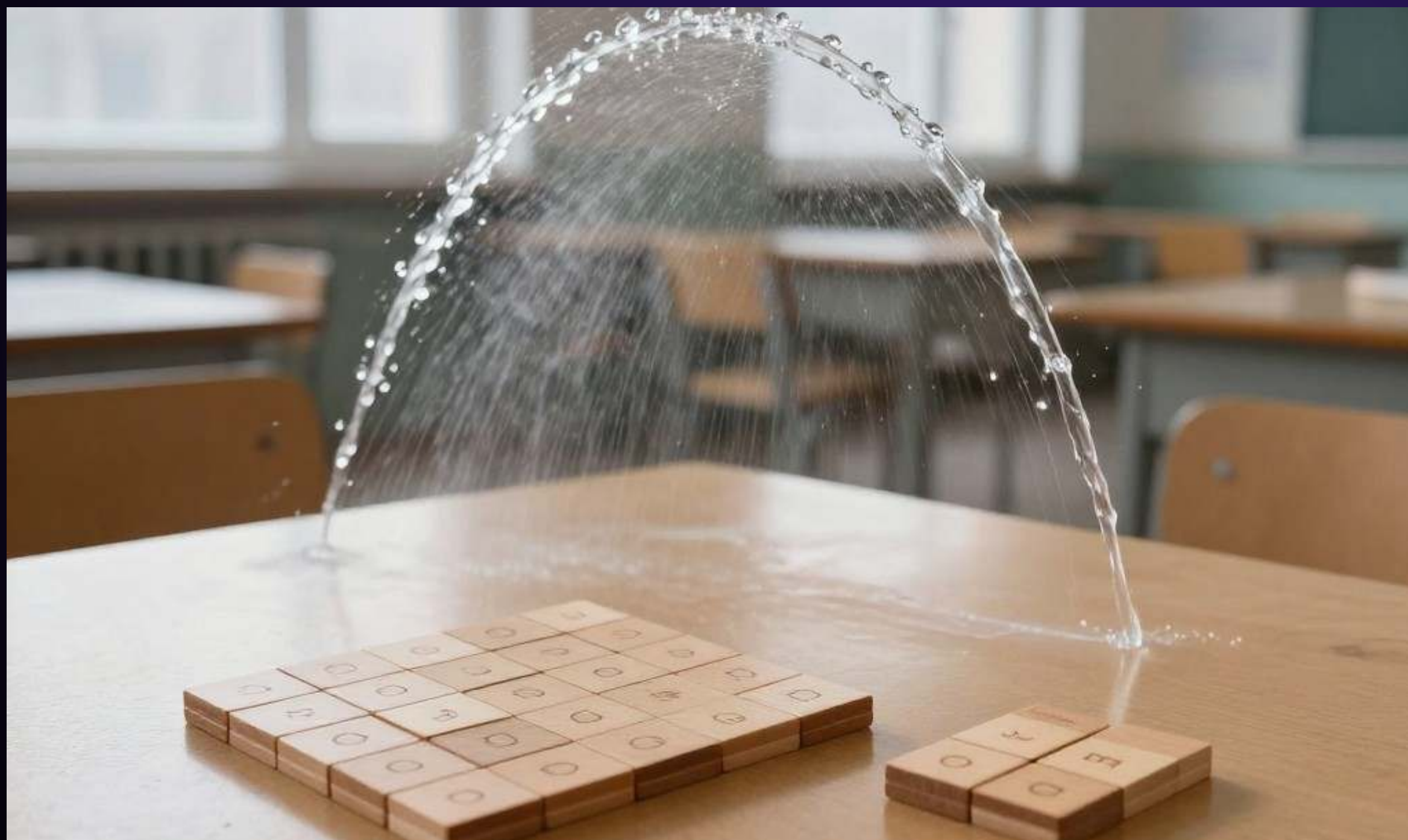


Функция $y = x^2$ и её график

Познакомимся с параболой и её свойствами.

Квадрат числа без секретов

/2

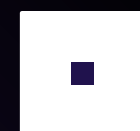


Квадрат числа — это произведение числа на само себя. Для положительных и отрицательных чисел результат по модулю одинаков, а значения $y = x^2$ никогда не бывают отрицательными.

Таблица значений функции $y = x^2$

/3

Берём значения x



Для построения графика удобно выбрать несколько целых чисел: от отрицательных до положительных. Тогда можно увидеть, как меняется функция по обе стороны от нуля и где находится её минимум.

