



Разложение на множители с помощью формул сокращённого умножения

Быстро узнаём формулы и преобразуем многочлены короче.

Формулы, которые ускоряют преобразования

Формулы сокращённого умножения позволяют быстрее упрощать выражения, разлагать многочлены на множители, решать уравнения и проверять вычисления. Эта тема учит видеть структуру записи и выбирать удобный способ преобразования без лишних действий.



Три основные формулы и их запись

Формула	Запись	Результат	Признак
Квадрат суммы	$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	3 члена
Квадрат разности	$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	3 члена
Разность квадратов	a^2-b^2	$(a-b)(a+b)$	2 квадрата

Сравнение трёх базовых формул темы по записи, результату и признакам распознавания.

Первые две формулы дают трёхчлен, а разность квадратов сразу превращается в произведение двух множителей.

Как узнать формулу по виду выражения

Считаем члены

1

Если в выражении три слагаемых, часто это квадрат двучлена. Тогда крайние члены — квадраты, а средний связан с удвоенным произведением этих частей.

Смотрим на знак

2

Положительный средний член указывает на квадрат суммы, а отрицательный — на квадрат разности. Знак помогает быстро выбрать нужную формулу без лишних проб.

Ищем два квадрата

3

Если выражение состоит только из двух квадратов и между ними стоит минус, подходит формула разности квадратов. Она сразу раскладывает запись на произведение.

Квадрат суммы: правило и пример

Основная формула

Квадрат суммы записывается так: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. Первый и последний члены — квадраты слагаемых, а середина показывает удвоенное произведение этих слагаемых.

Разбор примера

Для выражения $(x+5)^2$ получаем $x^2+10x+25$. Здесь 25 — это 5^2 , а $10x$ появляется как $2 \cdot x \cdot 5$, поэтому формула подходит точно.

Геометрический смысл

Такую запись удобно показывать на квадрате со стороной $x+5$, разделённом на части x и 5 . Тогда видно, откуда берётся каждый член выражения.



Квадрат разности: правило и пример

1 Формула записи

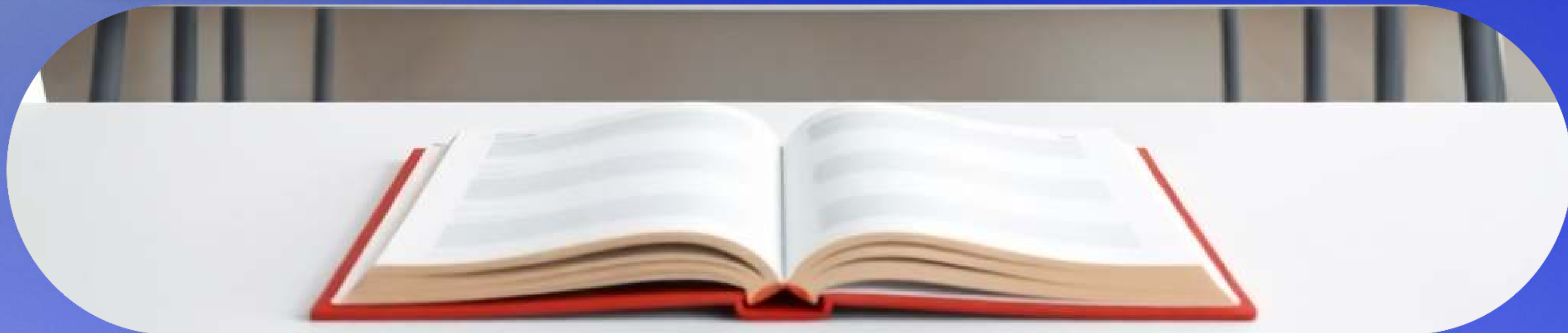
Квадрат разности имеет вид $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. Крайние члены остаются положительными, а в середине появляется минус, который нельзя забывать.

2 Проверяем на примере

Для выражения $(y-3)^2$ получаем y^2-6y+9 . Здесь 9 — это 3^2 , а средний член равен $-2 \cdot y \cdot 3$, поэтому запись совпадает.

3 Связь с моделью

На схеме квадрата видно, как большая сторона уменьшается на 3. Разбиение площади на части помогает понять, почему формула содержит три слагаемых.



