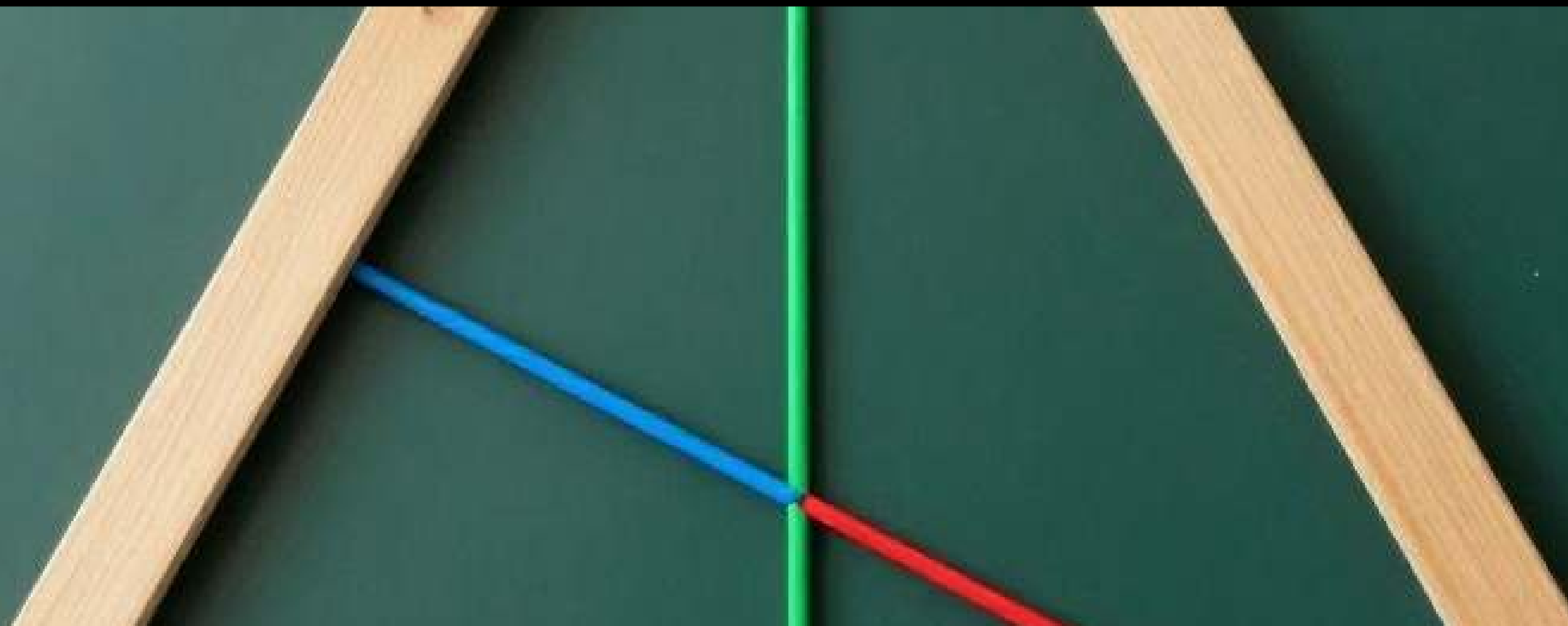
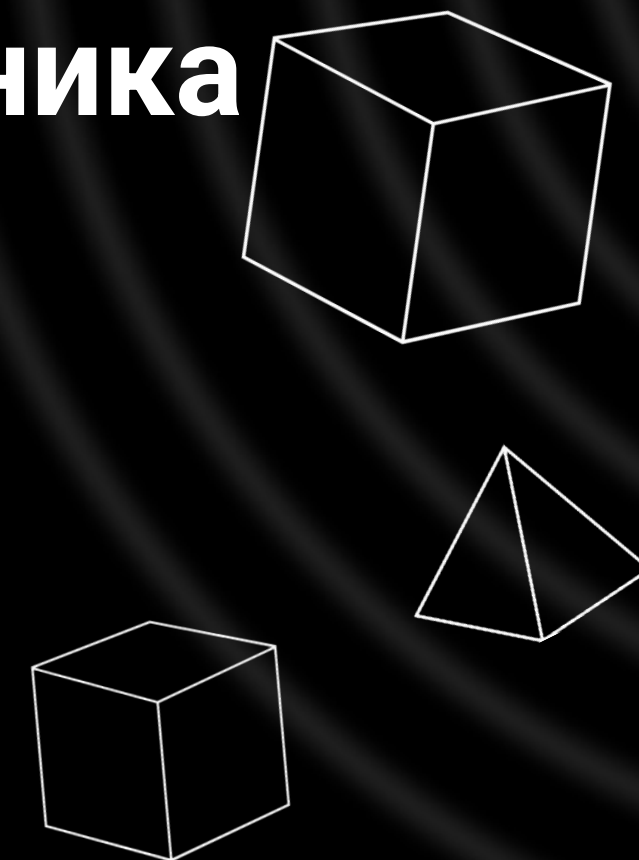


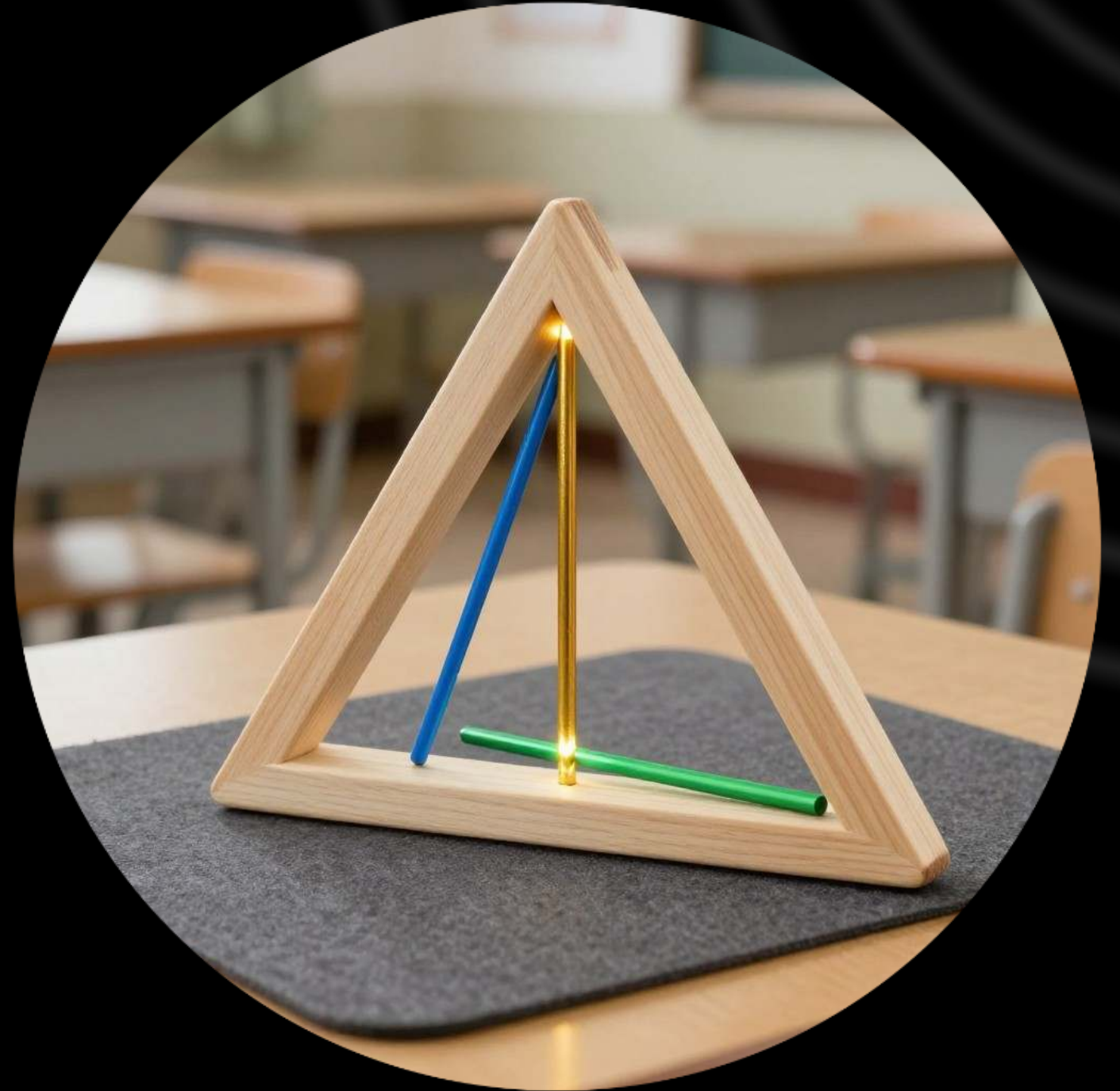
Биссектрисы, медианы и высоты треугольника

Три линии, которые помогают понять треугольник точнее.