Считаем y



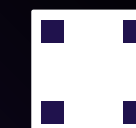
Подставляем каждое значение x в формулу $y = x^2$ и получаем таблицу: 9, 4, 1, 0, 1, 4, 9. Значения симметричны: для x и $-x$ получается одна и та же ордината.

Находим наименьшее значение



Из всех полученных чисел самое маленькое — 0. Оно соответствует точке с абсциссой 0, поэтому именно здесь график опускается ниже всех остальных отмеченных точек.

Готовим основу для графика



Такая таблица показывает не только отдельные точки, но и общий вид будущей кривой. По ней уже можно предположить симметрию графика и его плавный подъём в обе стороны.

Как выглядит парабола

/4



Форма графика

График функции $y = x^2$ представляет собой плавную кривую, которая поднимается вверх по обе стороны от начала координат. Ломаных участков у неё нет, линия выглядит ровной и непрерывной.

Вершина графика

Самая нижняя точка параболы — это вершина. Для функции $y = x^2$ она находится в начале координат, то есть в точке $(0; 0)$, и именно отсюда график начинает подниматься.

Две одинаковые половины

Левая и правая части параболы совпадают по форме. Если мысленно сложить график по оси Oy , его половины окажутся почти зеркальными, что и делает рисунок особенно узнаваемым.

Что важно запомнить о функции

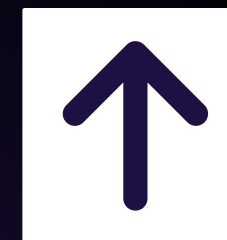
/5

Область значений



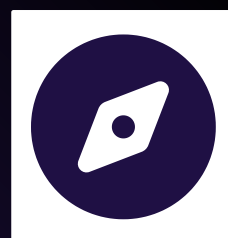
Результат вычислений не может быть меньше нуля. Поэтому все точки графика лежат на оси Ox или выше неё, а нижней части ниже оси y этой функции нет.

Возрастание справа



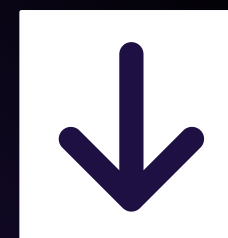
Справа от нуля всё происходит наоборот: при увеличении x значения y тоже растут. После вершины график поднимается всё выше и выше.

Область определения



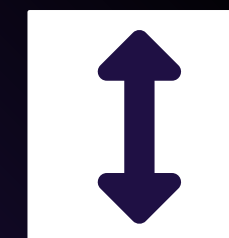
Функция $y = x^2$ определена при любом значении x . Можно подставлять и отрицательные, и положительные числа, а также ноль — формула всегда даёт ответ.

Убывание слева



Если двигаться к нулю слева, значения функции уменьшаются. Чем ближе x к 0 , тем меньше y , и именно поэтому левая ветвь идёт вниз к вершине.