Разность квадратов и её разложение



Два квадрата

Формула работает только тогда, когда перед нами разность двух квадратов. Запись $a^2 - b^2$ сразу подсказывает, что можно перейти к произведению двух скобок.



Сумма и разность

Результат разложения всегда имеет вид $(a-b)(a+b)$. В одной скобке стоит разность, в другой — сумма тех же самых выражений, что удобно запоминать.

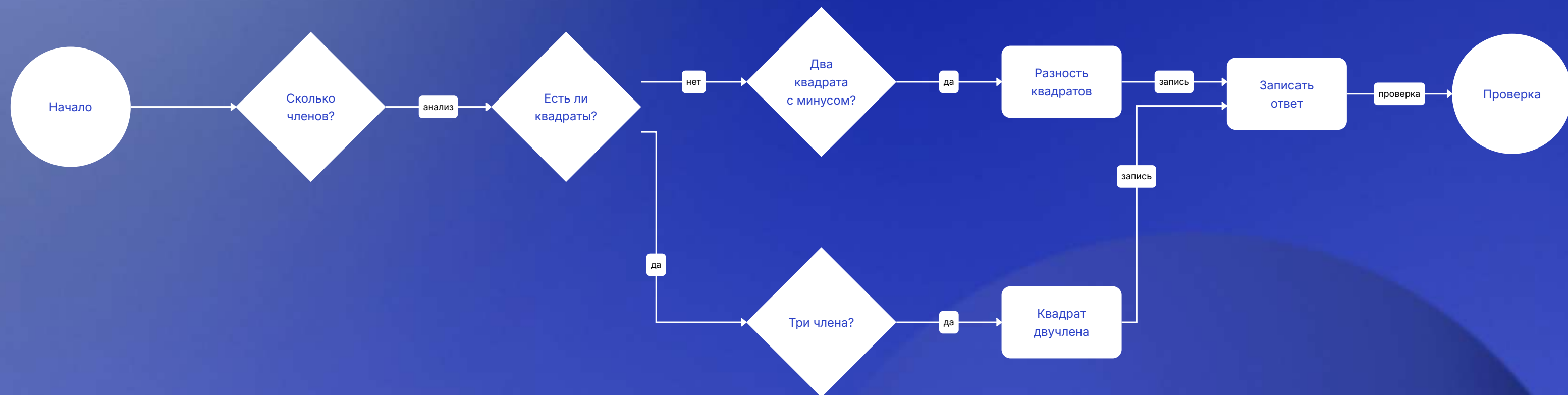


Быстрый счёт

Формула помогает считать устно, особенно с числами около круглых десятков. Например, $49 \cdot 51$ можно заменить выражением $50^2 - 1^2$ и получить ответ быстрее.

Как выбрать нужную формулу

Алгоритм основан на количестве членов, знаках и наличии квадратов в выражении.



Где формулы используются чаще всего

Упрощение выражений Разложение на множители
Решение уравнений Устные вычисления



Учебная иллюстрация по теме «Формулы сокращённого умножения»

Формулы нужны не только в отдельных упражнениях: они поддерживают почти всю работу с выражениями в алгебре 7 класса.

Больше всего формулы помогают в упрощении выражений и разложении на множители; остальные применения дополняют их.

Обратное применение формул: от многочлена к квадрату

Ищем общий вид

1

Если многочлен начинается и заканчивается квадратами, а средний член похож на удвоенное произведение, его можно записать как квадрат двучлена. Главное — увидеть структуру.

Проверяем пример

2

В выражении $x^2 + 6x + 9$ крайние члены — квадраты x и 3 , а $6x$ равно $2 \cdot x \cdot 3$. Значит, это $(x+3)^2$, а не просто сумма.

Почему это важно

3

Такой приём показывает, что длинная запись может скрывать знакомую формулу. Это помогает сокращать выражения, быстрее решать задания и увереннее проверять ответ.

Типовые примеры разложения на множители

Квадрат суммы

Выражение x^2+6x+9 сразу распознаётся как квадрат двучлена: первые и последние члены — квадраты, а средний член равен $2 \cdot x \cdot 3$. Получаем $(x+3)^2$.

