



Многогранники и фигуры вращения

Две группы пространственных фигур — одна тема урока.



Почему эти фигуры важно знать

Многогранники и фигуры вращения окружают нас каждый день: от коробок и книг до банок, мячей и рожков мороженого. Их изучение помогает узнавать формы, считать элементы и понимать площадь поверхности и объём.



Что такое многогранник

.1

Многогранник — это объёмная фигура, граница которой состоит из конечного числа плоских многоугольников. Такие тела называют телами с плоскими гранями.

.2

У многогранника выделяют грани, рёбра и вершины. Грани образуют поверхность, рёбра — это линии их пересечения, а вершины — точки, где сходятся рёбра.

.3

К многогранникам относятся куб, прямоугольный параллелепипед, призма и пирамида. У каждого из них своя форма, но общий принцип строения одинаков.

Основные элементы некоторых многогранников

Сравнение показывает, как меняется число граней, рёбер и вершин у разных тел.

Число элементов зависит от типа фигуры и строения основания; одинаковое число граней не означает одинаковое число рёбер и вершин.

Геометрические свойства многогранников: учебные определения и стандартные модели.

Фигура	Грани	Рёбра	Вершины
Куб	6	12	8
Тетраэдр	4	6	4
Треуг. призма	5	9	6
Четырёхуг. пирамида	5	8	5