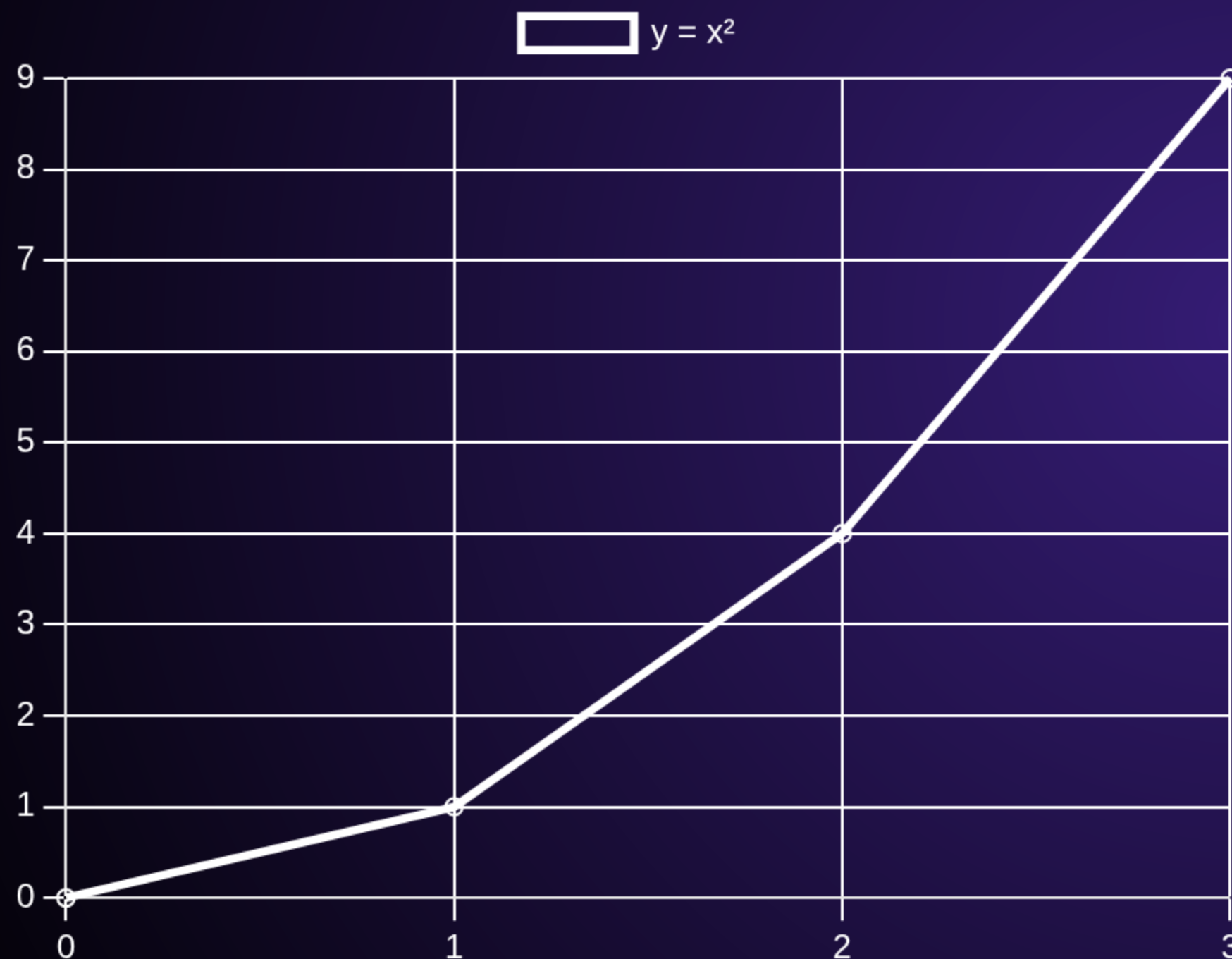
Ось симметрии



Парабола симметрична относительно оси Oy . Это значит, что точки с абсциссами x и $-x$ имеют одинаковую ординату и расположены на одинаковом расстоянии от оси.

Как растут значения y при увеличении x

/6



На графике видно, что прирост не остаётся постоянным: чем больше x , тем заметнее разница между соседними значениями.

Это не линейная зависимость: значения y увеличиваются всё быстрее, а не на одно и то же число.

Вычисления по формуле $y = x^2$ для $x = 0, 1, 2, 3$.

Для функции $y = x^2$ каждая точка слева от оси Oy имеет такую же точку справа. Это помогает быстро проверять построение и замечать ошибки. ^{/7}

2

точки с противоположными абсциссами образуют симметричную пару на графике

Свойство чётной функции $y = x^2$.

Построение графика по точкам

/8

Последовательность действий для функции $y = x^2$ на координатной плоскости

Сравнение x , x^2 и $|x|$

/9

x	x^2	$ x $
-3	9	3
-2	4	2
-1	1	1
0	0	0

Вычисления по определениям x^2 и $|x|$.

Таблица показывает, как по-разному меняются квадрат и модуль при одних и тех же значениях x .

Модуль растёт медленнее квадрата: его значения увеличиваются постепенно, а у x^2 — гораздо быстрее.