Зачем нужны особые линии треугольника

Они уточняют свойства фигуры, помогают в построениях и вычислениях. С их помощью находят площади, середины сторон, делят углы и строят важные точки треугольника.



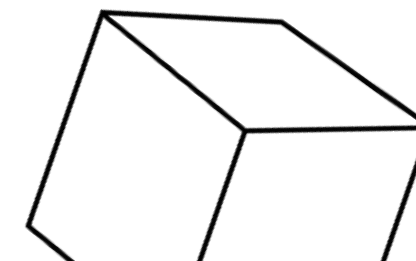
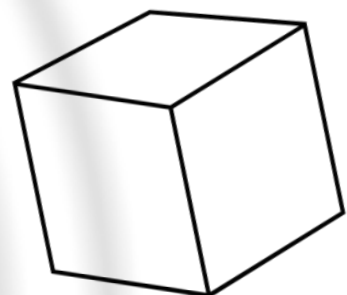


3

биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

Эта точка — центр вписанной окружности, он одинаково удалён от всех сторон треугольника.

Свойства биссектрис треугольника, школьный курс геометрии



Построение биссектрисы угла циркулем и линейкой

Первая дуга

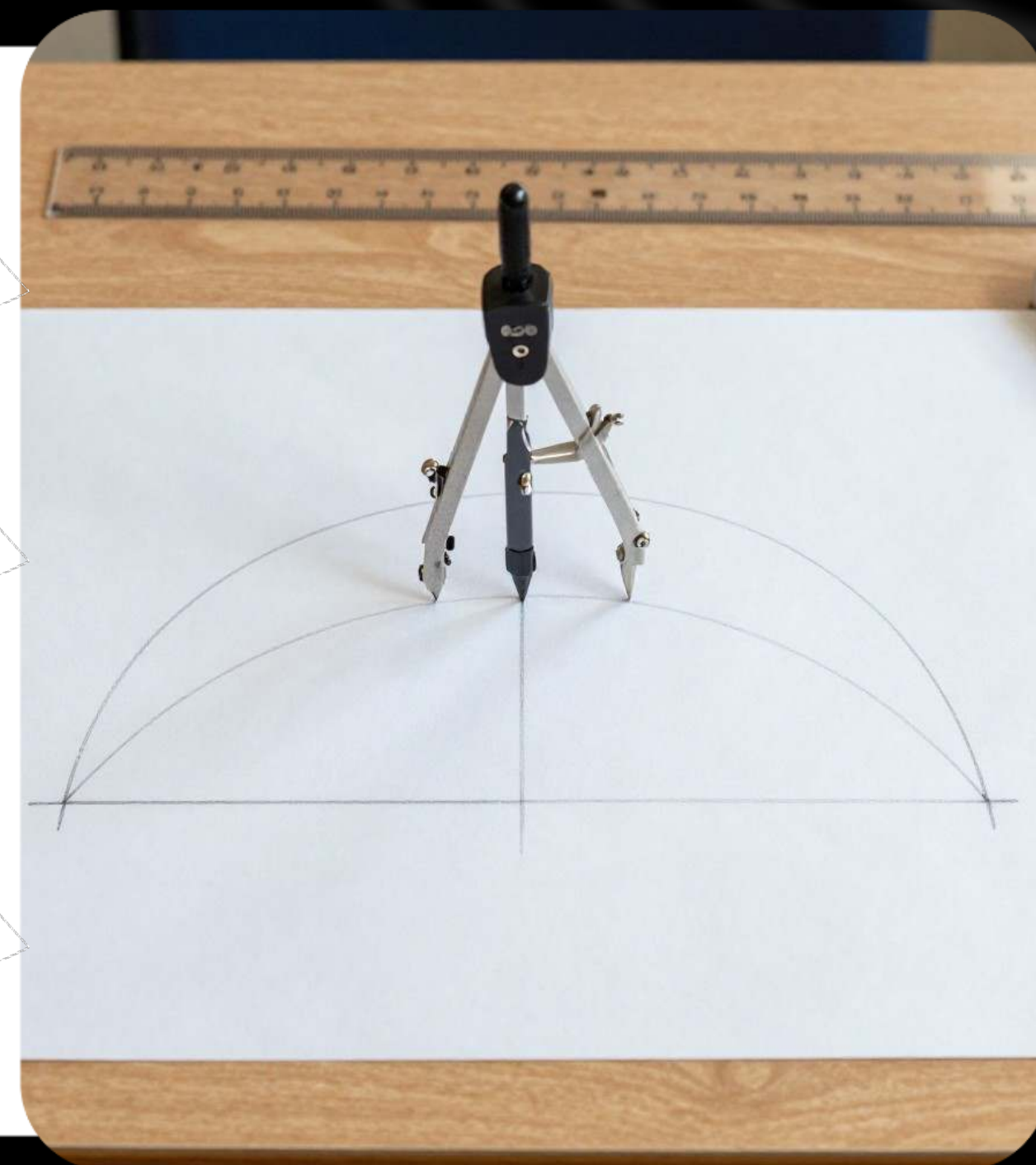
Из вершины угла проводят дугу так, чтобы она пересекла обе стороны. Эти две точки станут основой для следующего шага построения.

Равные дуги

Из полученных точек строят дуги одинакового радиуса. Они должны пересечься внутри угла, иначе биссектриса не будет построена точно.

Линия через вершину

Через вершину и точку пересечения дуг проводят луч. Он делит угол на две равные части и показывает положение биссектрисы.



Медиана треугольника: определение и свойства

1

Что это такое

Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Поэтому сначала важно точно найти середину нужного отрезка.