Куб и прямоугольный параллелепипед

.1

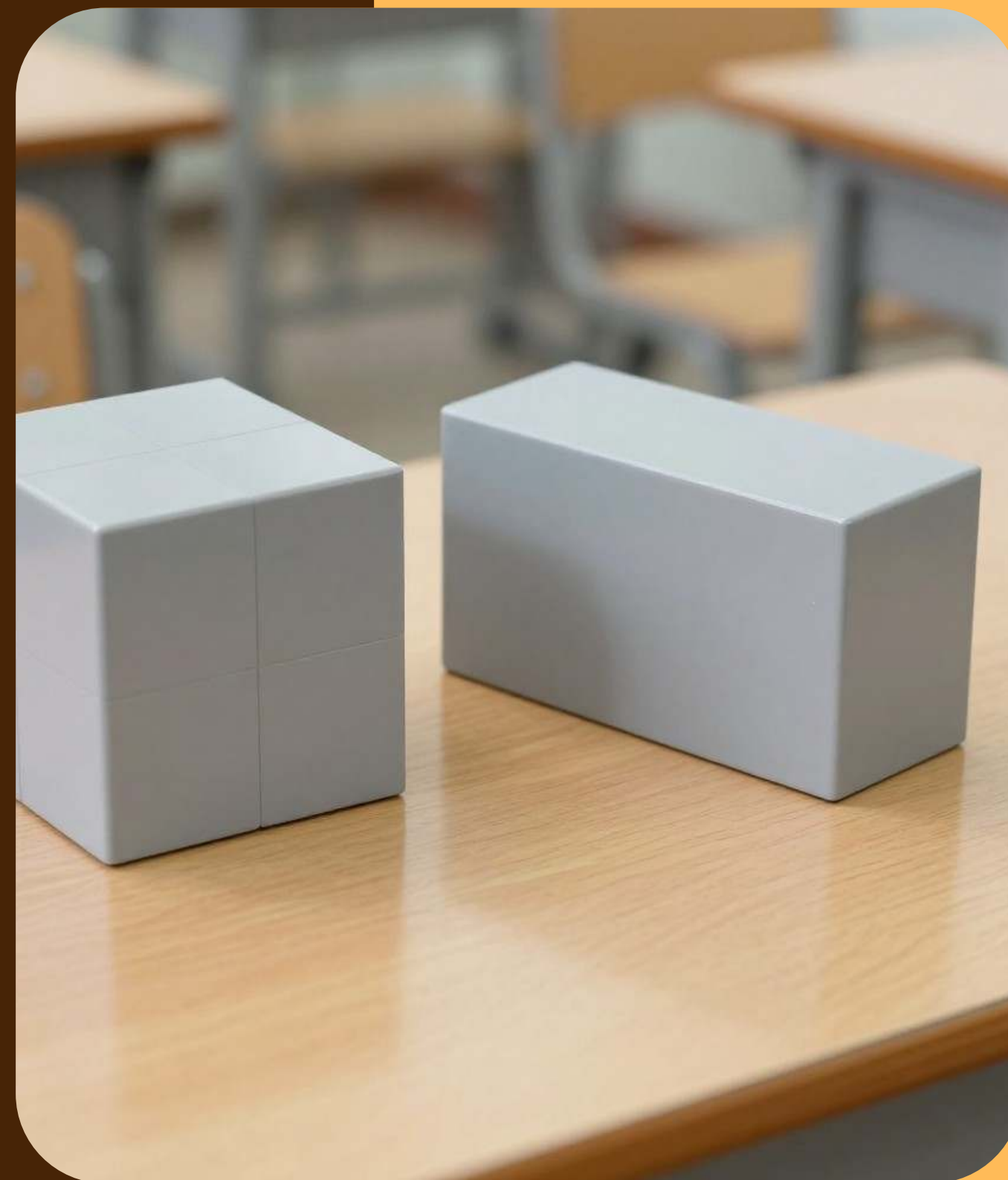
Куб: все стороны равны

Куб состоит из шести одинаковых квадратов, поэтому его все рёбра равны. Такая форма легко узнаётся и часто служит моделью для геометрических задач.

.2

Параллелепипед: форма более гибкая

Прямоугольный параллелепипед тоже имеет 6 граней, 12 рёбер и 8 вершин, но его грани — прямоугольники. Эту фигуру удобно сопоставлять с коробкой, шкафом или кирпичом.