Вершина и ось симметрии параболы

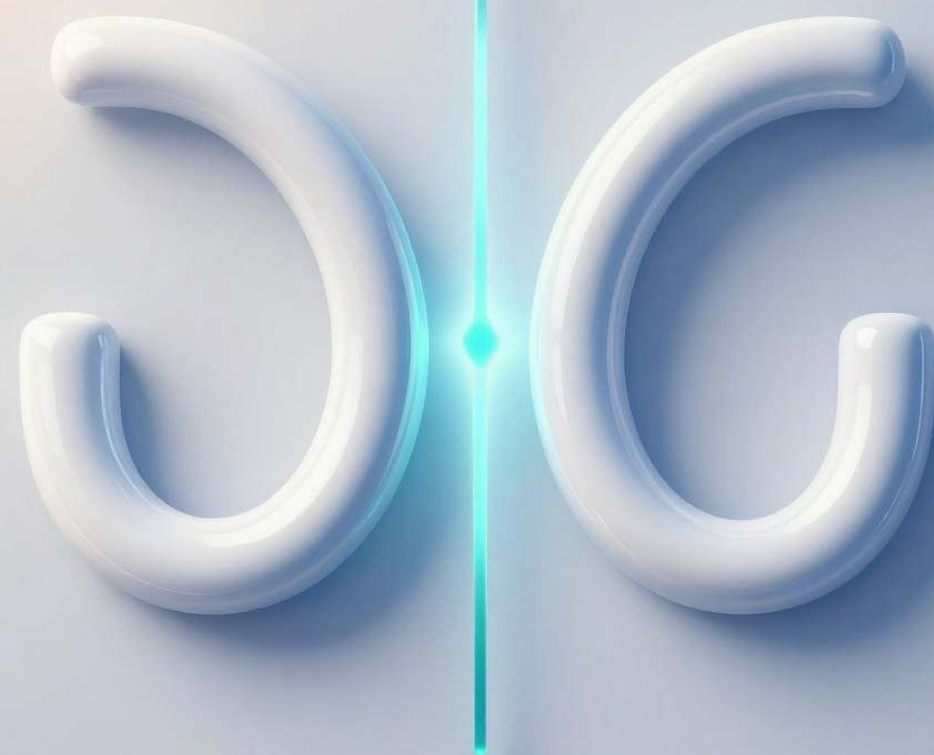
/10

**graph goes up
equally left and right**



Точка, где график ниже всего

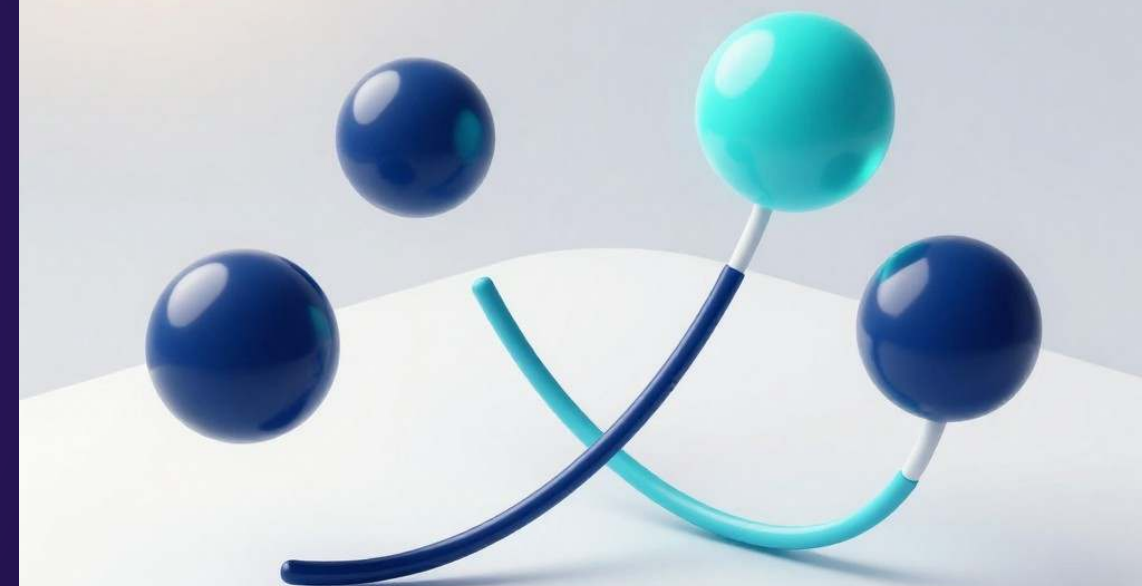
У параболы $y = x^2$ есть одна особенная точка — вершина. Она находится в начале координат, потому что при $x = 0$ получается $y = 0$. От неё график расходится в две стороны, поднимаясь вверх одинаково слева и справа.