2

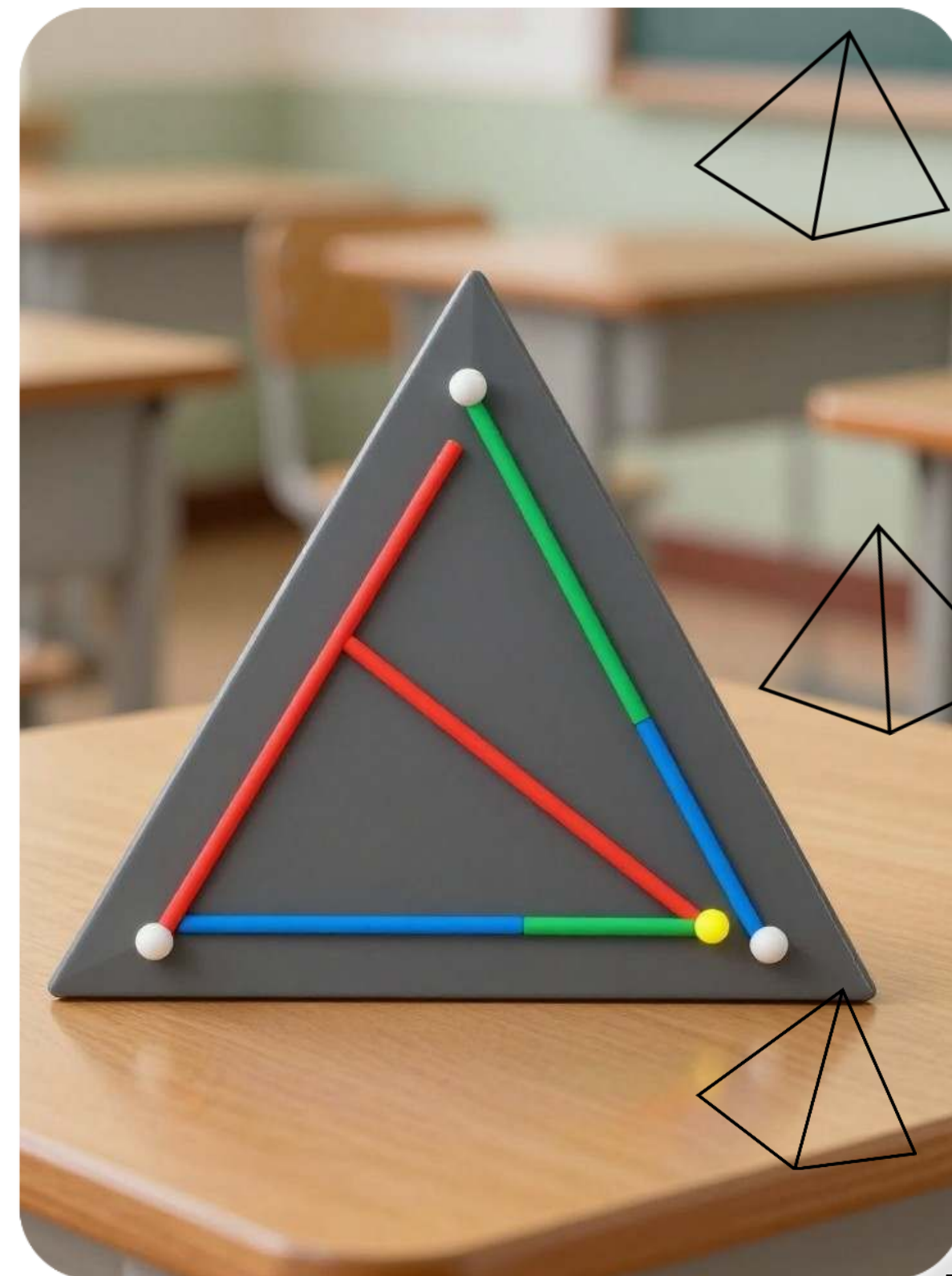
Главная точка

Все три медианы пересекаются в одной точке — центре тяжести треугольника. Эта точка показывает, как в фигуре «распределяется» её форма.

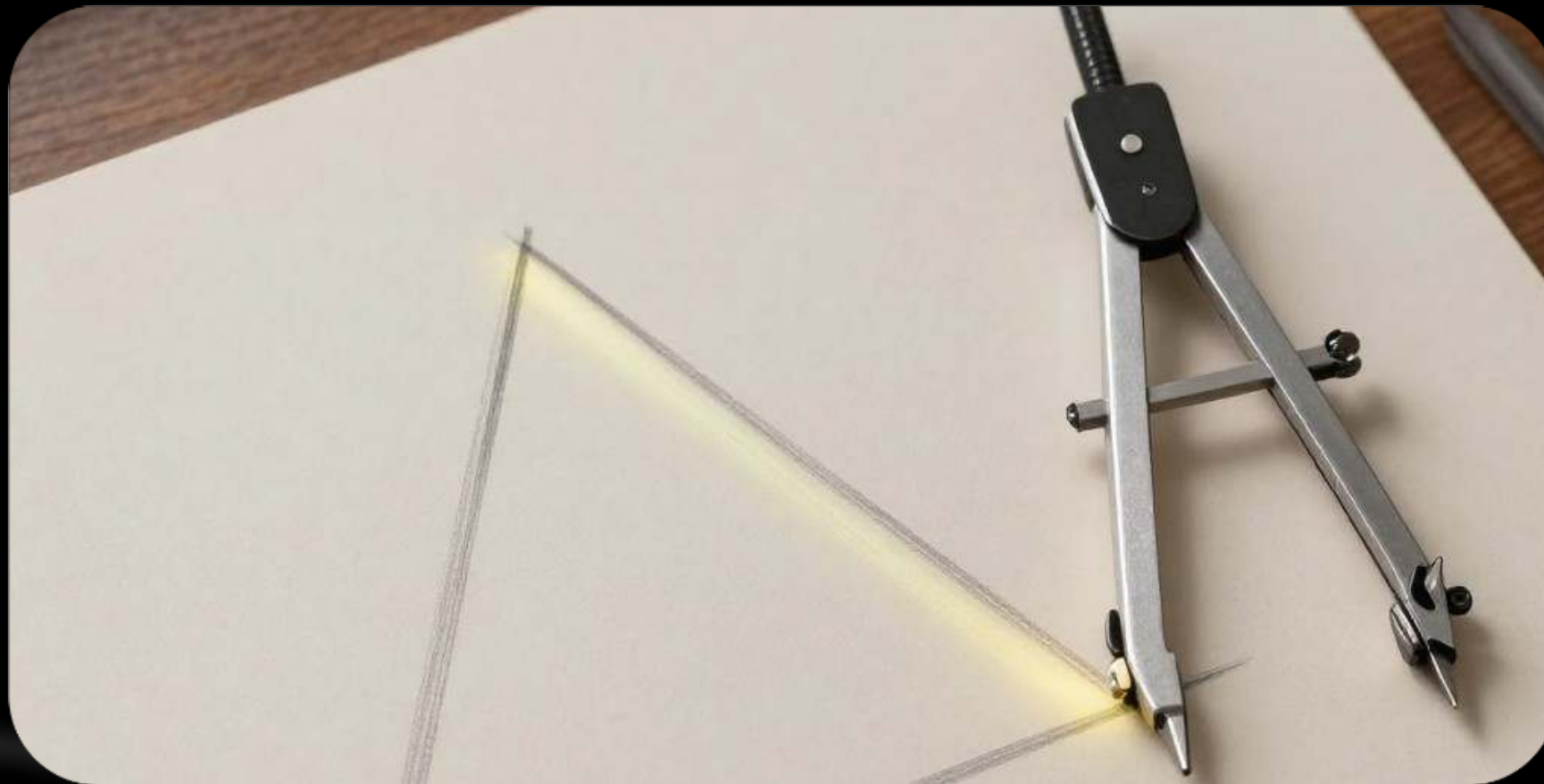
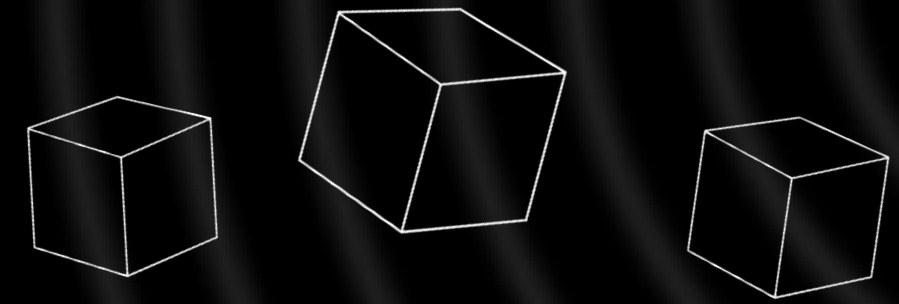
3

Отношение деления

Центр тяжести делит каждую медиану на две части так, что от вершины до точки пересечения отрезок вдвое длиннее второго.