Квадрат разности

В записи $a^2-12a+36$ крайние члены тоже являются квадратами, но средний член отрицательный. Значит, это квадрат разности: $(a-6)^2$.

Разность квадратов

В выражении $25m^2-n^2$ два слагаемых, и каждое из них — квадрат. Поэтому применяем формулу разности квадратов: $(5m-n)(5m+n)$.

Сначала распознать вид

При разложении важно не торопиться с ответом, а сначала определить, какая формула подходит по виду выражения. Тогда запись получается короче, точнее и без лишних преобразований.

Сравнение признаков трёх формул

Формула	Члены	Результат	Признак
Квадрат суммы	3	трёхчлен	плюс в середине
Квадрат разности	3	трёхчлен	минус в середине
Разность квадратов	2	произведение	два квадрата

Формулы сокращённого умножения, алгебра 7 класса

Сравнение помогает быстро выбрать нужную формулу по числу членов, знаку и виду результата.

Если в выражении три члена, ищем квадрат двучлена; если два квадрата с минусом между ними, применяем разность квадратов.

Геометрический смысл формул

Квадрат, разделённый на части

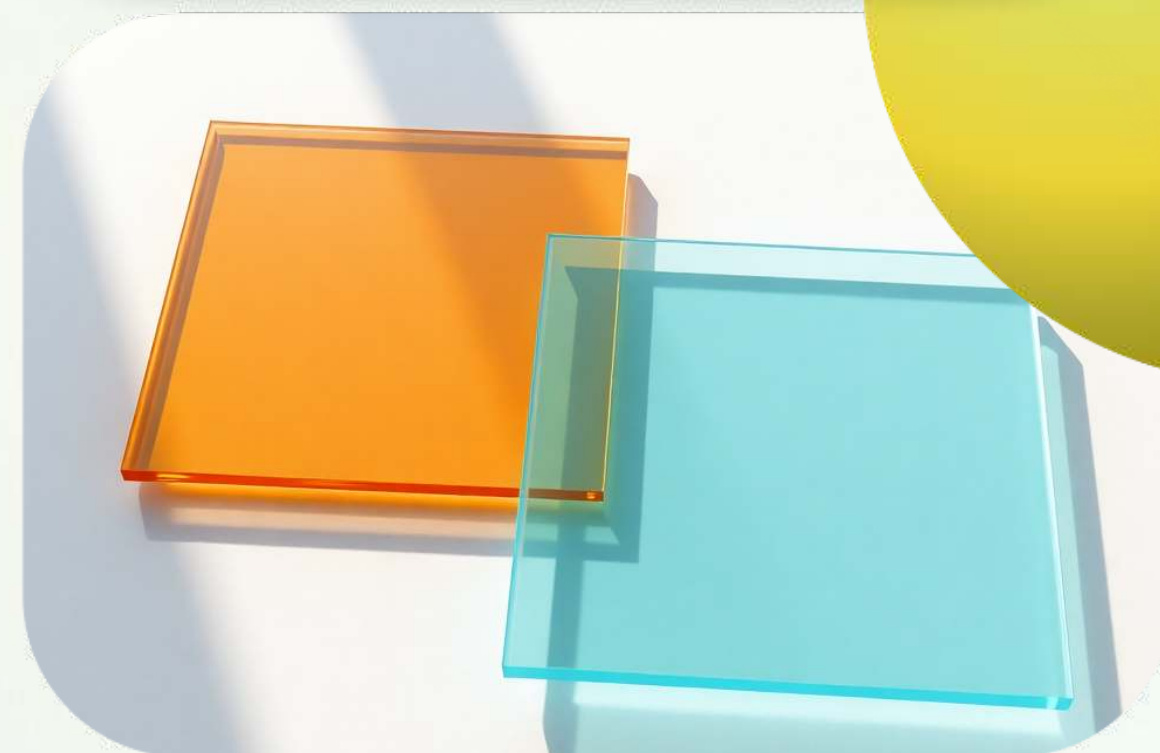
Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно представить как сумму площадей нескольких прямоугольников и маленьких квадратов. Так наглядно появляется член $2ab$ и формула квадрата суммы.

Разность в пределах одного рисунка

Для квадрата разности схема похожа, но одна часть стороны берётся меньше другой. Поэтому в середине формулы появляется знак минус, хотя крайние части остаются квадратами.