Зеркальная линия графика

Через вершину проходит вертикальная ось симметрии. Для этой функции она совпадает с осью Oy , поэтому точки $(1; 1)$ и $(-1; 1)$, а также $(2; 4)$ и $(-2; 4)$ расположены зеркально.

how to see it on the drawing

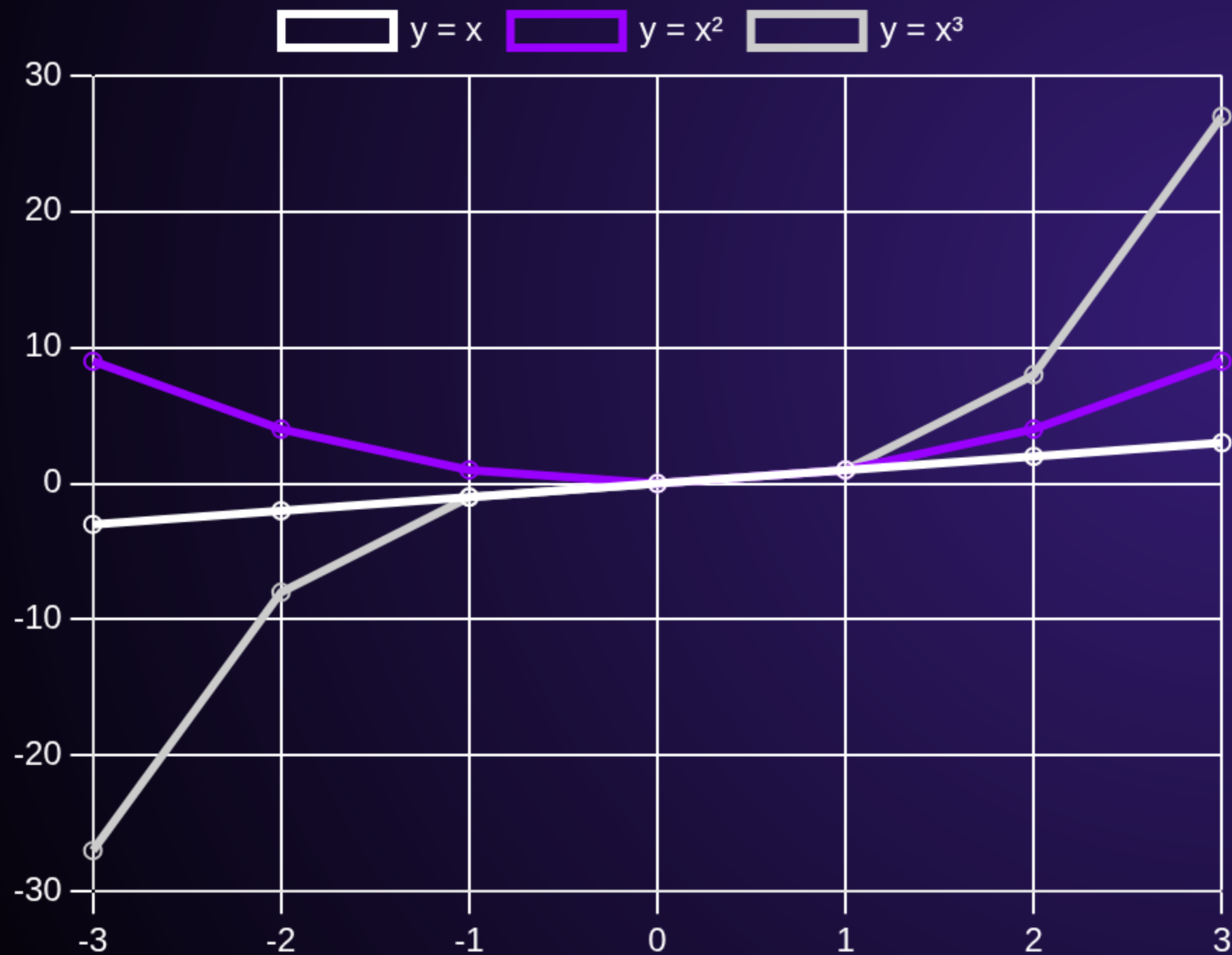


Как это увидеть на рисунке

На чертеже удобно отметить несколько точек: $(1; 1)$, $(2; 4)$, $(-1; 1)$, $(-2; 4)$. Если соединить их плавной линией, получится узнаваемая парабола с вершиной в начале координат и симметрией относительно вертикальной оси.

Сравнение графиков $y = x$, $y = x^2$ и $y = x^3$

/11



Все три графика проходят через начало координат, но ведут себя по-разному: прямая, парабола и S-образная кривая.

Степень определяет форму графика: квадрат даёт симметрию относительно Оу, а нечётные степени — нет.

Точки вычислены по формулам $y = x$, $y = x^2$ и $y = x^3$.

Пересечения с осями координат

/12

01 Точка касания

График $y = x^2$ соприкасается с осью Ox только в начале координат. Это единственная точка, где значение функции равно нулю, поэтому кривая не уходит ниже оси.