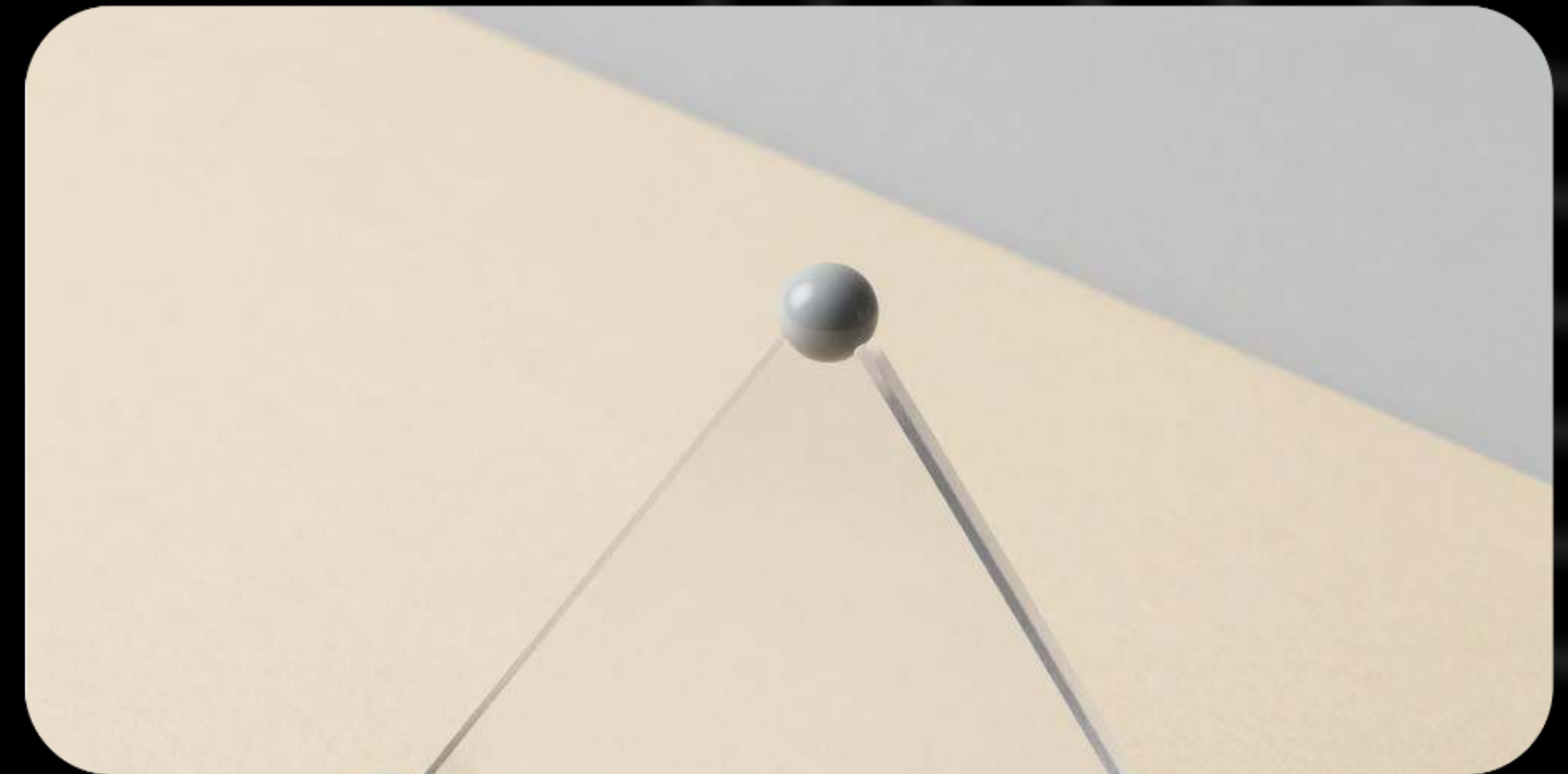
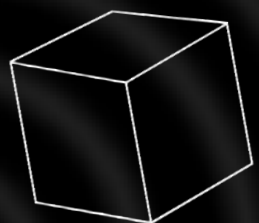


Построение медианы



Как найти середину стороны

Сначала берут сторону треугольника, к которой нужно провести медиану. Из её концов проводят дуги одинакового радиуса, чтобы получить две точки пересечения. Соединив их, находят середину стороны и отмечают её на чертеже.



Как провести саму медиану

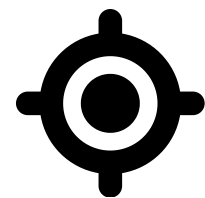
После отметки середины стороны её соединяют с противоположной вершиной. Полученный отрезок и есть медиана. На рисунке полезно выделить равные части стороны и подписать середину, чтобы построение было легко проверить.

Высота треугольника: определение и свойства



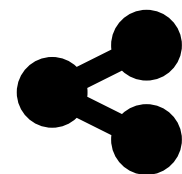
Перпендикуляр к стороне

Высота всегда образует прямой угол с противоположной стороной или её продолжением. Именно этот признак отличает её от медианы и биссектрисы.



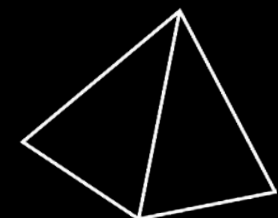
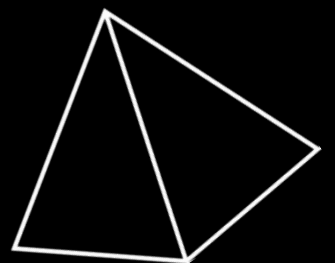
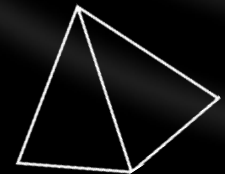
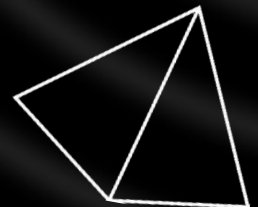
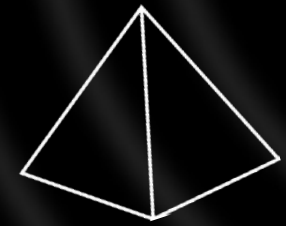
Три возможные высоты

У любого треугольника можно провести три высоты — по одной из каждой вершины. Они помогают изучать фигуру и находить её специальные точки.



Где они пересекаются

В остроугольном треугольнике высоты пересекаются внутри фигуры. В тупоугольном — вне её, а в прямоугольном две высоты совпадают с катетами.



Сравнение биссектрисы, медианы и высоты

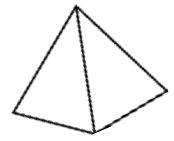
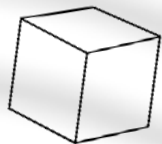
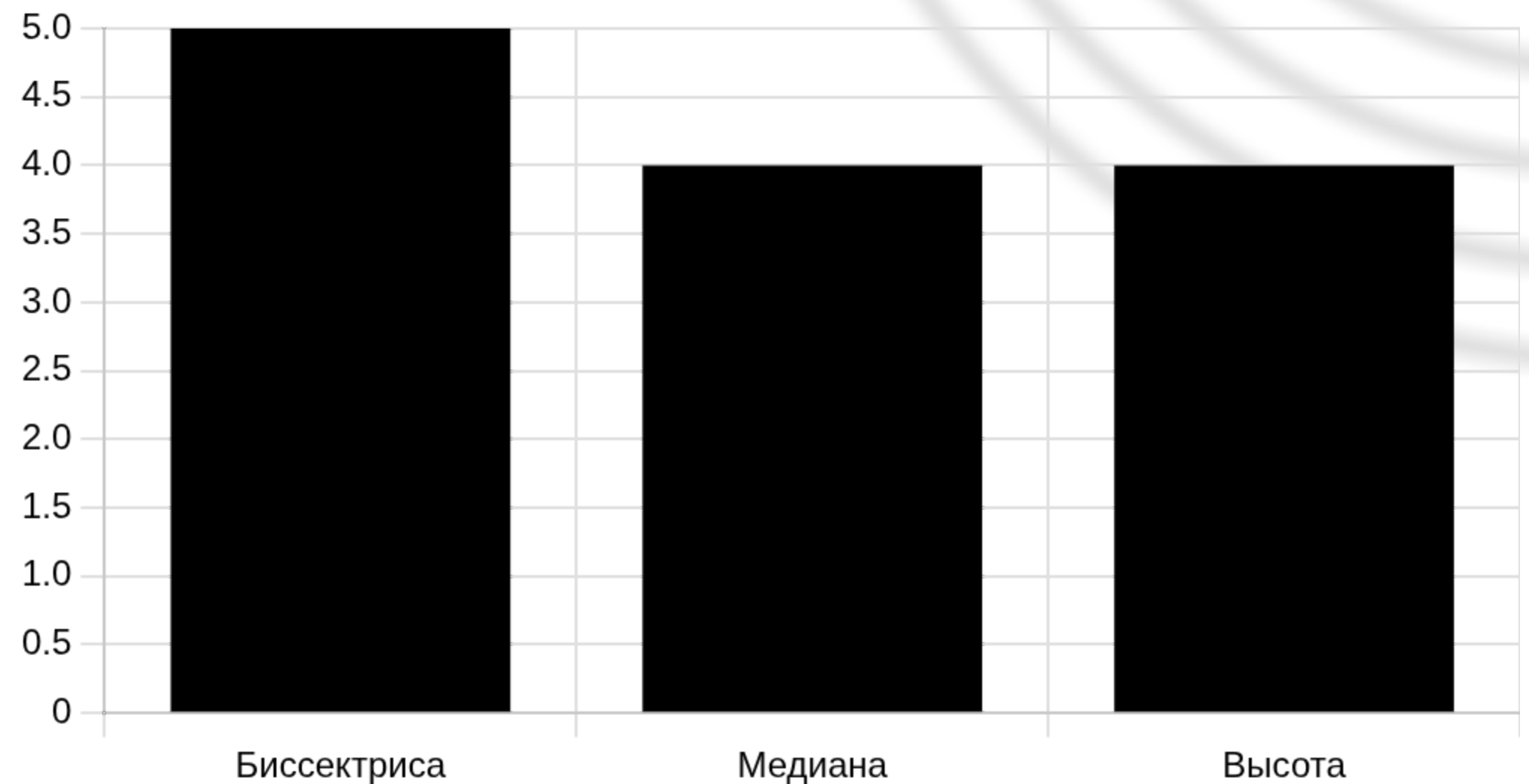