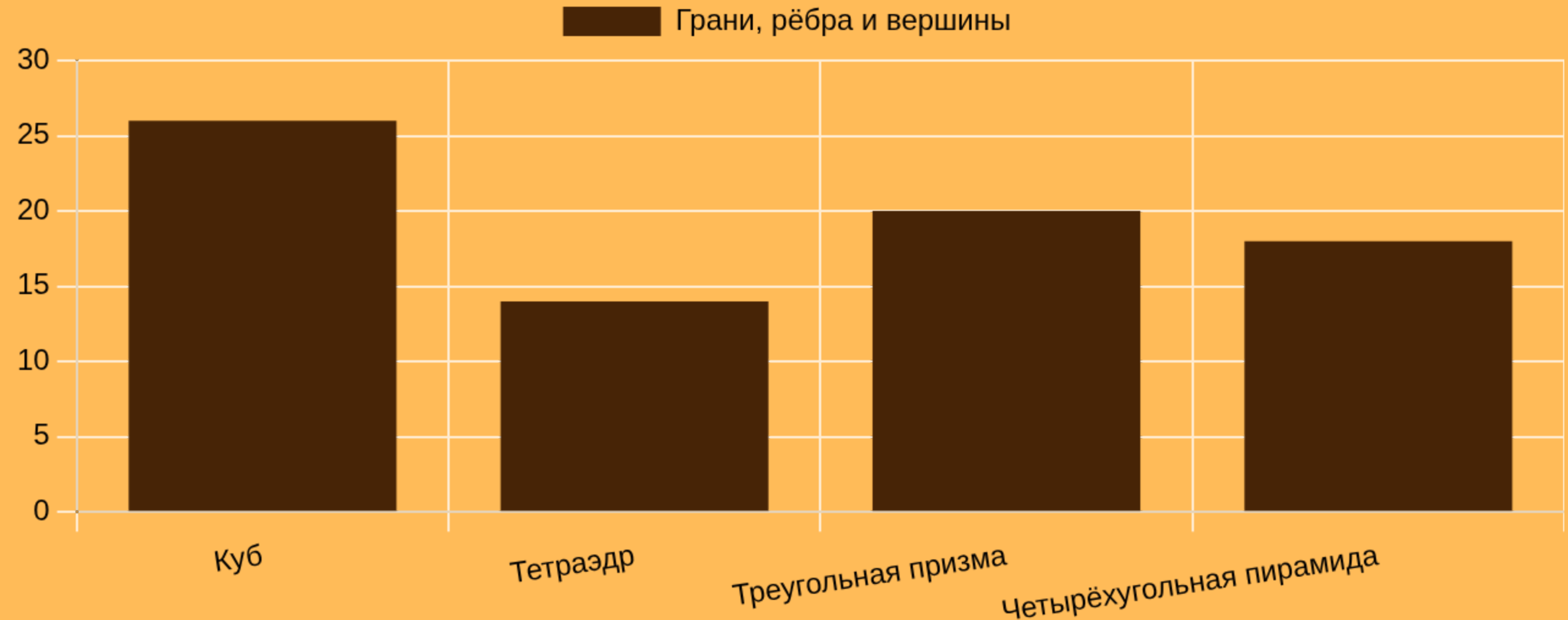


Сравнение числа граней, рёбер и вершин у многогранников

Диаграмма объединяет три характеристики в одном сравнении и помогает увидеть различия между моделями фигур.

Наибольшее количество элементов у куба; у остальных фигур показатели заметно отличаются, особенно при изменении основания.

Учебные геометрические модели: куб 6/12/8, тетраэдр 4/6/4, треугольная призма 5/9/6, четырёхугольная пирамида 5/8/5.



Призма и её признаки

.1

Призма — это многогранник, у которого два равных основания лежат в параллельных плоскостях. Эти основания определяют название призмы: треугольная, четырёхугольная, шестиугольная.

.2

Боковые грани соединяют соответствующие вершины оснований. Если боковые рёбра перпендикулярны основаниям, призма называется прямой; если основания — правильные многоугольники, она называется правильной.

.3

Поэтому, чтобы узнать призму, сначала ищут два основания, затем проверяют их равенство и расположение. Этот признак помогает отличить призму от других многогранников.

Пирамида и её признаки

.1

Пирамида имеет одно основание, а её боковые грани всегда треугольные. Эти треугольники соединяются и образуют общую вершину, что делает фигуру легко узнаваемой.

.2

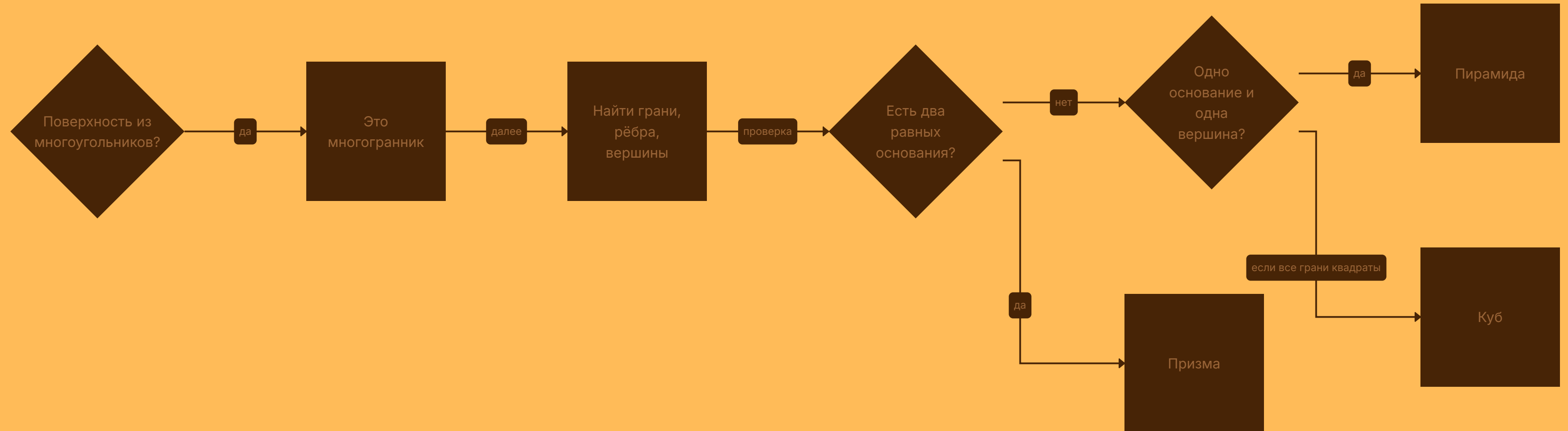
Высота пирамиды — это отрезок, опущенный из вершины перпендикулярно к основанию. Именно она показывает, насколько высоко расположена вершина над основанием.

