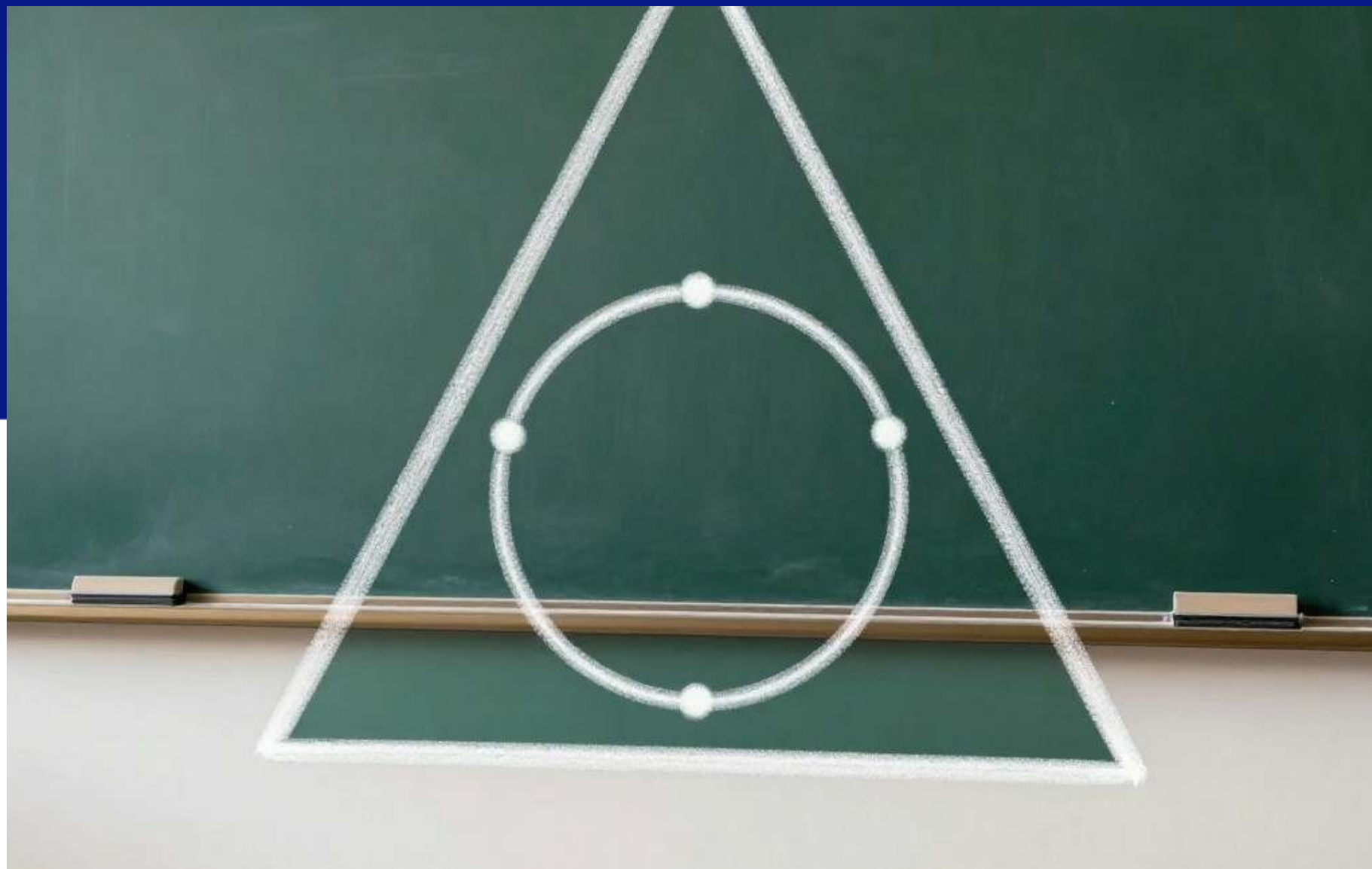


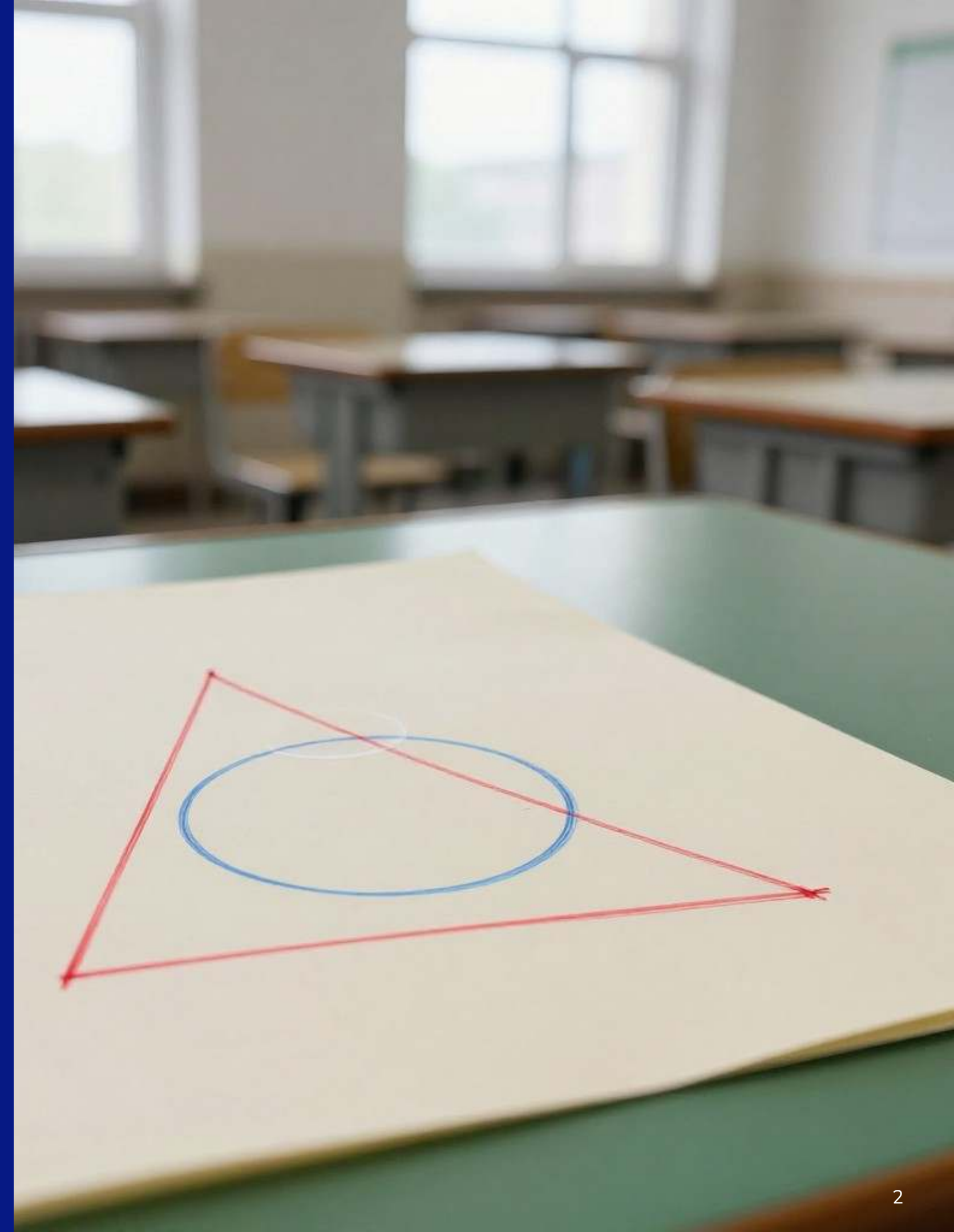
Неравенства в треугольнике и касание окружности



Геометрия условий, расстояний и точного касания

Общие правила для фигур

Обе темы учат работать с точными условиями: где фигура существует, как она расположена и какие длины возможны. В треугольнике это проверка сторон, в окружности — сравнение расстояний и радиусов.



Неравенство треугольника

1. Сумма сторон

Для любого треугольника сумма любых двух сторон строго больше третьей. Если хотя бы одно неравенство нарушается, построить треугольник нельзя, потому что вершины не замкнутся в фигуру.

2. Проверка наборов

Наборы 2, 3 и 5 или 5, 7 и 12 не подходят: в них одна из сумм равна третьей стороне. А вот 4, 4 и 6 или 3, 4 и 5 подходят.