Схема помогает увидеть, какая линия связана с углом, какая — с серединой стороны, а какая — с прямым углом.

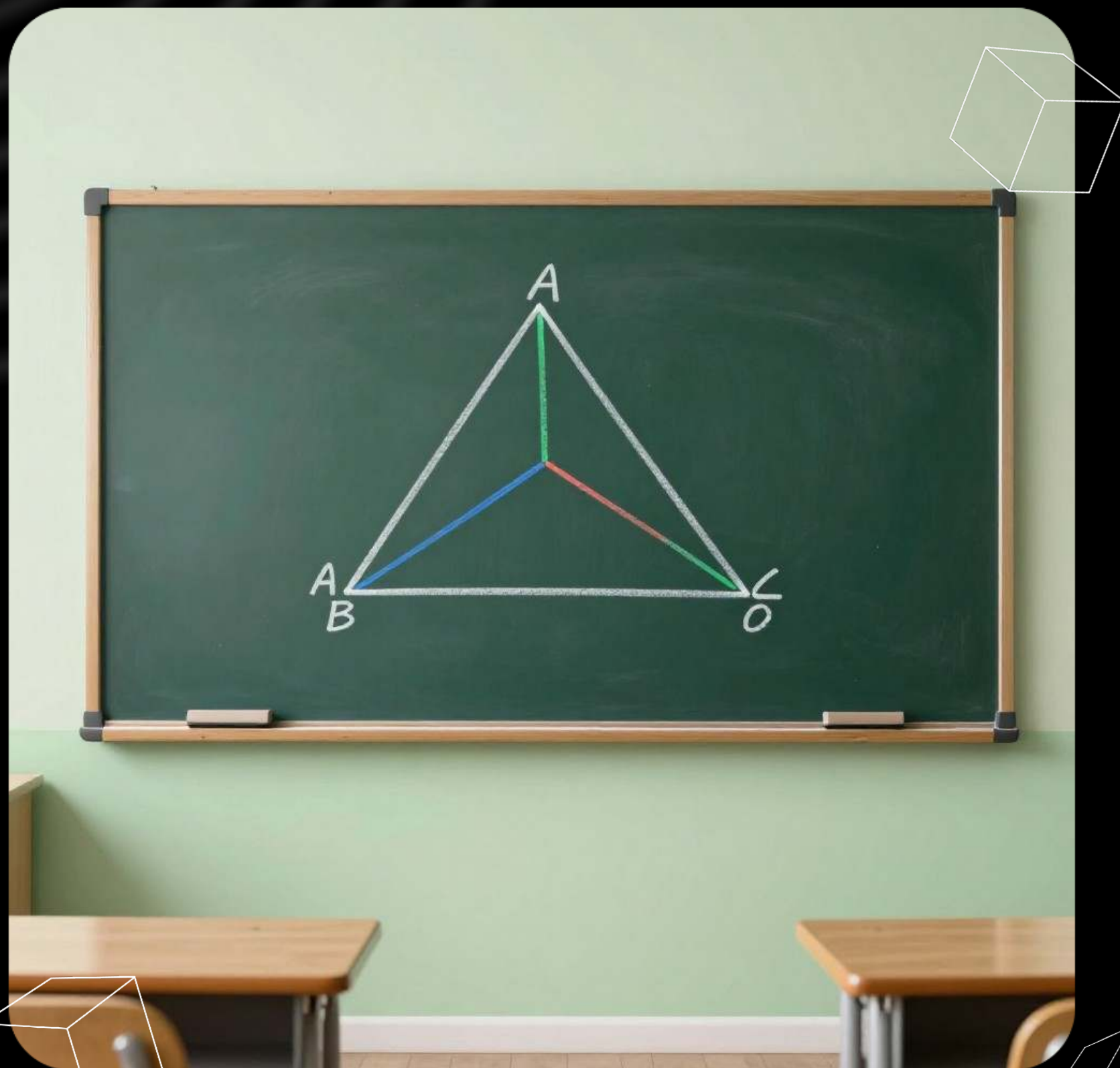
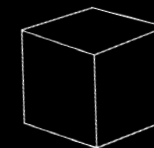


У каждой линии есть свой главный признак, но в задачах они часто дополняют друг друга.

Сравнение линий треугольника по признакам



Как различать эти три линии в задаче



1

Смотри на угол

Если в условии говорится о делении угла на две равные части, речь идёт о биссектрисе. Её легко узнать по равным углам у вершины.

2

Проверяй середину стороны

Если линия соединяет вершину с серединой стороны, это медиана. На чертеже обязательно должны быть отмечены равные отрезки на этой стороне.

