не в угадывание по рисунку.

2

Выразите неизвестный

Полезно сначала перенести известные векторы на одну сторону, а затем найти пропущенный. Такой прием работает так же, как восстановление одного звена в цепочке.

3

Проверьте по осям

В координатах каждую компоненту считают отдельно: по оси x и по оси y . Это делает ответ точным и позволяет быстро заметить ошибку в записи.

4

Сверьте результат

После вычисления стоит сравнить длину и направление с условием задачи. Если обе характеристики совпали, найденный вектор действительно подходит без дополнительных предположений.



От рисунка к координатам: Δx и Δy

1

Горизонтальный сдвиг

Сначала смотрят, на сколько клеток точка сместилась по горизонтали. Эта величина называется Δx и показывает, как изменилась координата x от начала до конца.

2

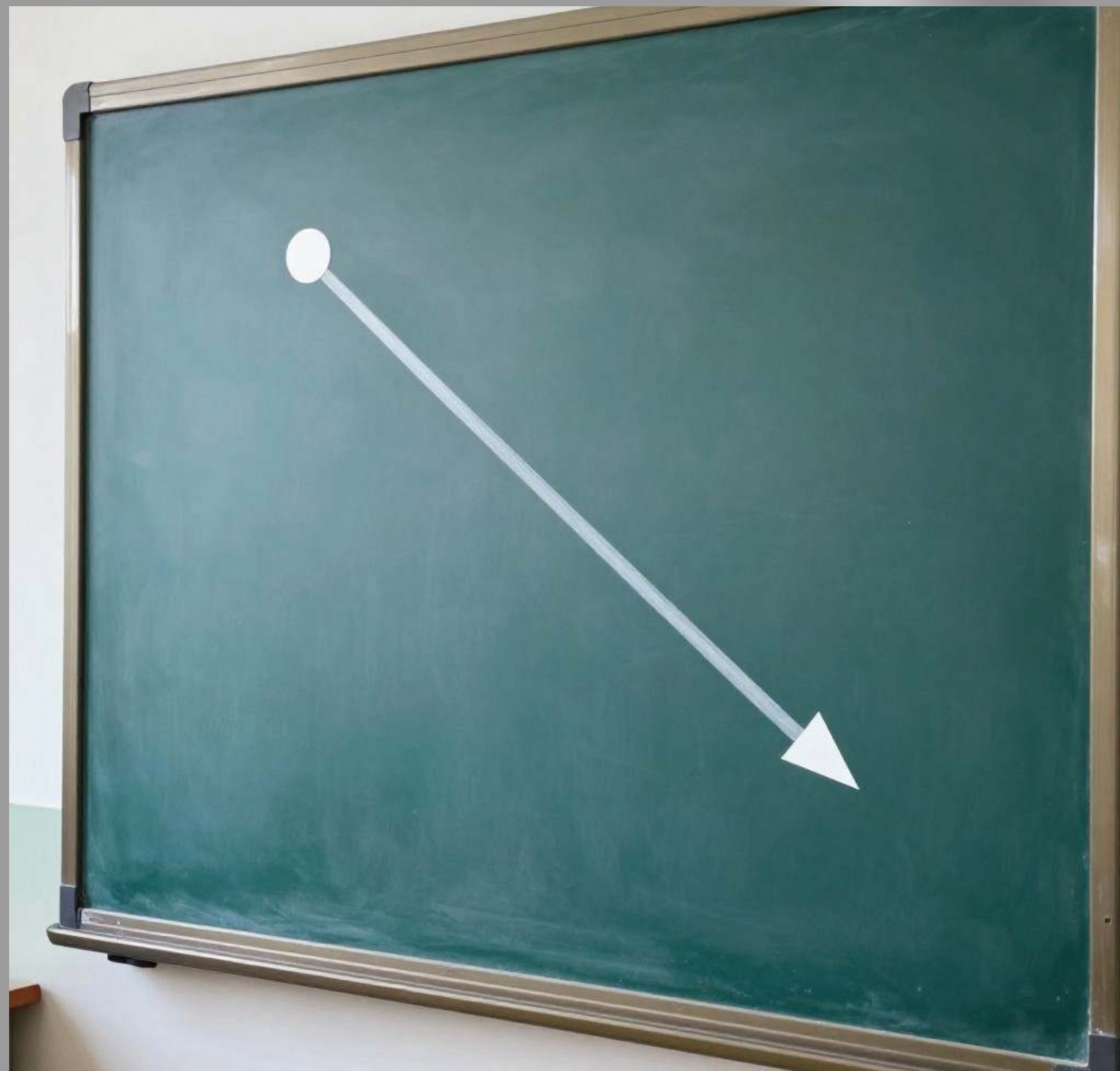
Вертикальный сдвиг

Затем находят вертикальное изменение, то есть Δy . Оно показывает, насколько поднялась или опустилась точка, и вместе с Δx полностью описывает движение на плоскости.

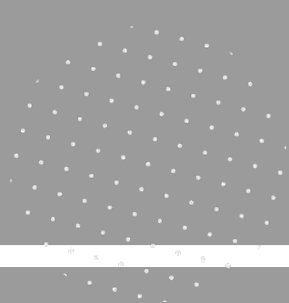
3