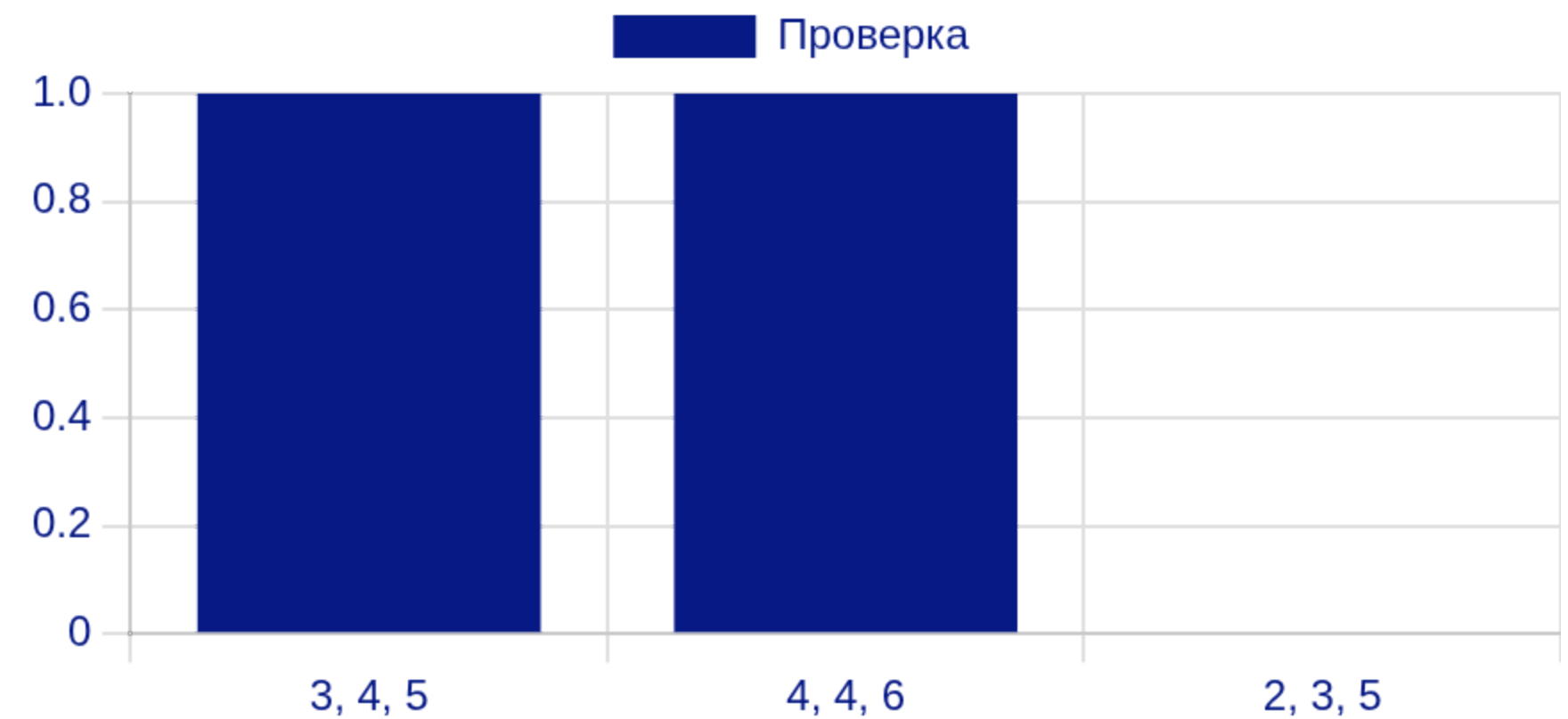
3. Основная роль

Неравенство треугольника — это первое условие существования треугольника. Оно помогает сразу отсеивать невозможные варианты и выбирать стороны, из которых фигура действительно получится.

Проверка длин сторон треугольника

Диаграмма показывает, что важна не только величина сторон, но и их взаимное соотношение.

Два набора удовлетворяют условию, а один нет:
равенство суммы и третьей стороны делает треугольник невозможным.



Свойства треугольника в школьной геометрии

Следствия из неравенства треугольника

Разность сторон

Разность любых двух сторон треугольника меньше третьей стороны. Это удобно, когда нужно сравнить длины без чертежа и быстро понять, могут ли данные отрезки образовать фигуру.

Стороны и углы

Наибольшая сторона лежит напротив наибольшего угла, а меньшая — напротив меньшего. Поэтому по длинам сторон можно заранее сделать вывод о порядке углов в треугольнике.

Равнобедренный случай

В равнобедренном треугольнике две боковые стороны равны, поэтому равны и углы при основании. Это свойство часто помогает находить неизвестные углы, если известны стороны.

Можно ли построить треугольник

Стороны	Результат	Причина
2, 3, 5	нельзя	$2+3=5$
4, 4, 6	можно	все суммы больше
5, 7, 12	нельзя	$5+7=12$
6, 8, 9	можно	все суммы больше

Свойства треугольника в школьной геометрии

Проверяем несколько наборов сторон и сразу видим, где условие выполняется, а где нарушается.

Для построения нужно проверить все три неравенства сразу; одно равенство уже делает треугольник невозможным.



Геометрический смысл неравенства

Кратчайший путь

Если идти от одной вершины к другой через третью, путь становится длиннее прямого отрезка. Поэтому сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны.

Почему не бывает равенства

Равенство означало бы, что ломаная и прямой отрезок имеют одинаковую длину. Но прямой отрезок всегда самый короткий путь между двумя точками.

Практический смысл

Такой взгляд помогает не просто запоминать формулу, а понимать её. Тогда легче объяснить, почему некоторые наборы длин не могут образовать треугольник.

Касательная к окружности

1. Одно общее место

Касательная — это прямая, которая имеет с окружностью только одну общую точку. Эта точка называется точкой касания и задаёт точное положение прямой относительно окружности.