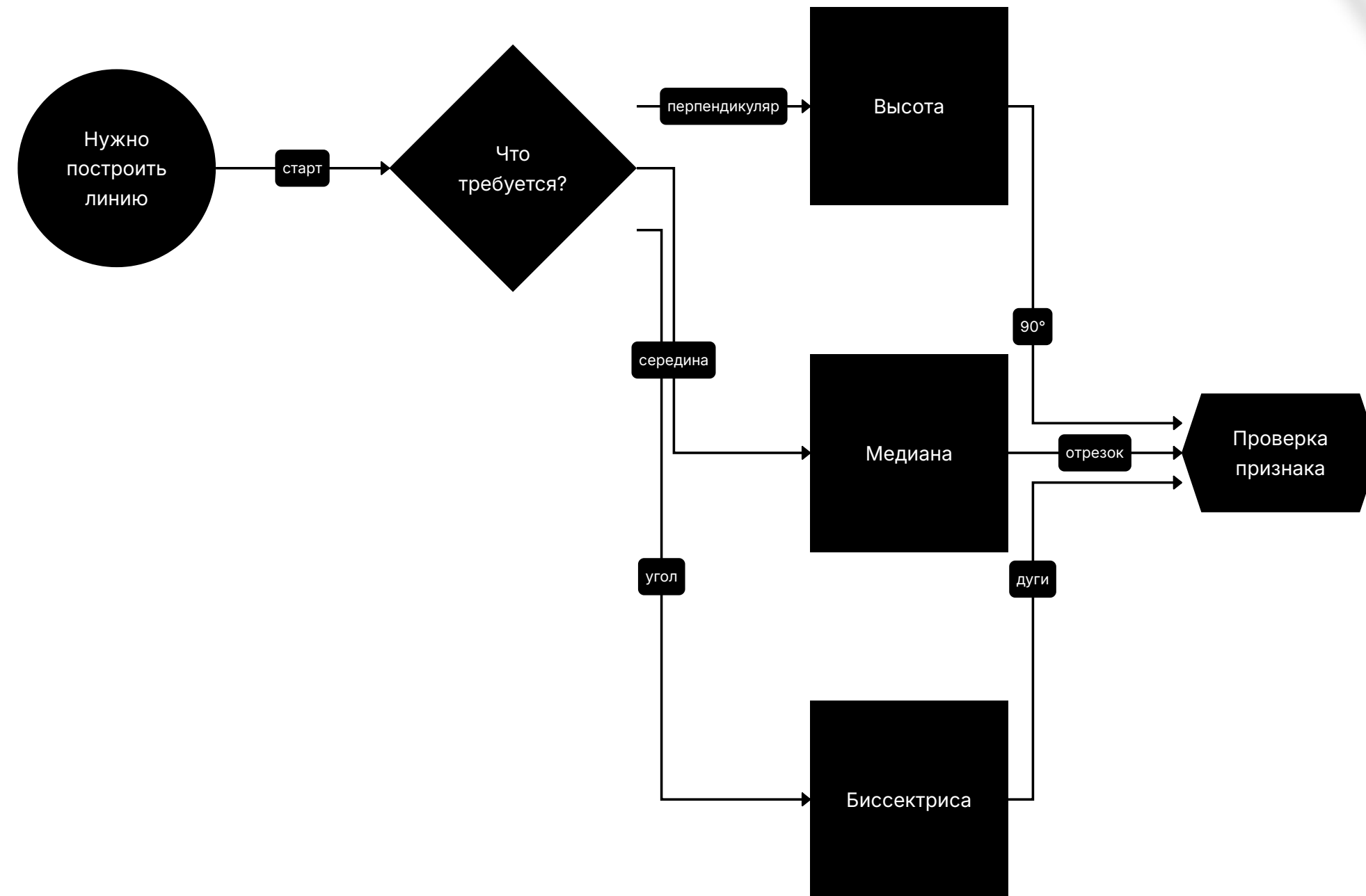
3

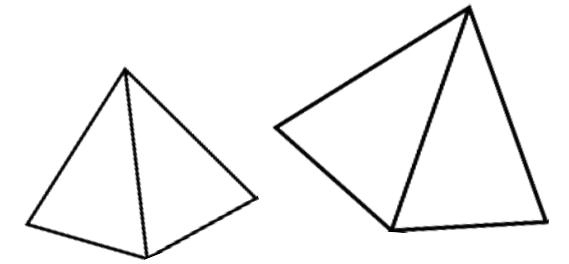
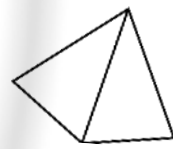
Ищи прямой угол

Если отрезок перпендикулярен стороне или её продолжению, это высота. Её удобно проверять значком прямого угла на рисунке.

Как выбрать и построить нужную линию

Схема показывает последовательность действий при построении биссектрисы, медианы или высоты.





Точки пересечения трех линий

Центр вписанной окружности

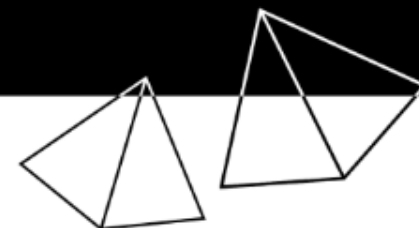
Точка пересечения биссектрис находится на одинаковом расстоянии от всех сторон треугольника. Поэтому именно она служит центром вписанной окружности и помогает увидеть связь углов с внутренним пространством фигуры.

Центр тяжести

Медианы пересекаются в одной точке, которую называют центром тяжести треугольника. Она делит каждую медиану так, что от вершины до точки пересечения отрезок вдвое длиннее, чем от этой точки до стороны.

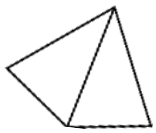
Ортоцентр

Высоты треугольника сходятся в ортоцентре. Его положение зависит от вида треугольника: у острого он внутри, у тупого — вне фигуры, а у прямоугольного связан с вершиной прямого угла.

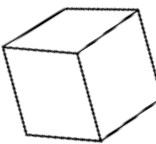


Три линии треугольника: краткое сравнение

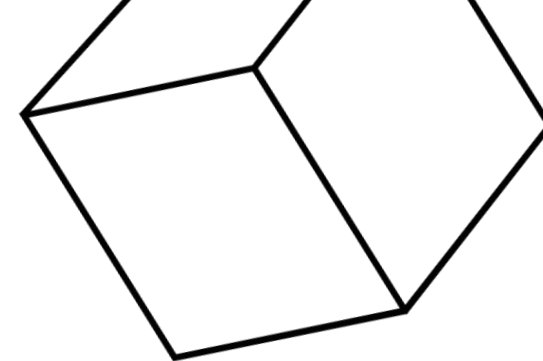
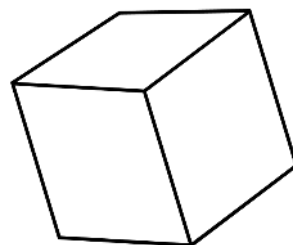
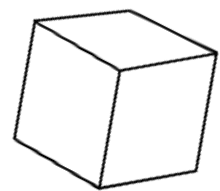
Линия	Что делает	Точка пересечения
Биссектриса	Делит угол	Центр вписанной окружности
Медиана	Идет к середине	Центр тяжести
Высота	Опускается перпендикулярно	Ортоцентр



Сравнение показывает, чем отличаются основные линии треугольника и к каким важным точкам они приводят.



У каждой линии есть свой признак и своя особая точка. По ним легко отличать построения и проверять правильность чертежа.

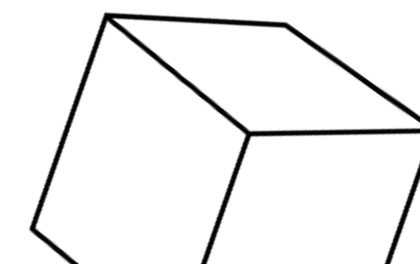
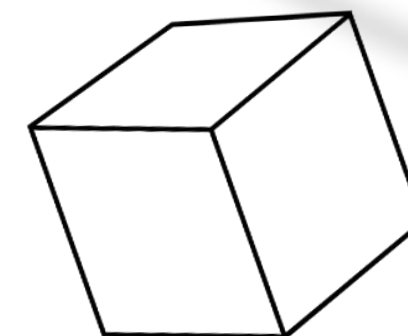
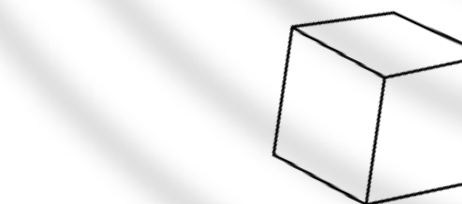
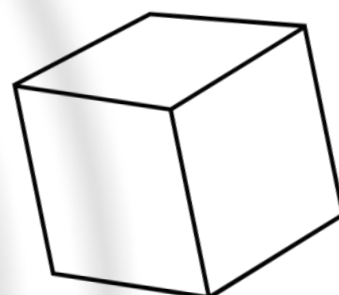


1/2

**площади треугольника берут
от произведения основания на высоту**

Эта часть формулы показывает, что высота нужна не только для построения, но и для вычисления площади по удобной стороне.