Запись в координатах

После этого вектор записывают как пару чисел. Такой способ удобен, потому что рисунок сразу превращается в вычисление, а ответ легко проверить по клеткам.



Параллельность: проверка по компонентам



1

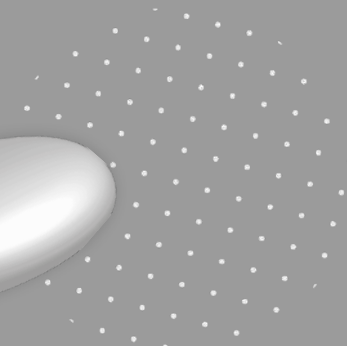
Одно направление

Параллельные векторы направлены вдоль одной прямой, даже если один из них короче или длиннее другого. Поэтому важно сравнивать не только рисунок, но и числа в координатах.

2

Проверьте пропорцию

Если компоненты одного вектора пропорциональны компонентам другого, векторы параллельны. Отношения координат остаются одинаковыми, даже когда вектор повернут или уменьшен в несколько раз.



3

Сравните по координатам

Такой признак особенно полезен в геометрических задачах, где трудно полагаться только на глаз. Достаточно выписать координаты и аккуратно сравнить их отношения.



Перпендикулярность: простой критерий

1

Прямой угол

Если два вектора образуют прямой угол, их направления взаимно перпендикулярны. На чертеже это видно по форме угла, а в вычислениях — по специальному условию.