.3

Если основание правильное и боковые рёбра равны, пирамида называется правильной. Такой вид часто используют в задачах, где важно симметричное построение.

Как распознать многогранник

Последовательность действий: от формы поверхности к типу фигуры.



Что такое фигуры вращения

.1

Фигура вращения появляется, когда плоскую фигуру поворачивают вокруг прямой — оси вращения. В результате возникает объёмное тело, связанное с круглым основанием или кривой поверхностью.

.2

Из прямоугольника можно получить цилиндр, из прямоугольного треугольника — конус, а из круга — шар. Способ образования помогает понять, почему эти фигуры отличаются от многогранников.

.3

Главное отличие состоит в поверхности: у фигур вращения она не состоит только из плоских многоугольников. Поэтому их признаки нужно искать не по рёбрам, а по оси, радиусу и высоте.

Цилиндр и его элементы



- Цилиндр — это тело с двумя равными кругами-основаниями и боковой поверхностью. Его удобно описывать через радиус основания, высоту, ось и образующую.

- У цилиндра нет вершин, а линии пересечения граней отсутствуют, потому что поверхность у него гладкая. Такие формы легко узнать в банках, стаканах, трубах и барабанах.

Сравнение цилиндра, конуса и шара

Таблица показывает главные признаки трёх фигур вращения и помогает быстро их различать.

Фигуры вращения различаются числом оснований и наличием вершины; шар выделяется тем, что не имеет ни основания, ни вершины.