2. Главный признак

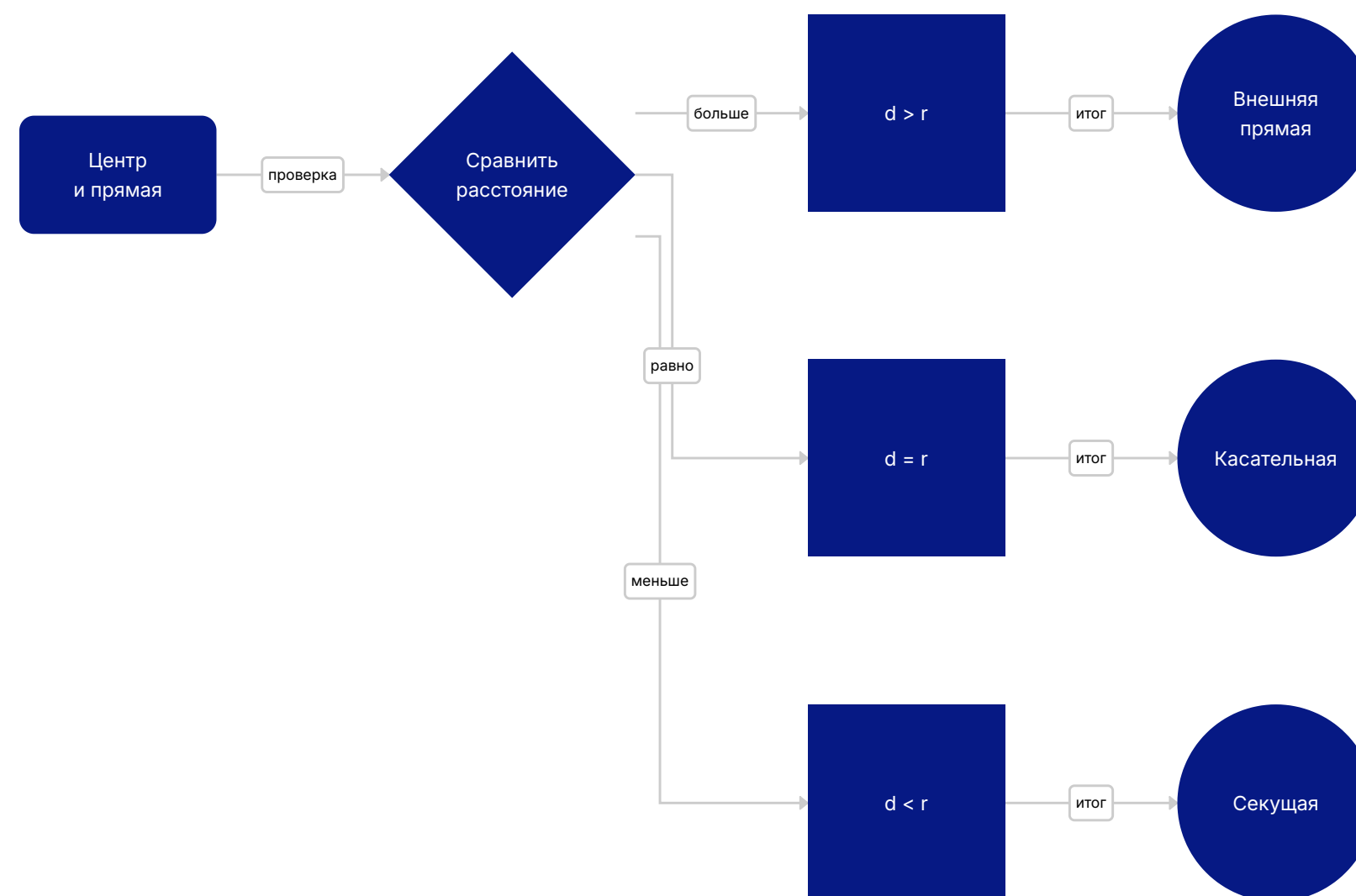
Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Это свойство удобно использовать в задачах на построение, потому что оно помогает находить прямой угол.

3. Что помогает доказать

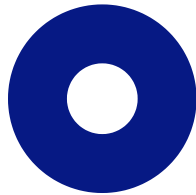
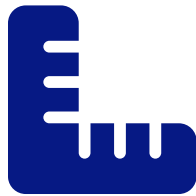
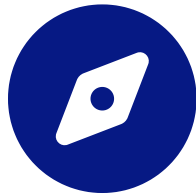
Если известно, что прямая перпендикулярна радиусу в точке окружности, то можно сделать вывод о касании. Поэтому признак работает в обе стороны.