Пересечение с Oy

02

С осью Oy график тоже пересекается в точке $(0; 0)$, потому что при $x = 0$ получается $y = 0$. Эта точка одновременно является вершиной параболы.

03 Других пересечений нет

Иных точек пересечения с осью Ox быть не может: квадрат любого числа неотрицателен. Значит, значения функции не становятся отрицательными ни при каком x .

Проверка точки для графика $y = x^2$

/13

Алгоритм основан на подстановке x в формулу и сравнении результата с координатой y .

Где встречается квадрат числа

/14

01 Площадь квадрата

Если сторона квадрата равна 5 см, его площадь находят как $5^2 = 25 \text{ см}^2$. Здесь квадрат числа связан с измерением площади фигуры.

Расстояние на плоскости

02

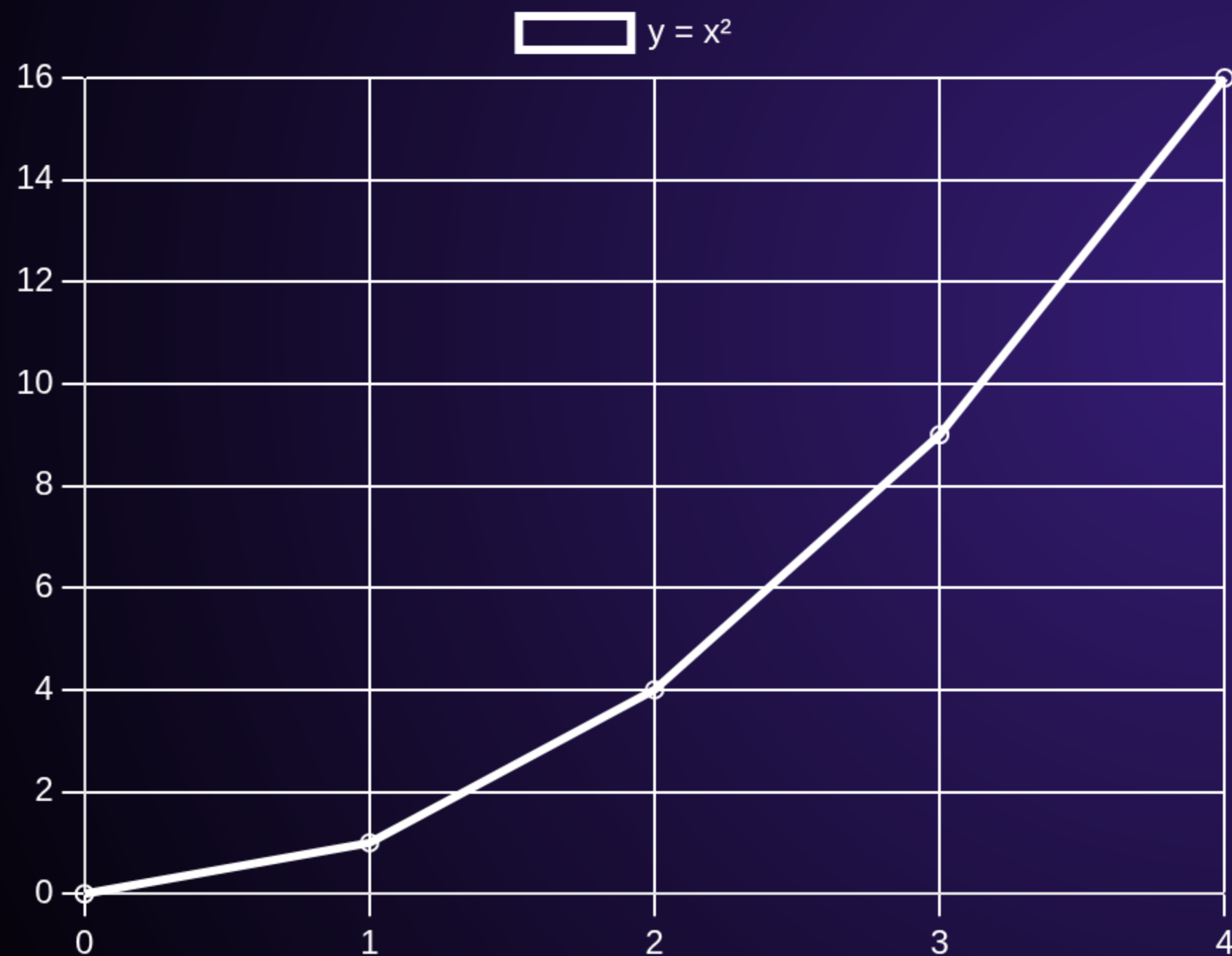
В координатной геометрии квадраты используют в формулах для вычисления расстояния между точками. Они помогают находить длину отрезка без измерения линейкой.