Две площади и один вывод

Разность квадратов удобно понимать как сравнение площадей двух квадратов со сторонами a и b . Из этой идеи естественно возникает произведение $(a-b)(a+b)$, которое точно описывает разницу площадей.



Формулы сокращённого умножения в устных вычислениях

1 Круглые числа рядом

Если число близко к 100, 50 или 10, формулы помогают считать быстрее. Вместо длинного умножения можно сразу перейти к удобной записи через квадрат суммы или разности.

2 Квадрат близкого числа

Например, 99^2 удобно заменить выражением $(100-1)^2$. Тогда ответ находится по формуле квадрата разности, без громоздких вычислений и с меньшей вероятностью ошибки.

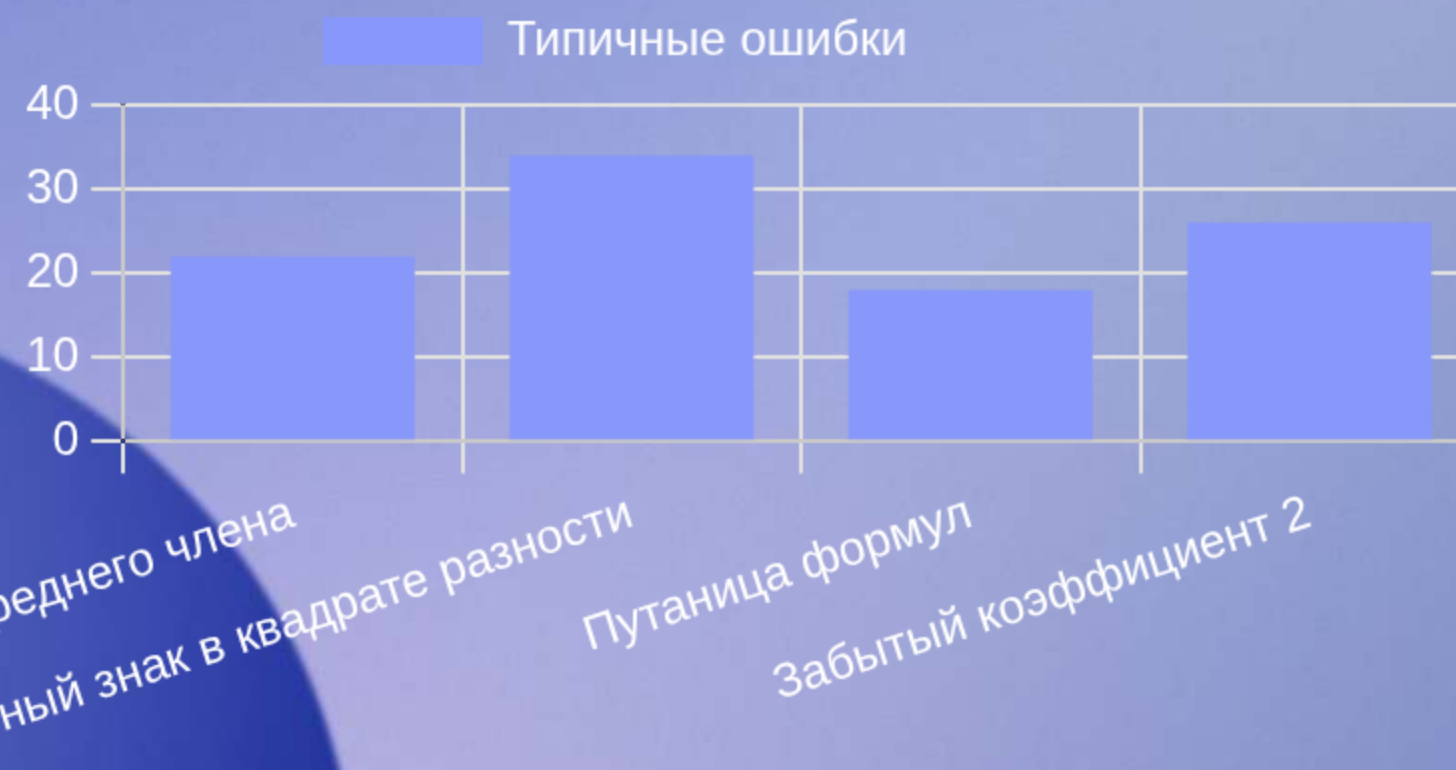
3 Соседние множители

Произведение $49 \cdot 51$ можно записать как $(50-1)(50+1)$. Это разность квадратов: $50^2 - 1^2 = 2499$. Такой приём особенно полезен для чисел, стоящих по обе стороны от круглого значения.