Положение прямой относительно окружности

Схема сравнения расстояния от центра до прямой с радиусом окружности



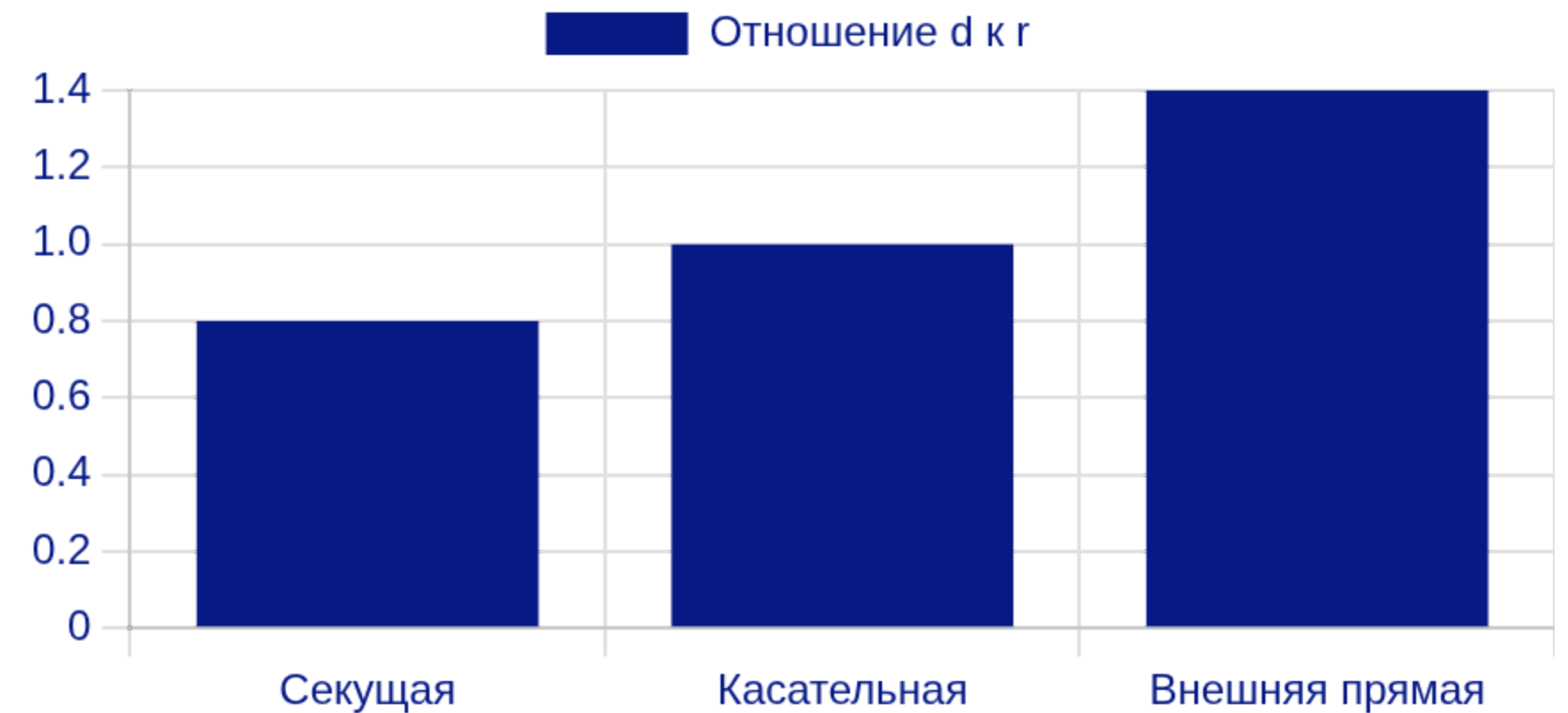
Свойства касательной

	Одна точка касания Касательная имеет с окружностью только одну общую точку. Именно она определяет место касания и позволяет отличить касательную от секущей и внешней прямой.
	Перпендикулярность Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Это один из самых важных признаков, который помогает строить чертёж и проверять решение.
	Равные отрезки Из одной внешней точки к окружности можно провести две касательные, и отрезки до точек касания будут равны. Это свойство часто используют для нахождения неизвестной длины.
	Связь с углами Угол между касательной и хордой связан с дугой окружности. Поэтому касательная помогает не только находить расстояния, но и работать с углами в окружности.

Три положения прямой относительно окружности

Во всех трёх случаях решающим является расстояние от центра до прямой.

Если расстояние сравнить с радиусом, можно сразу определить число общих точек.



Схематическая иллюстрация по свойствам окружности, школьная геометрия 9 класса.

Касание двух окружностей

Внешнее касание

Окружности расположены снаружи друг друга и имеют одну общую точку. Расстояние между центрами равно сумме радиусов: $d=R+r$.

Внутреннее касание

Одна окружность находится внутри другой, но их границы соприкасаются в одной точке. Здесь выполняется равенство $d=|R-r|$.

Линия центров

В точке касания центры окружностей и общая точка лежат на одной прямой, поэтому касание удобно проверять по чертежу.



Внешнее и внутреннее касание окружностей

Случай	Условие	Результат
Внешнее	$d=R+r$	1 точка
Внутреннее	$d= R-r $	1 точка
Пересечение	$ R-r <d<R+r$	2 точки
Нет общих	$d>R+r$	0 точек



Сравнение помогает быстро отличать касание от пересечения или отсутствия общих точек.

Положение окружностей полностью определяется сравнением расстояния между центрами с суммой и разностью радиусов.