03 Практические задачи

Квадрат числа встречается и в задачах на движение, где нужно работать с формулами и сравнивать величины. Поэтому тема полезна не только в графиках, но и в вычислениях.

Как меняется кривая при удалении от нуля

/15



Чем дальше точка от вершины, тем быстрее растут значения функции. Это заметно уже между 2 и 4.

Рост становится всё более резким, поэтому парабола выглядит круче по мере удаления от нуля.

Значения вычислены по формуле $y = x^2$ для $x = 0, 1, 2, 3, 4$.

Типичные ошибки при работе с функцией $y = x^2$

/16

Ошибка	Верно
y может быть < 0	$y \geq 0$
x и $-x$ разные	Значения равны
График — прямая	График — парабола

Сравнение неверных и правильных утверждений помогает быстрее запомнить основные свойства функции.

Главные ошибки связаны с неотрицательностью значений, симметрией графика и его формой.

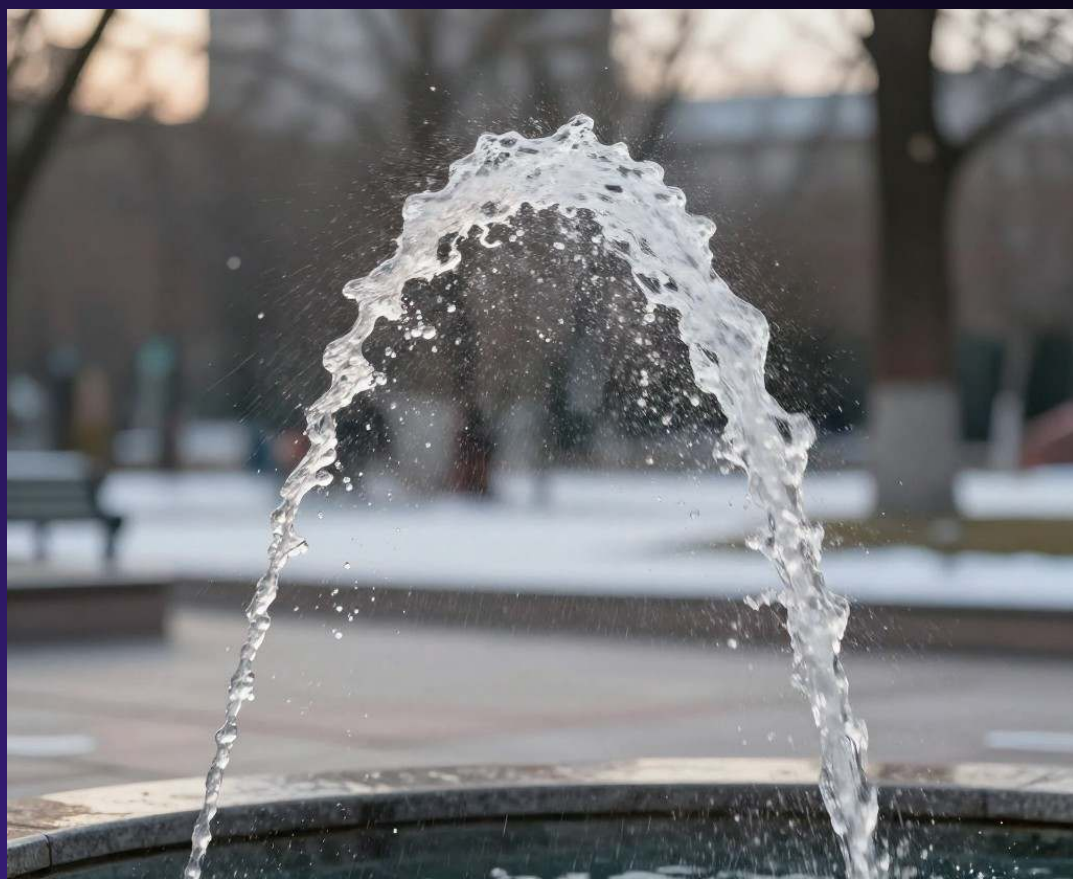
Свойства функции $y = x^2$.