Школьные определения фигур вращения

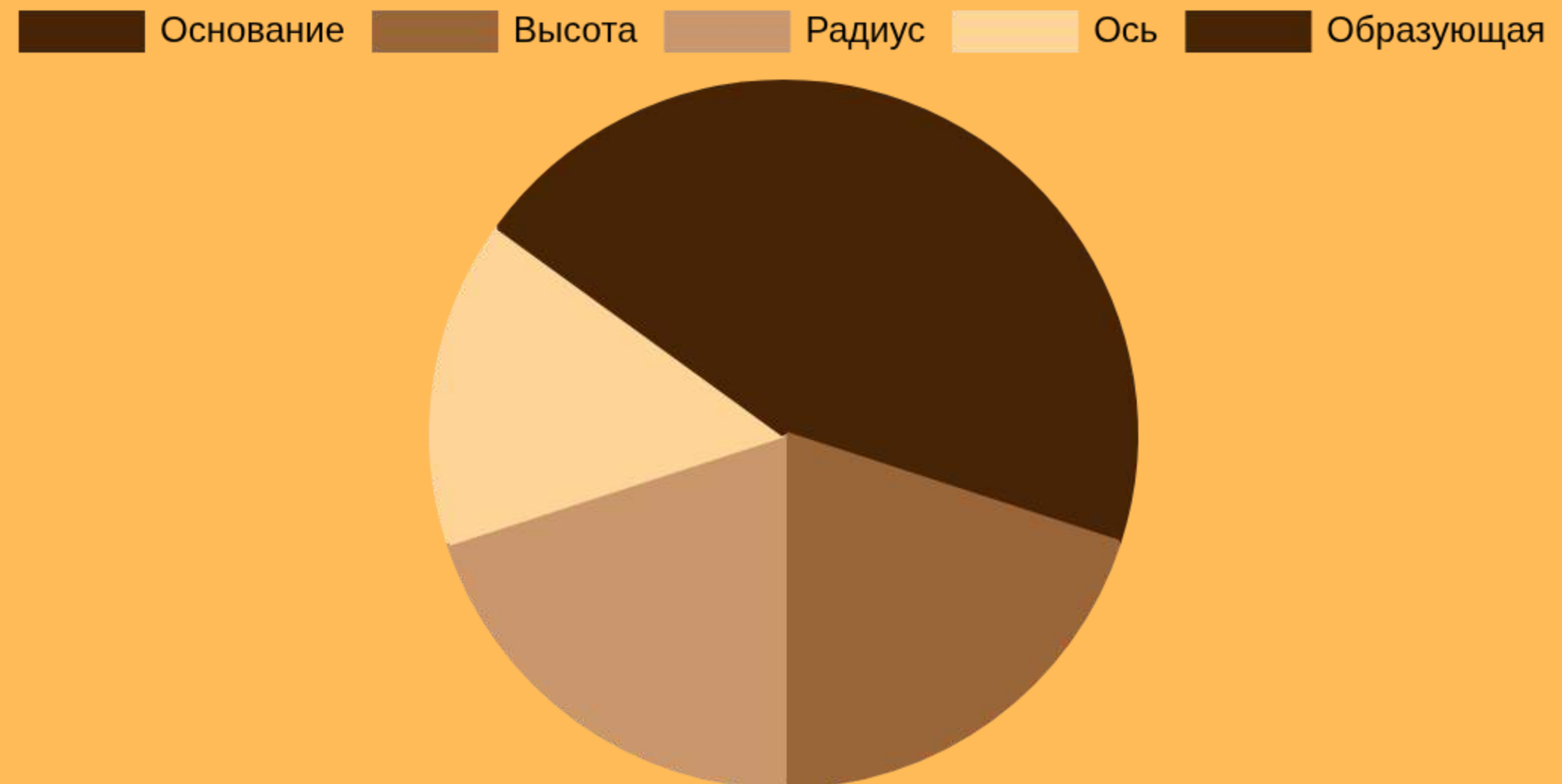
Фигура	Основание	Вершина	Особенность
Цилиндр	2 круга	нет	боковая поверхность
Конус	1 круг	1	образующая
Шар	нет	нет	круглая поверхность

Основные элементы фигур вращения

Каждый элемент по-своему помогает описать форму тела и решить задачу на построение или измерение.

Наибольшую роль играют основание и радиус, а остальные элементы уточняют положение и размеры фигуры.

Составлено по определениям цилиндра, конуса и шара в школьном курсе геометрии



Развертки многогранников и тел вращения

.1

Развертка показывает, из каких плоских частей состоит поверхность объёмного тела, поэтому она помогает представить фигуру до её сборки.

.2

У куба развёртка состоит из шести квадратов, а у прямоугольного параллелепипеда — из прямоугольников; форма деталей сохраняет свойства поверхности.

.3

У цилиндра развёртка включает прямоугольник и два круга: прямоугольник даёт боковую поверхность, а круги образуют основания.