2

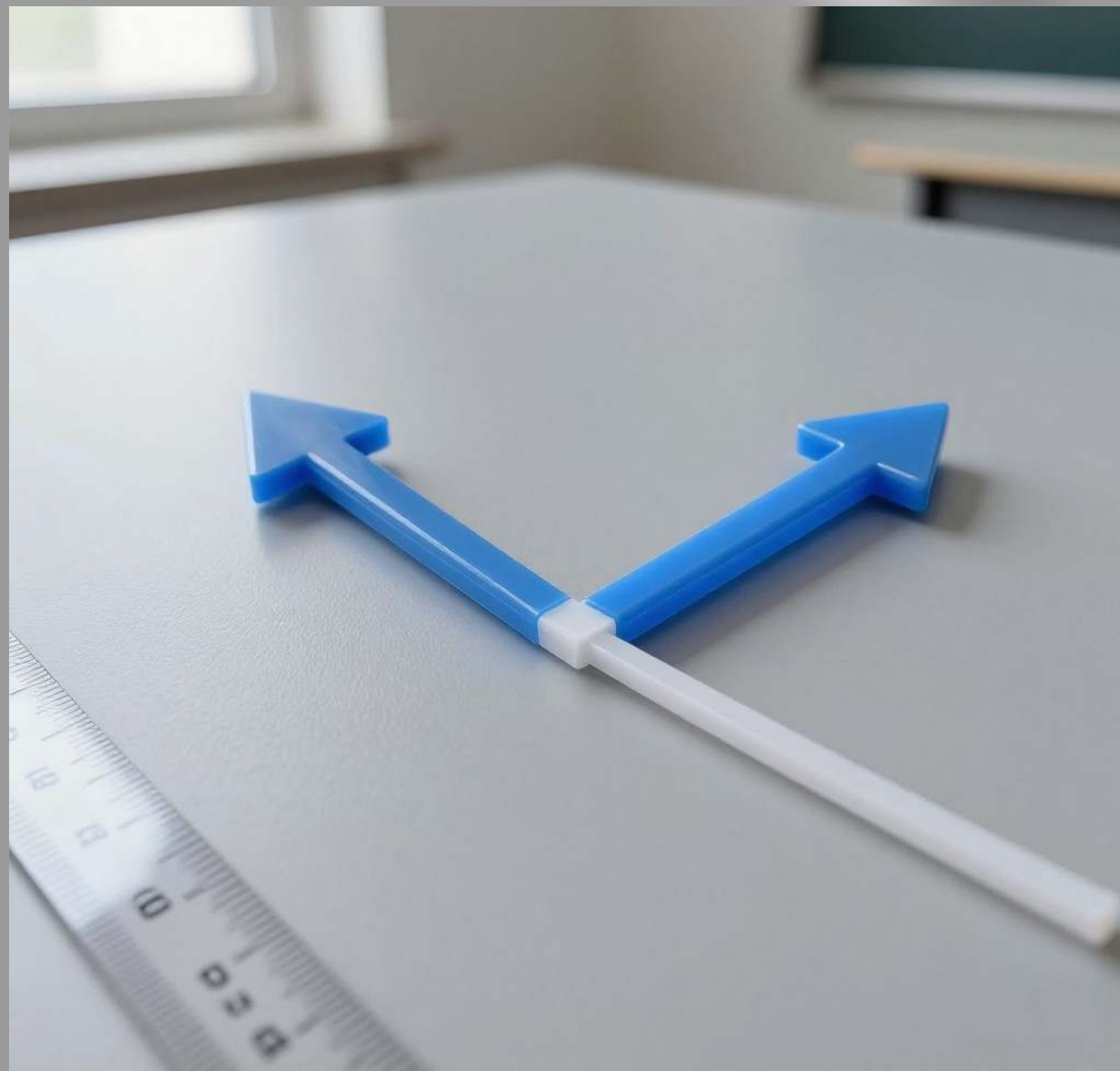
Нулевая сумма

Главная проверка в координатах — скалярное произведение. Когда сумма произведений соответствующих компонентов равна нулю, векторы перпендикулярны и угол между ними прямой.

3

Быстрая проверка

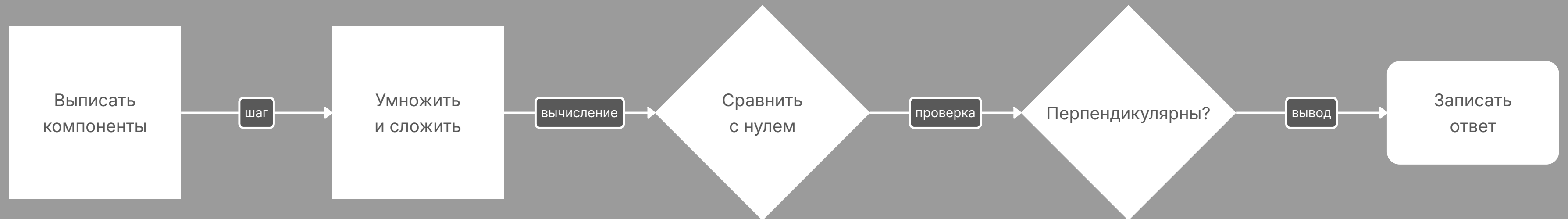
Этот критерий удобен тем, что заменяет измерение линейкой или транспортиром. Достаточно подставить числа и сделать короткий расчет без лишних построений.



Алгоритм проверки по компонентам

15

Пошаговая схема для проверки взаимного расположения векторов по координатам



Скорость как вектор

16

Есть направление

Скорость показывает не только, как быстро движется объект, но и в каком направлении. Поэтому в задачах на движение её удобно рассматривать как вектор, а не просто число.