Формула площади треугольника из школьного курса геометрии



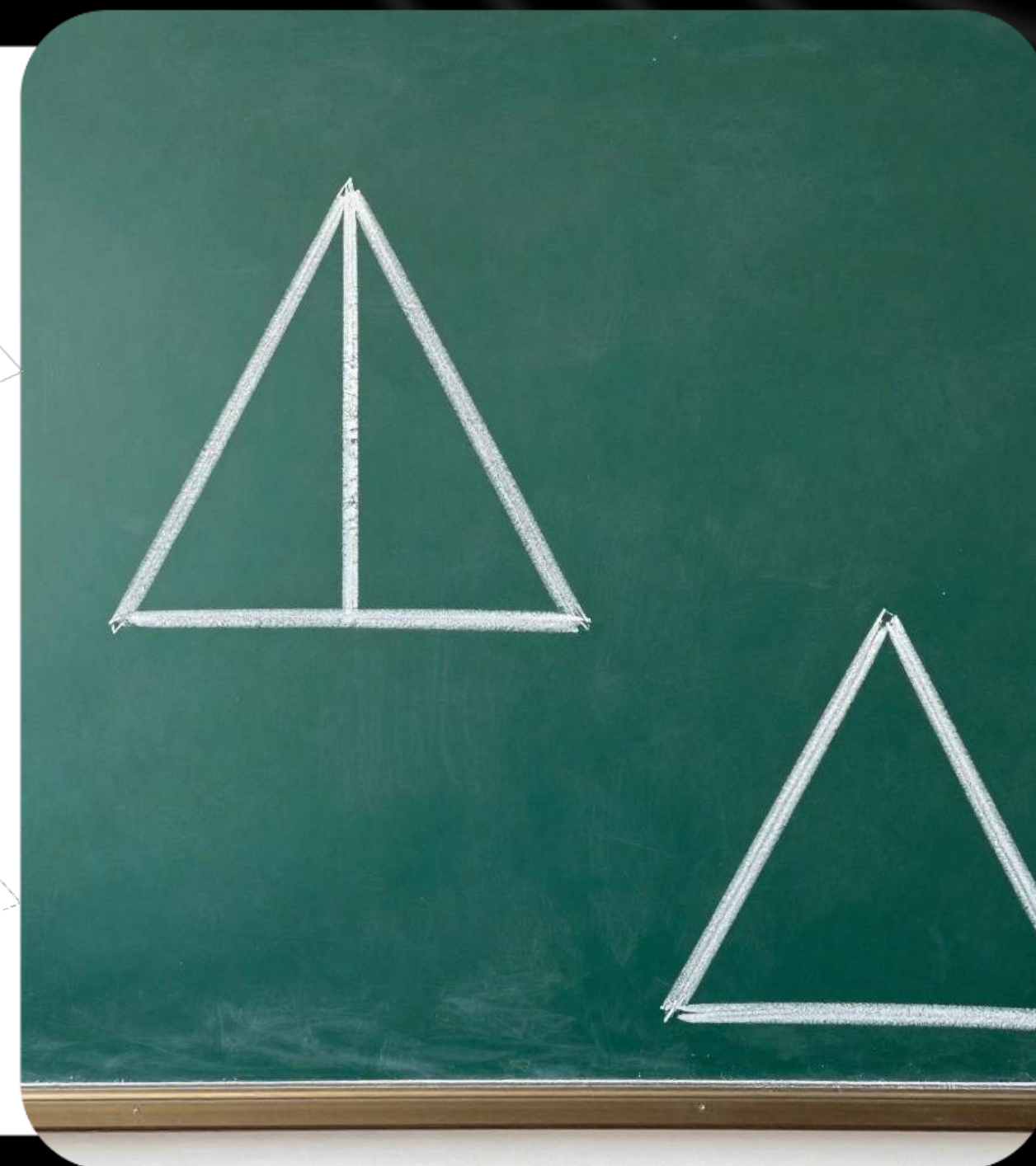
Особые случаи в равнобедренном и равностороннем треугольнике

Равнобедренный треугольник

Если провести линию из вершины к основанию, то в равнобедренном треугольнике она часто одновременно оказывается медианой, высотой и биссектрисой. Это связано с симметрией фигуры относительно оси.

Равносторонний треугольник

В равностороннем треугольнике любая линия, идущая из вершины к противоположной стороне, выполняет сразу три роли. Все стороны и углы равны, поэтому различия между этими линиями исчезают.

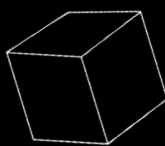


Свойства линий в разных треугольниках

Вид	Особенность	Итог
Равнобедренный	Одна линия из вершины	Может совпадать
Равносторонний	Все стороны равны	Все линии совпадают
Обычный	Нет симметрии	Линии различны

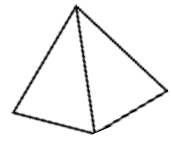


Таблица помогает увидеть, когда линии совпадают, а когда остаются разными в зависимости от вида треугольника.



Чем больше симметрия треугольника, тем чаще совпадают биссектриса, медиана и высота. В общем случае каждая из них имеет собственное положение.

Три особые точки треугольника



Эти точки не совпадают между собой, но каждая возникает из пересечения своей группы линий и связана с отдельным свойством треугольника.

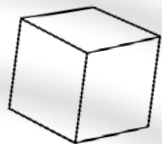


Диаграмма подчеркивает равную значимость трех точек: они описывают разные стороны одной фигуры и помогают решать разные задачи.

■ Центр вписанной окружности ■ Центр тяжести ■ Ортоцентр



Типичные ошибки при построении

1

Путают медиану и высоту

Медиану проводят к середине стороны, а высоту — под прямым углом. Если не проверить признак построения, легко принять один отрезок за другой.

2

Не отмечают середину

Для медианы важно сначала точно найти середину стороны. Без этого отрезок может пройти рядом с нужной точкой, но не будет медианой.

3

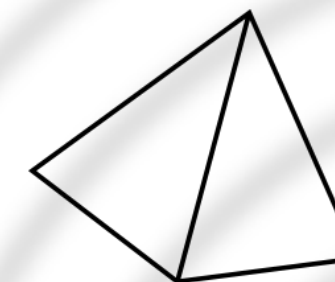
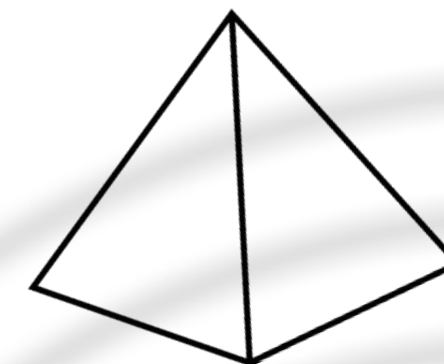
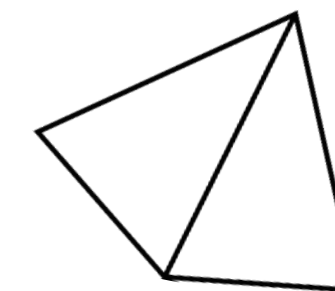
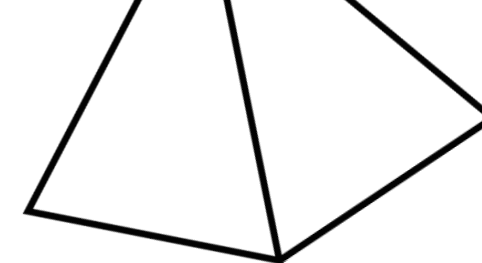
Строят биссектрису на глаз

Биссектрису нельзя рисовать приблизительно. Нужны равные дуги из двух точек на сторонах угла, иначе угол разделится неверно.