.4

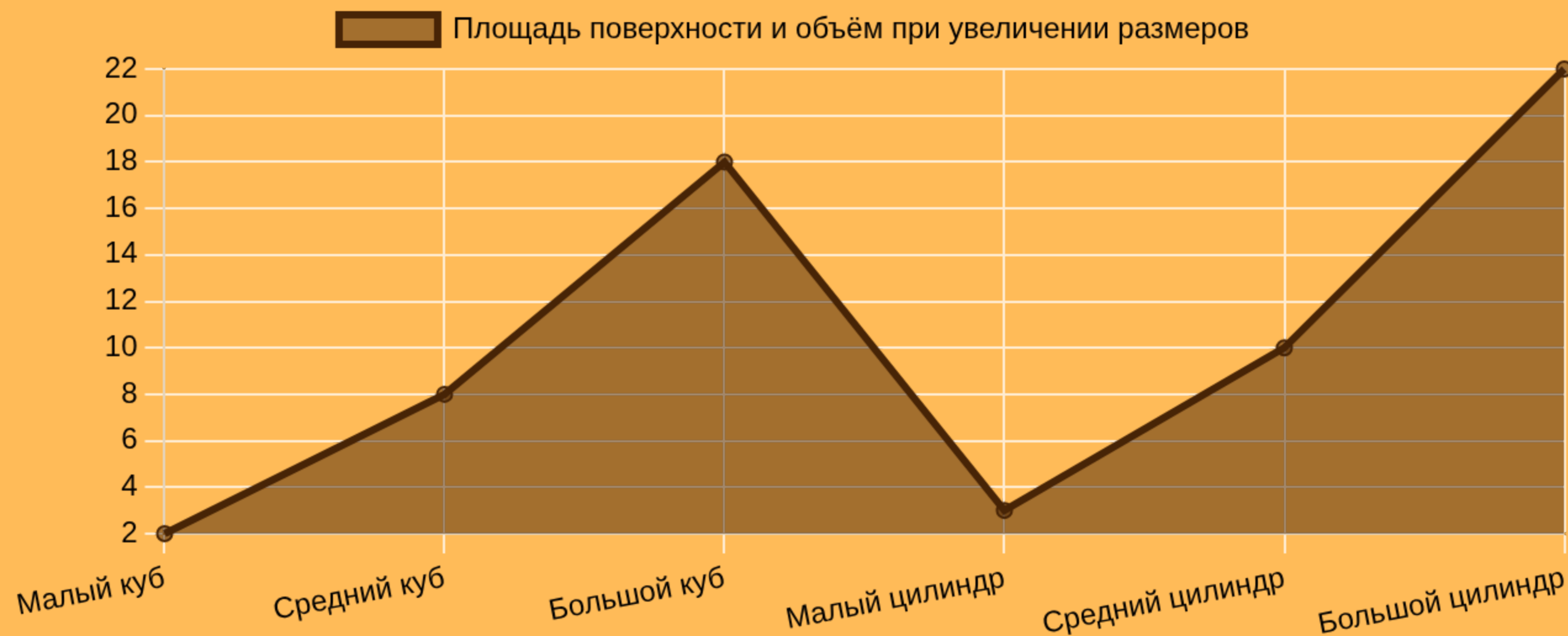
Развёртки полезны при моделировании, черчении и решении задач, потому что связывают плоское изображение с пространственной фигурой.

Площадь поверхности и объем: что меняется у фигур

На графике использованы условные сравнения одинаково устроенных фигур с разными размерами, чтобы увидеть общий характер изменения.

При увеличении размеров объём растёт быстрее линейно, поэтому даже небольшое увеличение параметров заметно меняет результат.

Условные данные, составленные для иллюстрации зависимости площади поверхности и объёма



.1

Для куба удобно помнить две основные формулы: площадь поверхности равна $6a^2$, а объём — a^3 , где a обозначает длину ребра.

.2

Для прямоугольного параллелепипеда объём находят как произведение трёх измерений: длины, ширины и высоты, то есть $V = abc$.

.3

Для тел вращения используются радиус и высота: у цилиндра $V = \pi r^2 h$, у конуса $V = 1/3 \pi r^2 h$, где r — радиус основания.

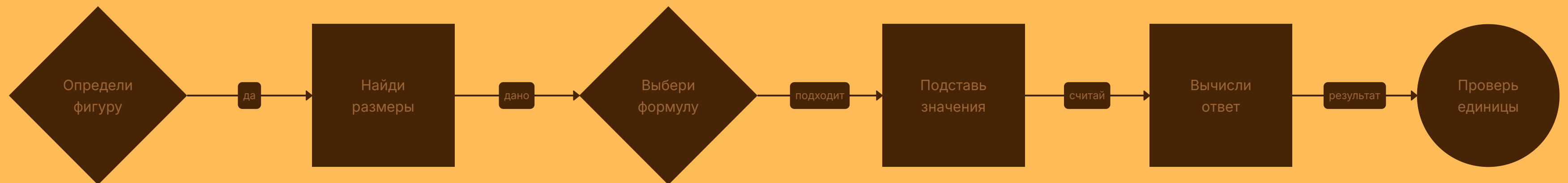
.4

Объём шара вычисляют по формуле $V = 4/3 \pi r^3$. Во всех задачах важно записывать единицы измерения и не путать площадь с объёмом.