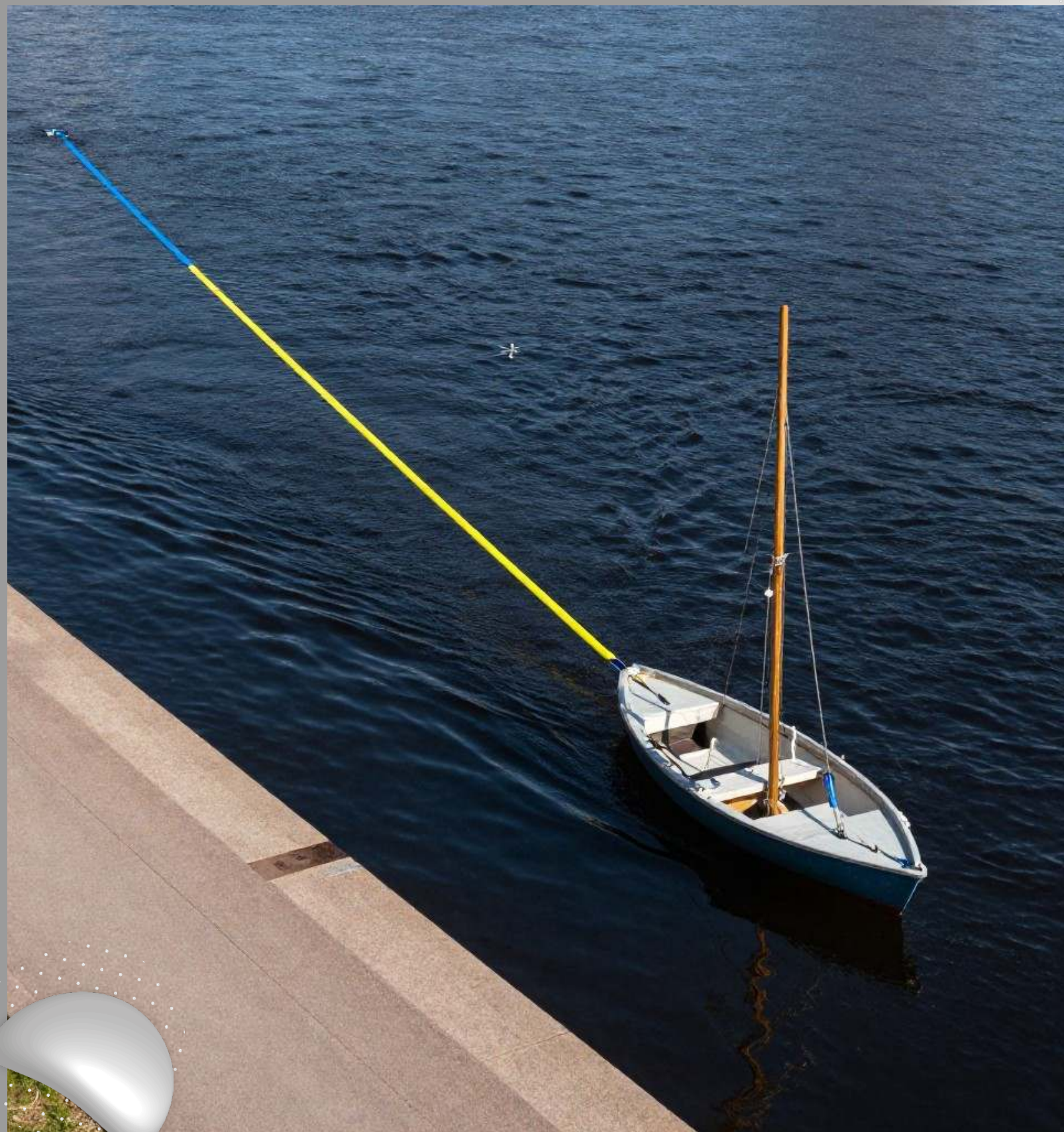
Сложение зависит от направления

Если два движения идут в одну сторону, их скорости складываются. Когда направления различаются, нужно учитывать угол между ними, иначе ответ получится неверным.

Полезно в реальных задачах

Такой подход помогает описывать движение машин, самолётов, лодок и людей на карте. Вектор скорости делает условие задачи наглядным и легко проверяемым.