4 Проверка в уме

Формулы сокращают число действий и помогают быстро проверить результат. Это удобно на уроках, в самостоятельной работе и в устном счёте, когда важно не потерять ни один шаг.

Частые ошибки при разложении на множители



Иллюстративное распределение типичных ошибок в теме

Чаще всего ошибки возникают, когда ученик узнаёт формулу по первым и последним членам, но не проверяет знак и коэффициент в середине.

Наиболее рискованны знак в формуле квадрата разности и коэффициент 2. Поэтому при проверке нужно сравнивать все члены выражения, а не только крайние.

Проверка разложения обратным умножением

Перемножить множители

После разложения нужно раскрыть скобки и умножить полученные множители обратно. Если результат совпадает с исходным многочленом, преобразование выполнено верно.

Сверить каждый член

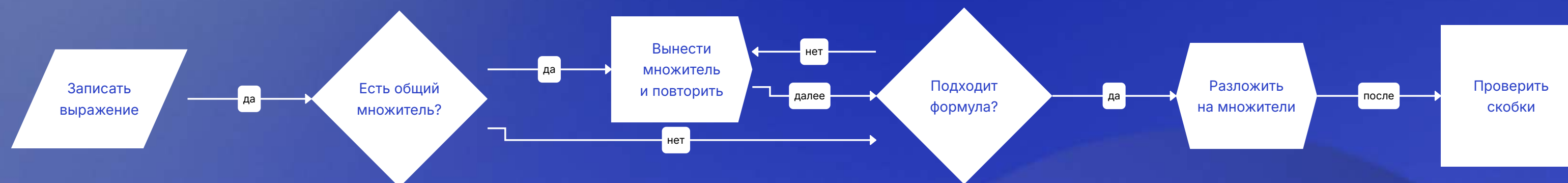
Особенно важно сравнить все слагаемые, когда в выражении есть буквы, числа и коэффициенты. Ошибка в одном знаке сразу изменяет весь результат.

Понять структуру формулы

Такая проверка помогает увидеть, что квадрат двучлена даёт три члена, а разность квадратов возвращает исходную разность. Это делает ответ не только правильным, но и понятным.

Порядок действий при разложении многочлена

Алгоритм показывает, как по шагам выбрать подходящую формулу и проверить ответ.



Тренировочные примеры с готовыми ответами

Пример	Формула	Ответ
$16x^2-24x+9$	квадрат разности	$(4x-3)^2$
$81-a^2$	разность квадратов	$(9-a)(9+a)$
$m^2+14m+49$	квадрат суммы	$(m+7)^2$

В таблице показано, как по виду выражения быстро определить нужную формулу и записать ответ без лишних шагов.

Сначала ищут квадраты крайних членов, затем смотрят на знак среднего члена или на наличие разности квадратов.

Примеры по теме «Формулы сокращённого умножения», 7 класс

Где тема пригодится дальше



Решение уравнений

Формулы помогают быстрее преобразовывать выражения в уравнения и находить корни. Это особенно удобно, когда многочлен можно представить как произведение множителей.



Преобразование дробей

При работе с дробями часто нужно сокращать выражения и выделять общие множители. Умение узнавать формулы сокращённого умножения делает такие преобразования аккуратнее.



Более сложные задания

В 8 и 9 классах эти формулы встречаются в задачах на преобразование выражений, раскрытие скобок и проверку вычислений. Без них многие решения становятся длиннее.



Основа алгебры

Тема учит видеть структуру многочлена и быстро выбирать способ преобразования. Это навык, который затем используется почти во всех разделах школьной алгебры.

Формулы, которые экономят шаги

Квадрат суммы, квадрат разности и разность квадратов помогают быстрее переходить от многочлена к произведению и обратно. Чем лучше узнаётся структура, тем короче и точнее получается решение.