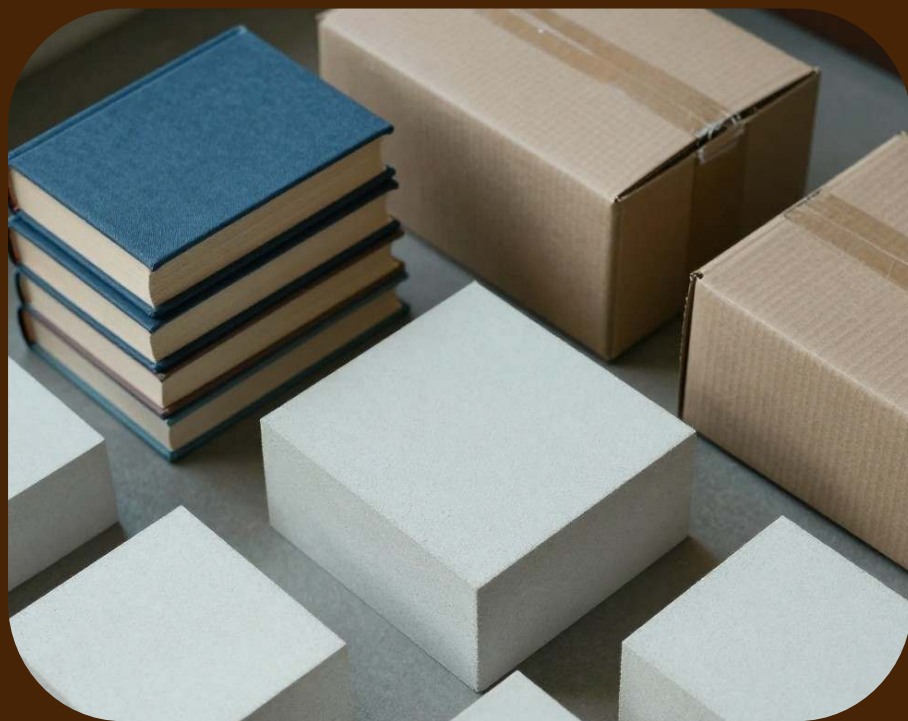
Формулы, которые используются в задачах

Алгоритм решения задачи на площадь или объем

Последовательность действий при выборе формулы и вычислении результата



Где встречаются эти фигуры в жизни



Коробки, книги и здания

Прямоугольные формы мы видим каждый день в коробках, книгах, шкафах и строительных блоках. Такие предметы легко представить как многогранники, потому что их поверхность состоит из плоских граней. Геометрия помогает описывать их форму точно и без лишних слов.



Банка, стакан и труба

Цилиндрическая форма часто встречается в посуде, упаковке и технике. Банка, стакан, труба и некоторые детали механизмов похожи на цилиндр, потому что имеют два равных основания и ровную боковую поверхность. Эти предметы удобно сравнивать с моделью на уроке.