Сумма скоростей: движение и ветер

Два влияния

Когда объект движется сам, а ветер или течение тоже имеют направление, нужно учитывать оба вектора одновременно. Итоговое движение зависит от их совместного действия.

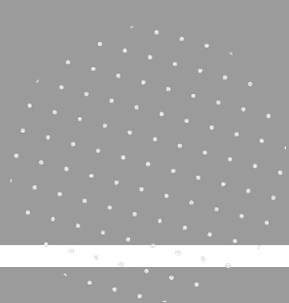
Движение по диагонали

Если векторы направлены не одинаково, итоговая скорость получается как диагональ между ними. Именно поэтому траектория может отклоняться от привычного прямого пути.

Разберите вклад

В таких задачах важно отдельно назвать собственное движение и внешнее воздействие. Тогда легче понять, какой вклад вносит каждый вектор и как получить общий результат.

Маршрут на плоскости: кратчайшее направление

**1**

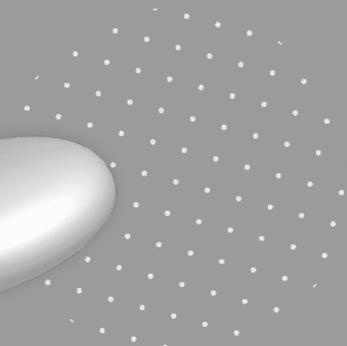
Постройте стрелку

Сначала отмечают точку старта и цель на координатной сетке. Между ними проводят стрелку перемещения, которая сразу показывает общее направление и помогает не потеряться в маршруте.

2

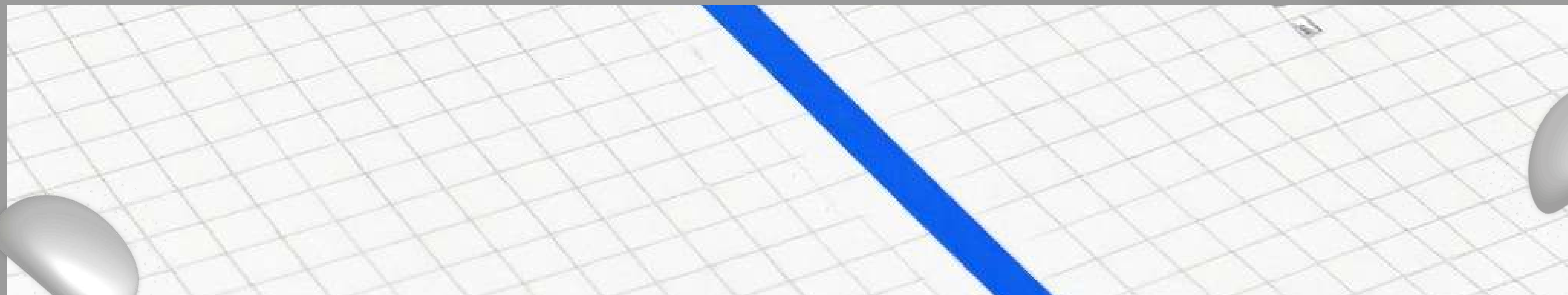
Считайте шаги

Затем находят изменения по осям и считают, сколько клеток нужно пройти по горизонтали и вертикали. Так легко сравнить разные пути и выбрать самый короткий.

**3**

Проверьте маршрут

После этого проверяют, совпадает ли полученный вектор с реальным маршрутом на карте. Если да, значит, кратчайшее направление найдено верно и без лишних обходов.



Практикум: три задачи по векторной схеме

Тип задачи	Что делаем	Что проверяем
Два перемещения	Складываем	Итоговый вектор
Параллельность	Сравниваем компоненты	Пропорцию
Скорость с ветром	Добавляем векторы	Направление

- Сравните три типовых задания и выберите нужный прием: сложение, проверку параллельности или работу со скоростью. Во всех случаях помогает одинаковый порядок действий.
- Один и тот же алгоритм подходит для разных сюжетов: сначала схема, затем числа, потом проверка результата.

Векторы в деле: проверь себя и решай быстрее

Векторы помогают не только рисовать стрелки, но и быстро решать задачи на движение, расстояние и взаимное расположение. Запомните порядок: схема, компоненты, проверка, ответ в контексте.

