

Функция $y = kx$ и её график

Разберём, как коэффициент k задаёт прямую
и её наклон.



Где прямая пропорциональность встречается каждый день

- Она помогает описывать цену, путь, расход материалов и другие зависимости, где увеличение одной величины ведёт к такому же изменению другой.



1

При этом значении формула превращается в $y = x$, и график идёт по диагонали.

Коэффициент показывает, сколько единиц y приходится на одну единицу x и задаёт направление прямой.

Формула $y = kx$

Почему график проходит через начало координат

Подстановка нуля

Если в формулу $y = kx$ подставить $x = 0$, получится $y = 0$. Поэтому точка начала координат всегда лежит на графике.

Главная особенность

Для этой функции начало координат не просто одна из точек, а обязательная точка любой прямой пропорциональности.

Что видно на рисунке

На схеме показаны оси координат, точка $(0; 0)$ и прямая, которая проходит именно через эту точку.



Значения y при разных коэффициентах

k	$x = -2$	$x = 0$	$x = 2$
2	-4	0	4
0,5	-1	0	1
-1	2	0	-2

— Сравним, как меняются значения функции при разных k и одинаковых x .

Положительное k сохраняет знак x , отрицательное — меняет его. Чем больше $|k|$, тем дальше значение y от нуля.

— Вычисления по формуле $y = kx$

Сравнение значений y при одном и том же x

На диаграмме видно, как один и тот же x даёт разные результаты в зависимости от коэффициента.

Чем больше модуль k , тем больше $|y|$. Отрицательный коэффициент при положительном x даёт отрицательное значение.

Вычисления по формуле $y = kx$ при $x = 2$



Достаточно двух точек

1 Первая точка

Самая удобная точка — $(0; 0)$, потому что она всегда принадлежит графику. Её можно сразу отметить на координатной плоскости без вычислений.

2 Вторая точка

Затем выбирают любое удобное значение x , например 1, 2 или -1, и по формуле находят соответствующее значение y . Так получают вторую точку прямой.

3 Построение линии

Когда обе точки отмечены, через них проводят прямую линию. Этого достаточно, потому что график функции $y = kx$ всегда является прямой.



Как построить график $y = kx$

Последовательность действий при построении по формуле прямой пропорциональности.

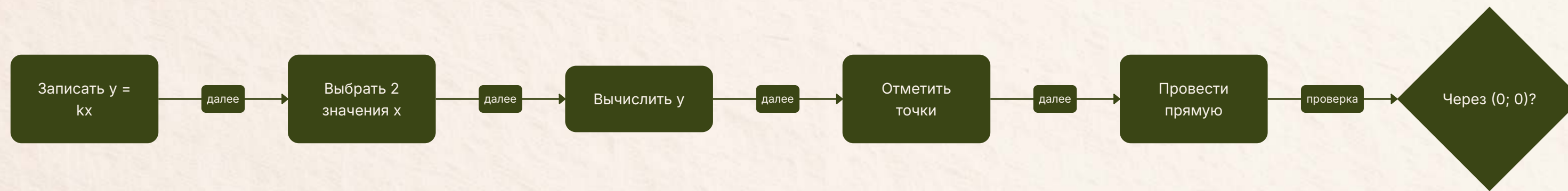
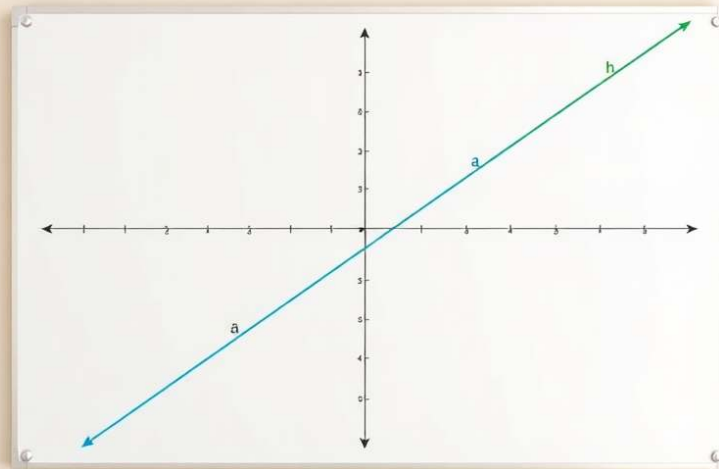


График при положительном коэффициенте



1 Направление прямой

Если k больше нуля, прямая поднимается слева снизу направо вверх. Такой график легко узнать по положительному наклону.