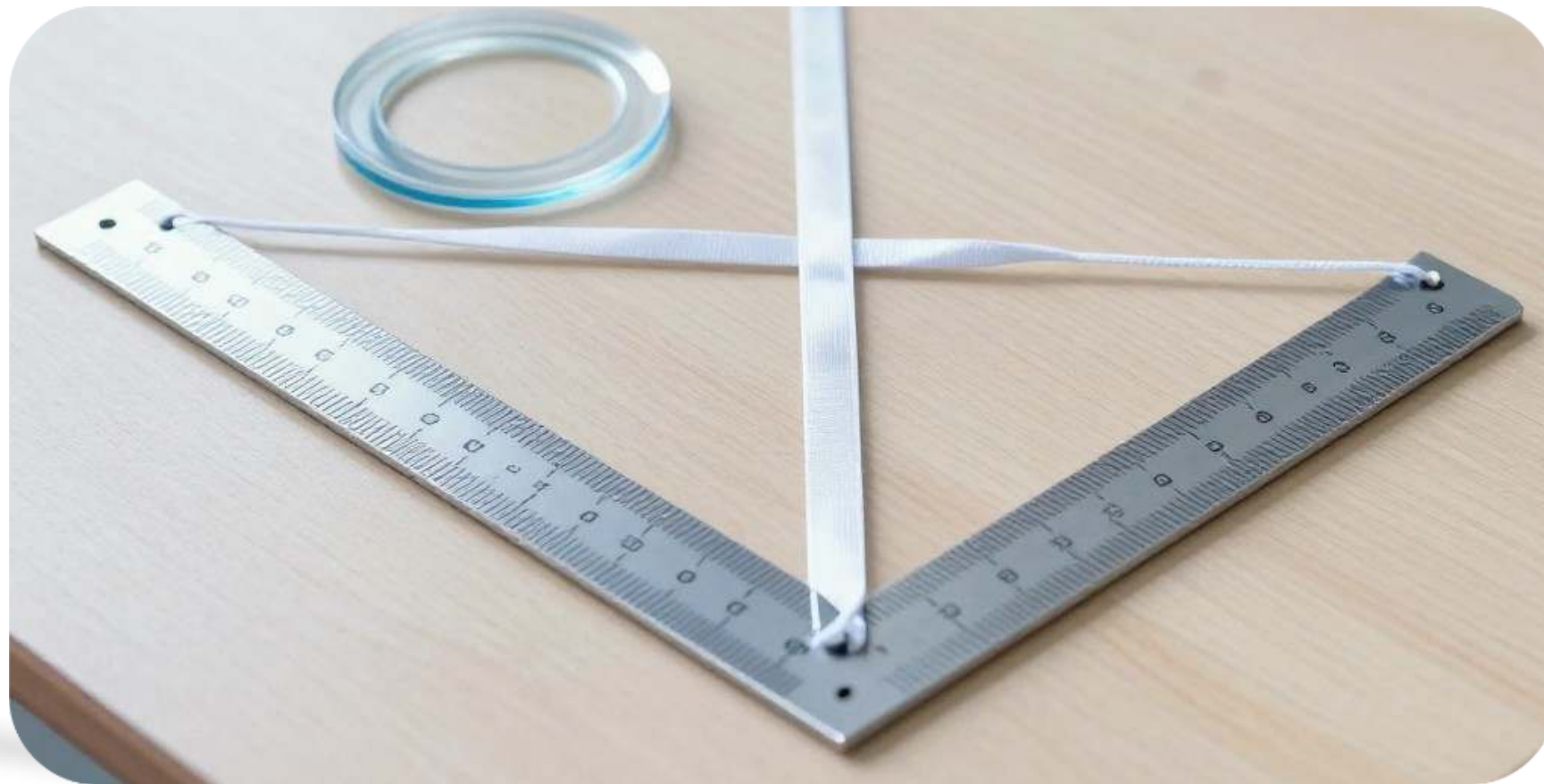
4

Забывают знак прямого угла

Высота всегда образует прямой угол со стороной или ее продолжением. Если этот знак не показан, проверить построение становится трудно.

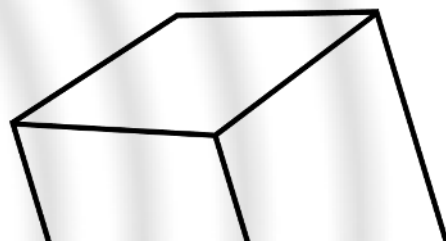


Практическое значение в задачах



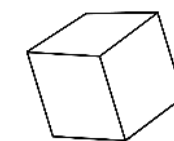
Когда нужно разделить угол

Биссектриса помогает аккуратно разделить угол на две равные части и часто становится первым шагом в задачах на построение. Она также ведет к центру вписанной окружности, поэтому ее удобно искать в чертежах с окружностями и касаниями.

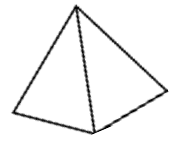


Когда важна площадь и равновесие

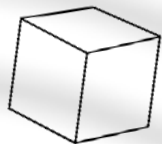
Медиана полезна, когда нужно сравнить части треугольника или понять, где находится его центр тяжести. Высота нужна для вычисления площади и для поиска перпендикуляра, поэтому эти линии часто работают вместе в одной задаче.



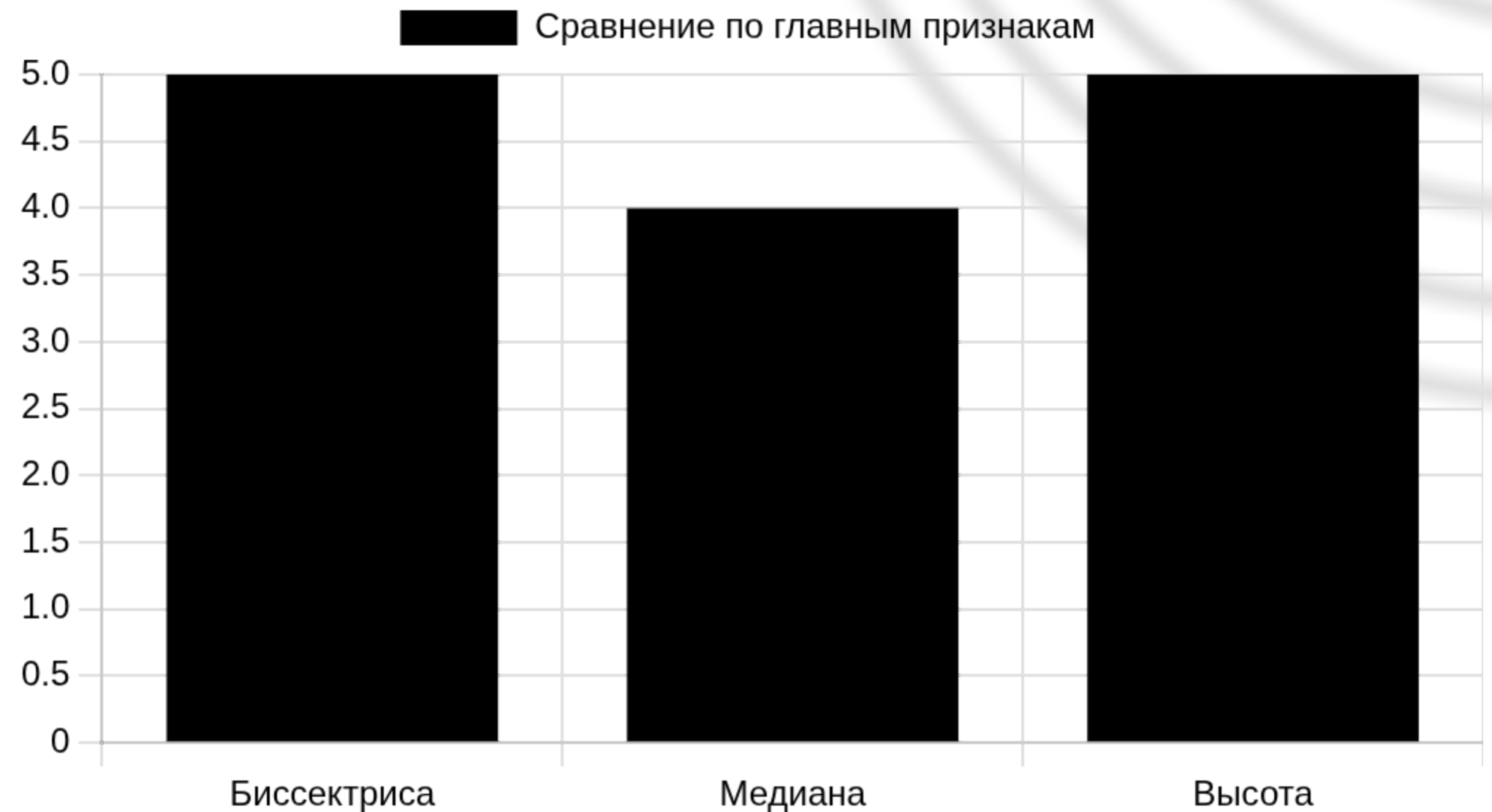
Сводная схема признаков трех линий



Сравнение удобно использовать как подсказку при решении задач: оно быстро показывает, какую линию искать по условию.



Биссектриса и высота сильнее связаны с углами и перпендикулярами, а медиана — с серединой стороны и балансом фигуры.



Главный итог темы

Биссектриса, медиана и высота похожи внешне, но решают разные задачи. Если помнить их признаки и точки пересечения, построения становятся точнее, а задачи по геометрии — понятнее.