Конус и шар в быту и спорте

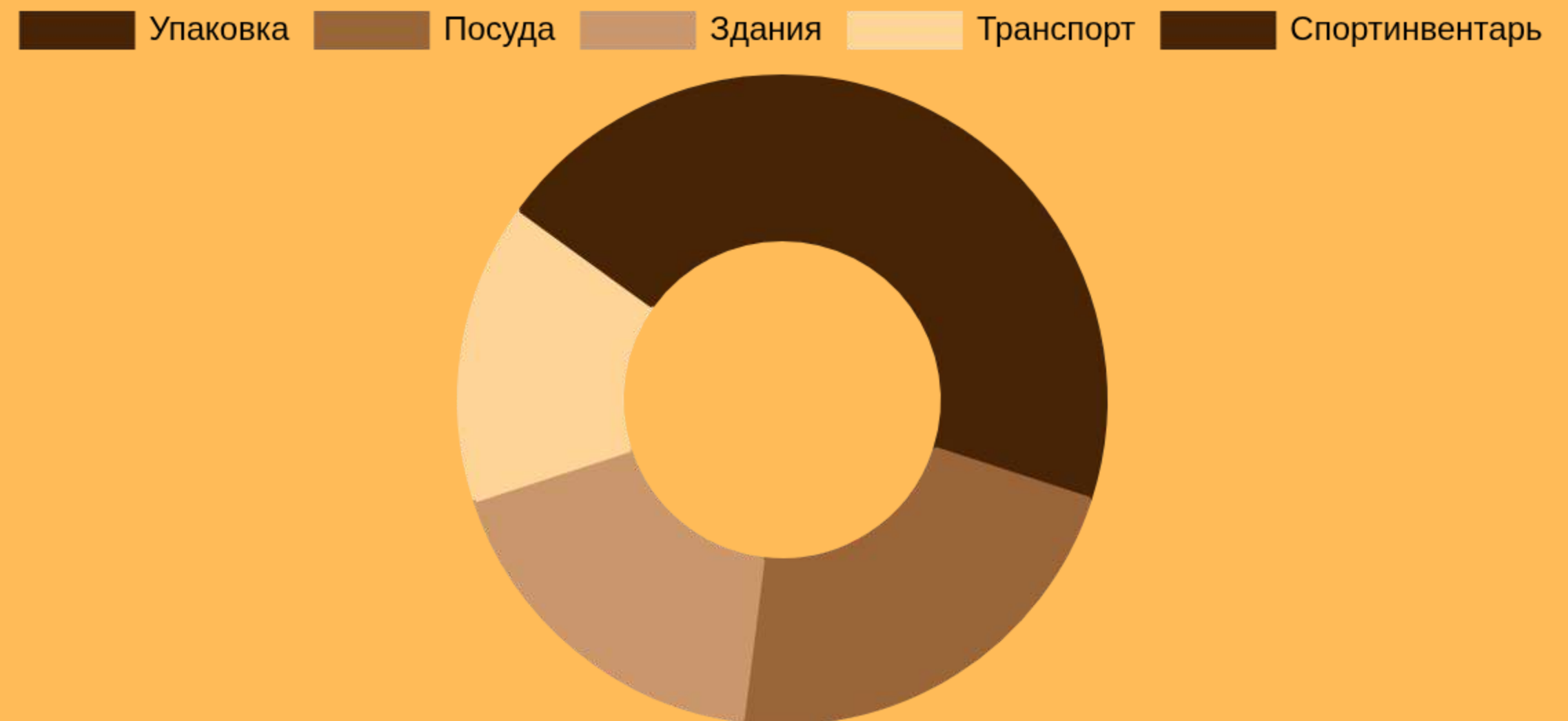
Конус легко узнать в воронке, дорожном указателе или рожке мороженого, а шар — в мяче, глобусе и шарике. Такие формы запоминаются благодаря своему виду и встречаются там, где важны удобство, устойчивость или движение.

Примеры фигур вокруг нас

Один и тот же предмет может напоминать сразу несколько фигур, если рассматривать его с разных сторон или упрощать форму.

Чаще всего в быту встречаются многогранники и цилиндры; конусы и шары тоже заметны, но обычно в отдельных предметах.

Обобщение типичных примеров из окружающей среды, без статистического подсчёта



Итоги урока: как различать фигуры и использовать их свойства

Многогранники и фигуры вращения легко распознавать по поверхности, основаниям и ключевым элементам. Эти знания помогают решать задачи, строить модели и замечать геометрию в обычных предметах.