2 Знаки значений

При положительном x значение y тоже положительное, а при отрицательном x — отрицательное. Это удобно проверять по нескольким точкам на координатной плоскости.

3 Примеры функций

Функции $y = 2x$ и $y = 0,5x$ обе возрастают, но первая делает это быстрее, потому что её коэффициент больше.

4 Роль коэффициента

Чем больше k , тем быстрее растёт y при одинаковом x . Поэтому более крупный положительный коэффициент делает прямую более крутой.

График при отрицательном коэффициенте

1 Направление прямой

Если k меньше нуля, прямая идёт слева сверху направо вниз. Это главный признак графика с отрицательным коэффициентом.

2 Знаки значений

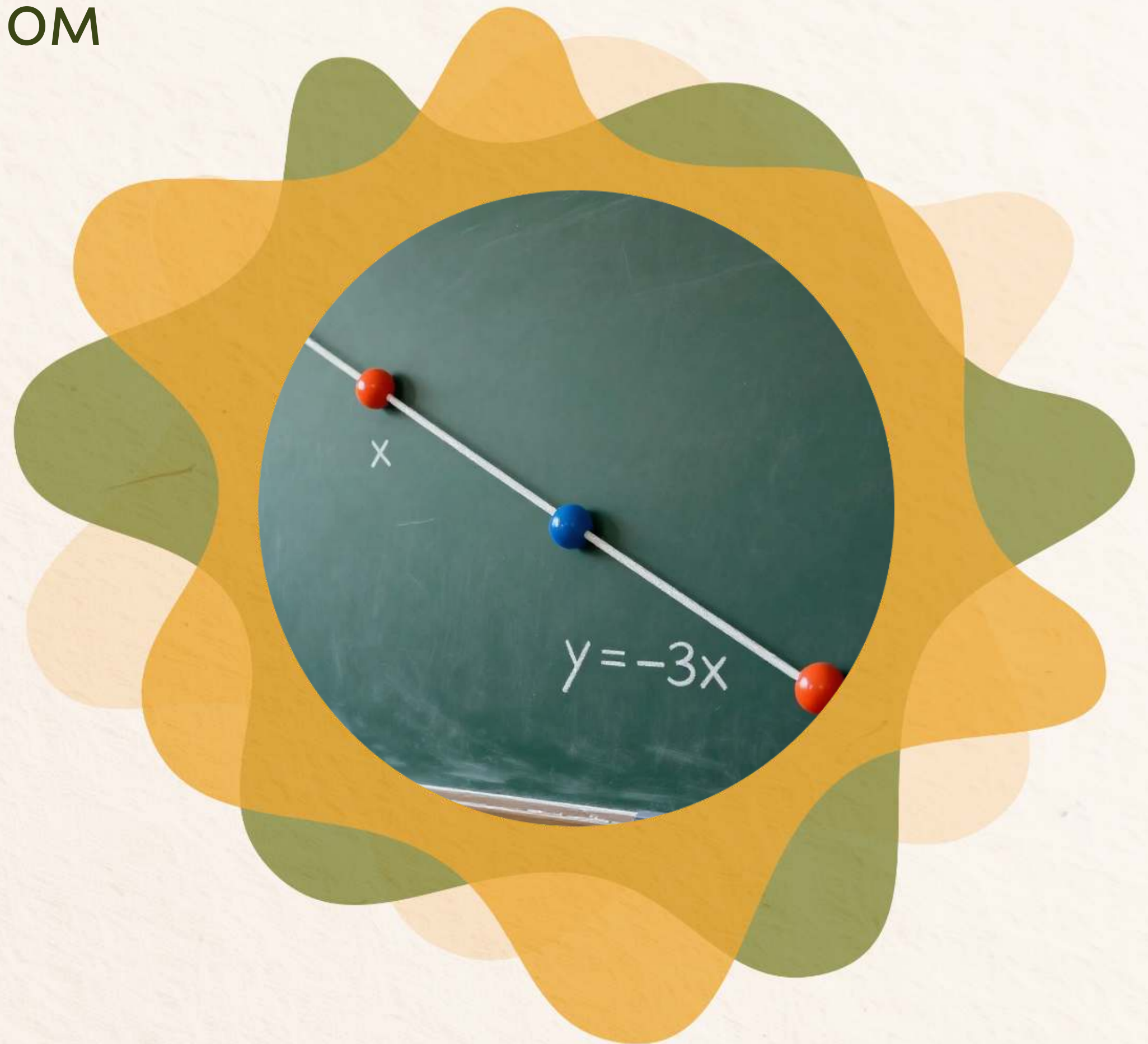
При положительном x значение y становится отрицательным, а при отрицательном x — положительным. Знак коэффициента меняет знак результата.