Линия центров и точка касания

1. Одна прямая

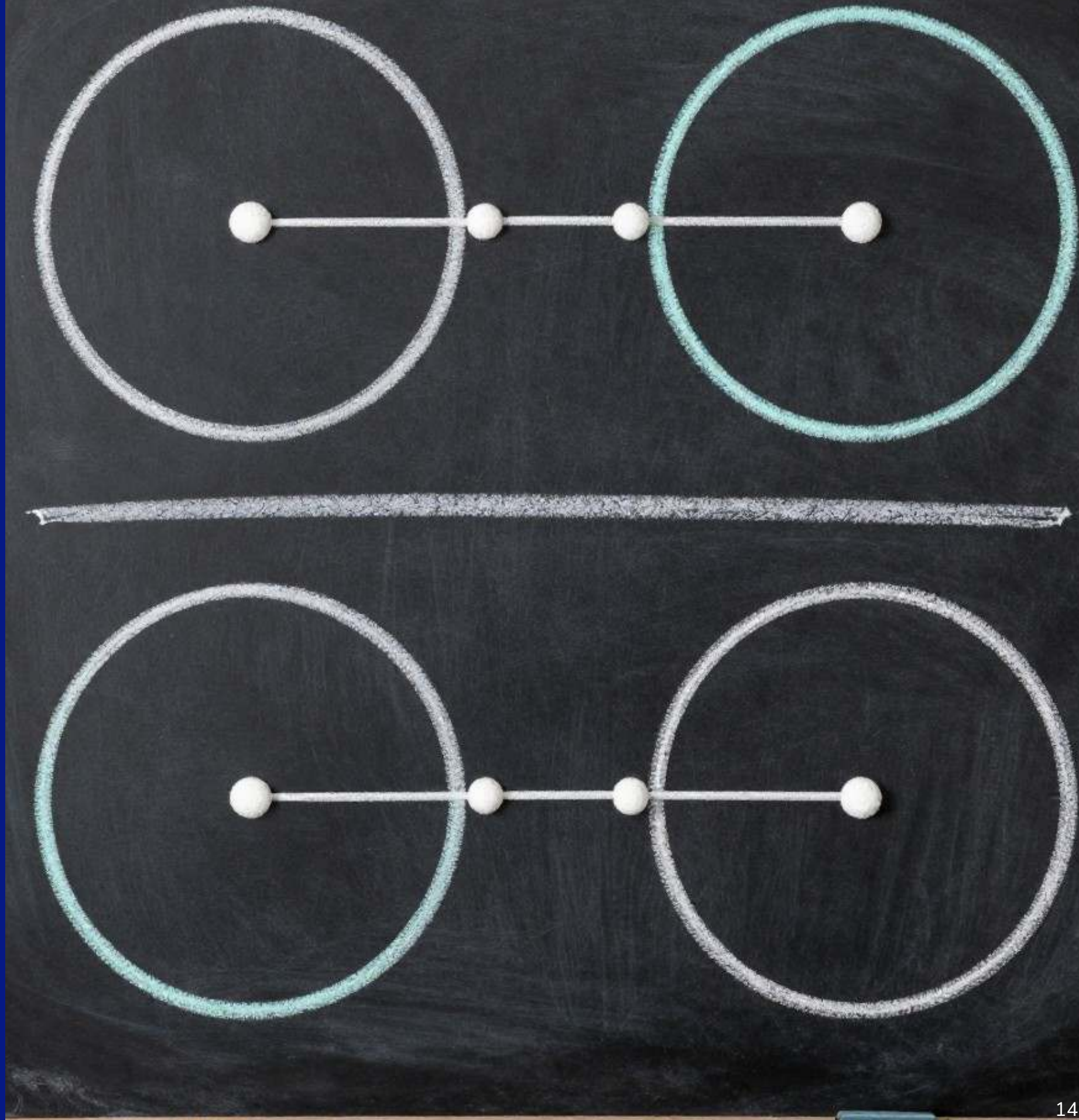
При касании двух окружностей их центры и точка касания всегда лежат на одной прямой. Это важный признак, который помогает проверять чертёж без лишних измерений.

2. Где находится касание

При внешнем касании общая точка находится между центрами окружностей. При внутреннем касании она лежит на продолжении линии центров, за меньшей окружностью.