Парабола рядом с нами

/17

Струя воды из фонтана

Когда вода взлетает вверх и падает вниз, её линия на рисунке часто напоминает параболу. Такая форма помогает связать школьный график с привычным движением в реальной жизни и легче запомнить его вид.



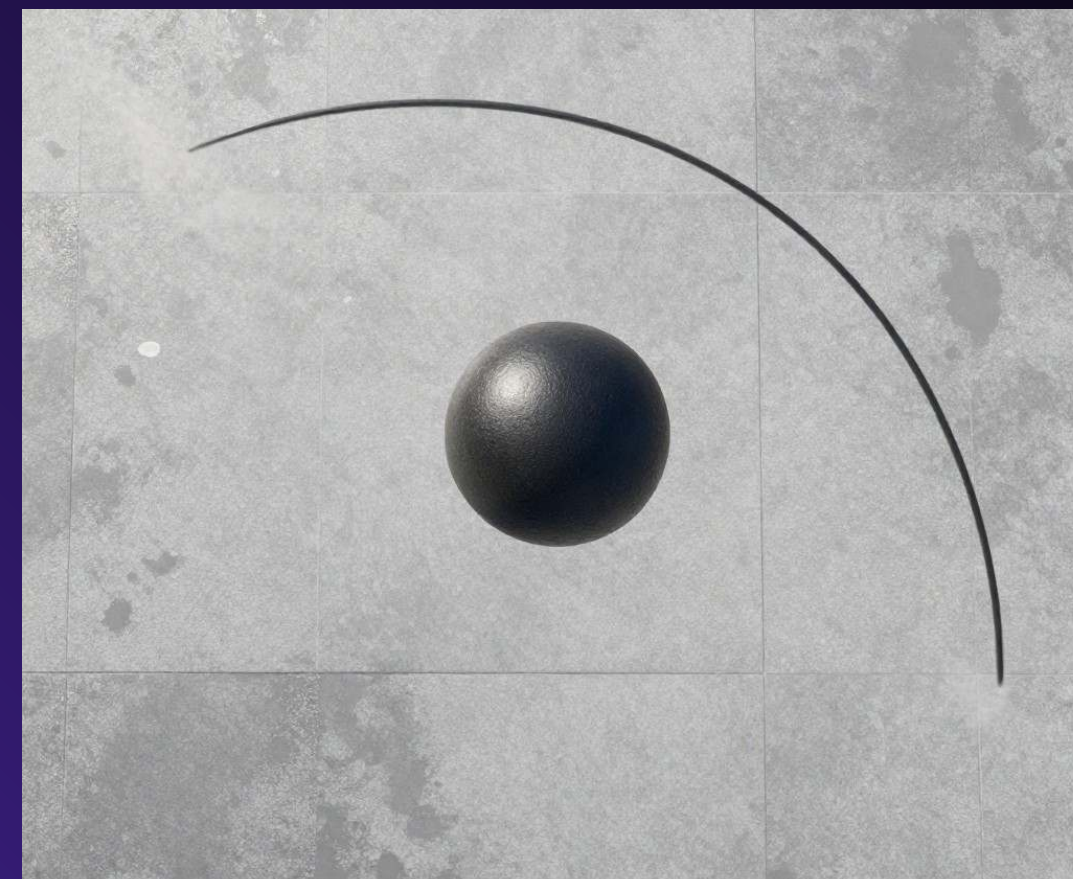
Дуга моста

У некоторых мостов опоры и арки создают плавный изгиб, похожий на параболу. Если посмотреть на конструкцию сбоку, можно увидеть, как математика помогает проектировать прочные и красивые формы.



Мяч в полёте

Брошенный вверх мяч сначала поднимается, а затем опускается. Его траектория на схеме похожа на кривую, которая помогает представить, почему график $y = x^2$ выглядит именно так.



Для проверки функции достаточно подставить число вместо x и возвести его в квадрат. Знак числа перед вычислением не меняет результат.

/18

3

значения нужно получить, чтобы
вычислить y для примеров 4, -5 и 0.

Вычисления по формуле $y = x^2$.

Сдвиг параболы без изменения формы

/19

Сравнение графиков показывает, как добавление или вычитание числа меняет положение параболы.

**Что важно
запомнить
о функции $y = x^2$**

Функция $y = x^2$ задаёт параболу с вершиной в начале координат, неотрицательными значениями и осью симметрии Oy . Эти свойства помогают уверенно строить график и узнавать его среди других.