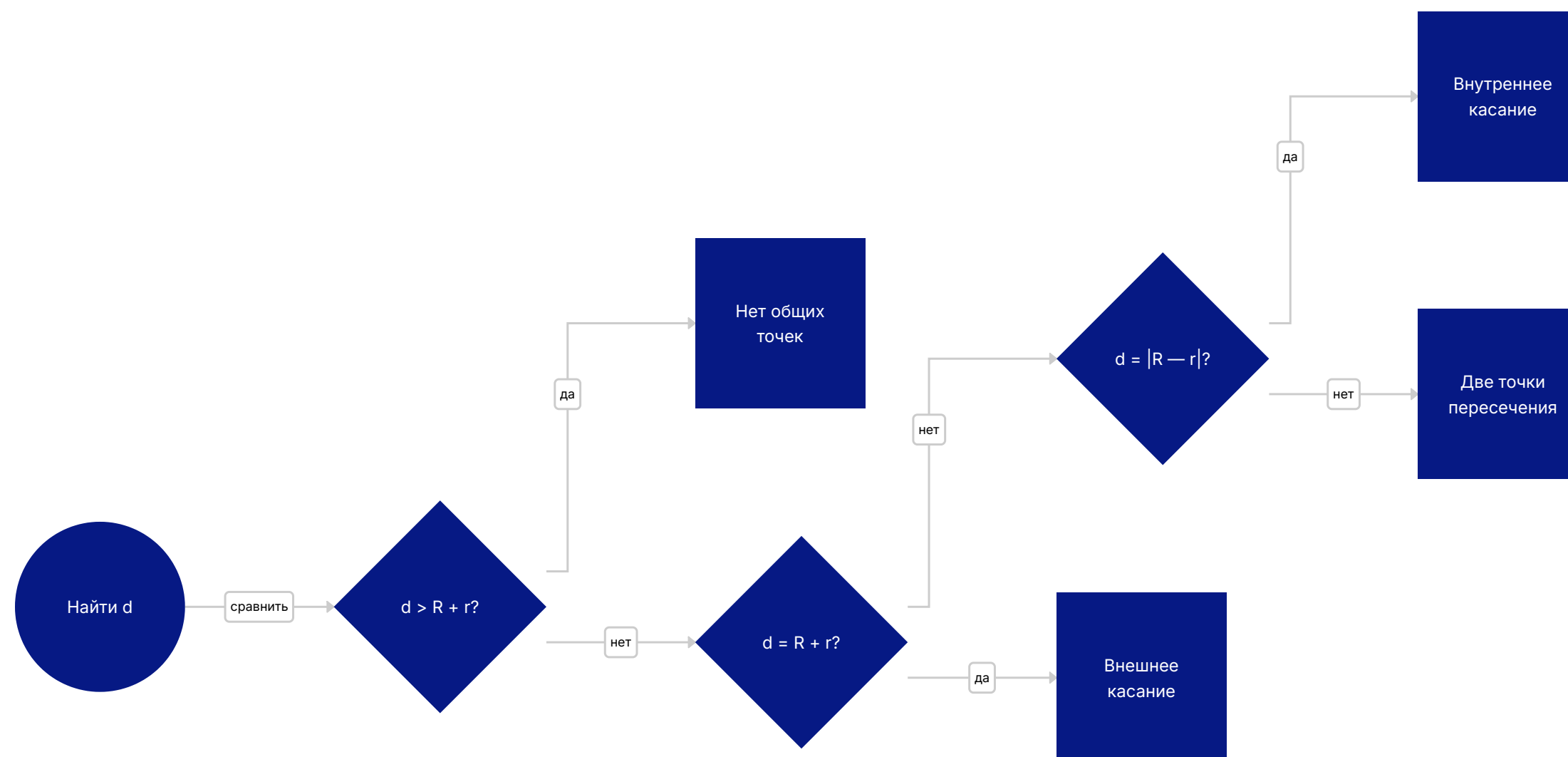
3. Как это использовать

Если на рисунке центры и общая точка не выстраиваются в одну линию, то окружности не касаются. Значит, нужно искать пересечение или другой вид расположения.

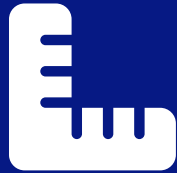


Проверка вида касания двух окружностей

Сравнение расстояния между центрами с радиусами позволяет определить положение окружностей.



Связь темы с задачами на треугольник



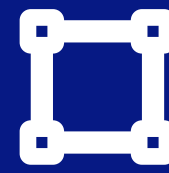
Проверка длин

Неравенство треугольника помогает понять, можно ли построить фигуру по заданным сторонам, хордам или отрезкам. Если условие не выполняется, треугольник не существует.



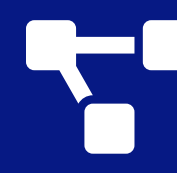
Точки касания

В задачах на окружности часто появляются перпендикуляры к касательной и равные радиусы. Это позволяет связать окружность с прямоугольными и равнобедренными треугольниками.



Равные отрезки

Если из одной внешней точки проведены касательные, отрезки до точек касания равны. Такое равенство удобно использовать при вычислении неизвестных длин в треугольниках.



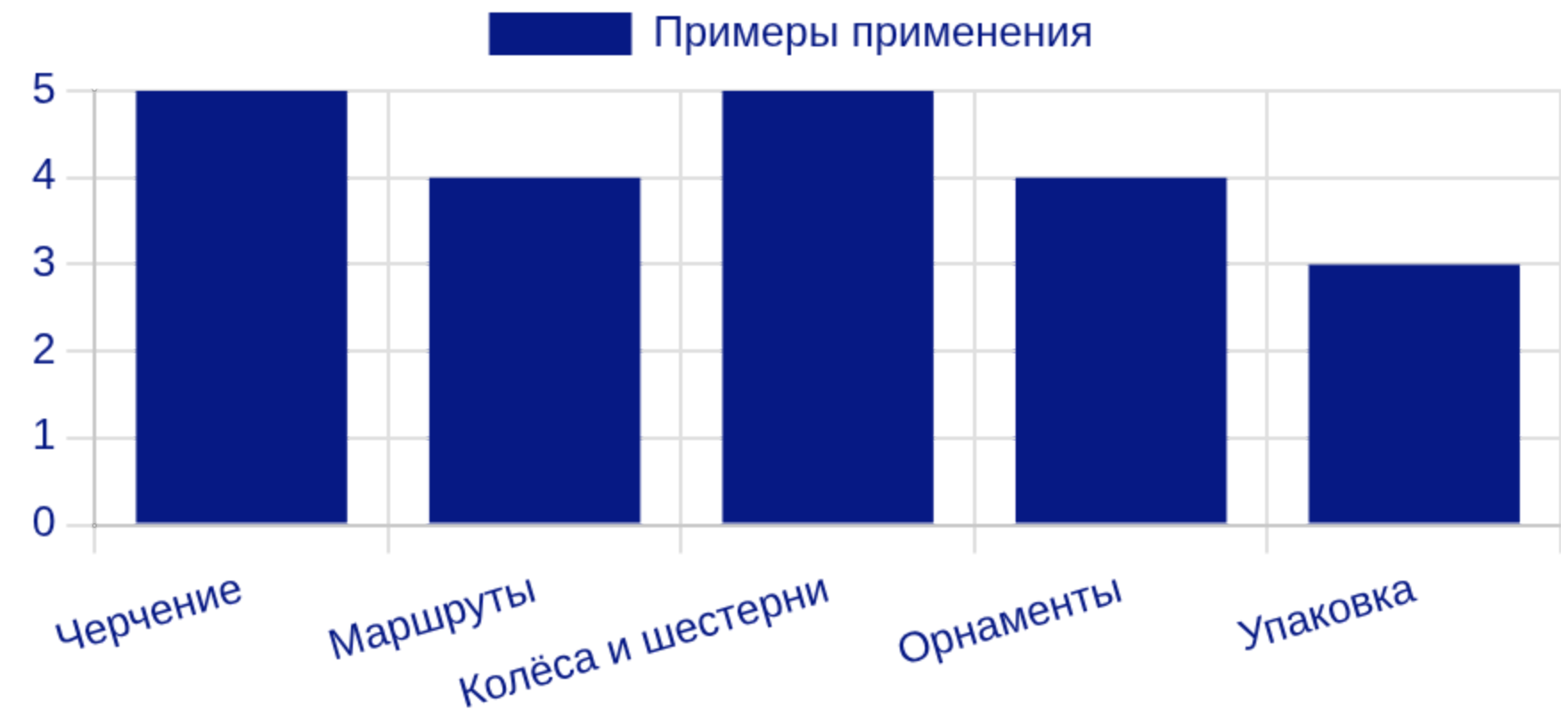
Общая логика

И в треугольниках, и в задачах на касание главное — сравнение расстояний. Поэтому одни и те же приёмы помогают строить чертежи и проверять ответы.

Где встречаются эти свойства

Геометрические условия особенно полезны там, где важны точные расстояния и аккуратное расположение фигур.

Связь с реальными объектами показывает, что школьная геометрия помогает описывать форму, движение и взаимное расположение деталей.



Схематическая подборка прикладных ситуаций по теме, школьная геометрия 9 класса.

Типичные ошибки при решении задач

1. Строгое неравенство

Нельзя заменять условие $a+b>c$ на равенство. Если сумма двух сторон равна третьей, получается не треугольник, а вырожденная фигура без площади.

2. Касание и пересечение

У прямой и окружности одна общая точка только при касании. Если точек две, прямая является секущей, а если точек нет — внешней.

3. Сравнение центров

Для двух окружностей важно не только расстояние между центрами, но и сумма с разностью радиусов. Без этого легко спутать касание с пересечением.

Главные формулы и условия темы

Условие	Формула	Смысл
Треугольник	$a+b>c$	Существует
Треугольник	$ a-b <c$	Возможен
Касательная	$r \perp t$	Перпендикуляр
Касание окруж.	$d=R+r / R-r $	1 точка

Школьный курс геометрии 9 класса.

Эти правила встречаются почти в каждой задаче по теме и помогают быстро проверять ответ.

Запомнив несколько равенств и неравенств, можно уверенно решать задачи на построение, касание и сравнение длин.

Геометрия связей и расстояний

Сегодняшняя тема показывает, что в геометрии всё связано: стороны треугольника, радиусы, расстояния и точки касания подчиняются строгим правилам, которые легко проверять на чертеже и в вычислениях.