3 Примеры функций

Функции $y = -x$ и $y = -3x$ убывают, но вторая идёт круче, потому что модуль коэффициента больше.

4 Что меняет минус

Минус у коэффициента не только переворачивает направление графика, но и помогает быстро понять, где будут расположены точки.



Как модуль коэффициента влияет на наклон

При одинаковом $x = 1$ хорошо видно, как меняется высота точки на графике в зависимости от коэффициента.

Чем больше $|k|$, тем быстрее растёт y и тем круче выглядит прямая.

Составлено по формуле $y = kx$.



Сравнение функций $y = x$, $y = 2x$ и $y = -2x$

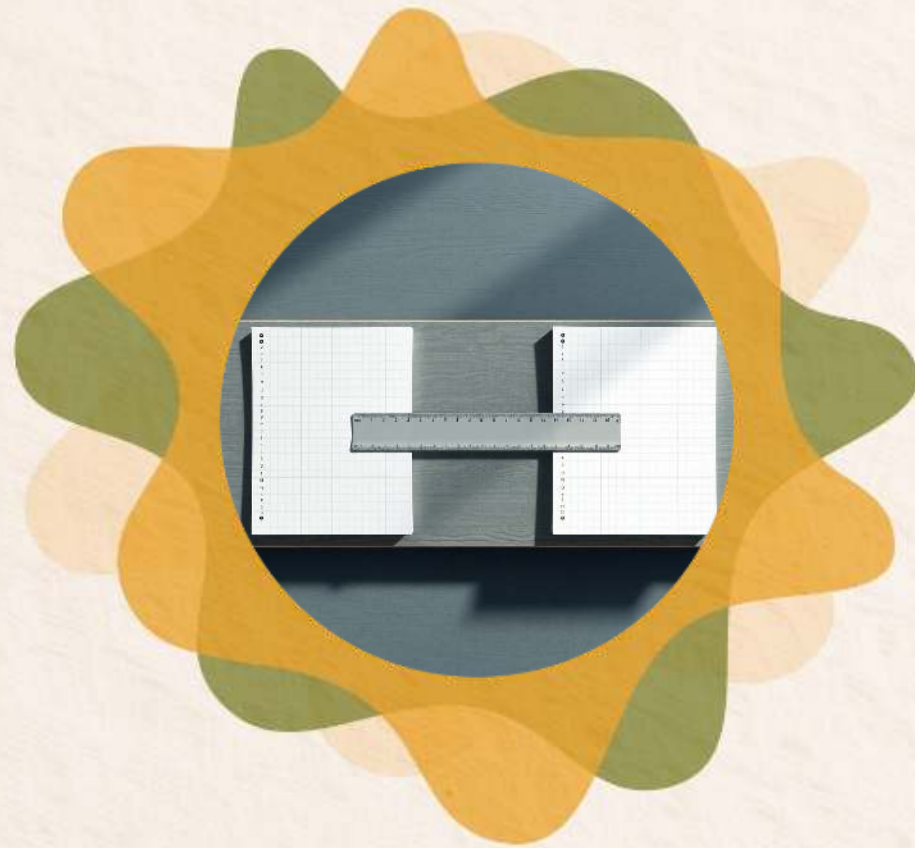
Функция	Направление	y при $x = 1$
$y = x$	вверх	1
$y = 2x$	вверх круче	2
$y = -2x$	вниз	-2

Таблица показывает направление прямой, её наклон и значение y при $x = 1$ для трёх функций.

Увеличение $|k|$ делает график круче, а отрицательный коэффициент меняет направление на противоположное.

Составлено по формулам $y = x$, $y = 2x$ и $y = -2x$.

Как масштаб меняет внешний вид прямой



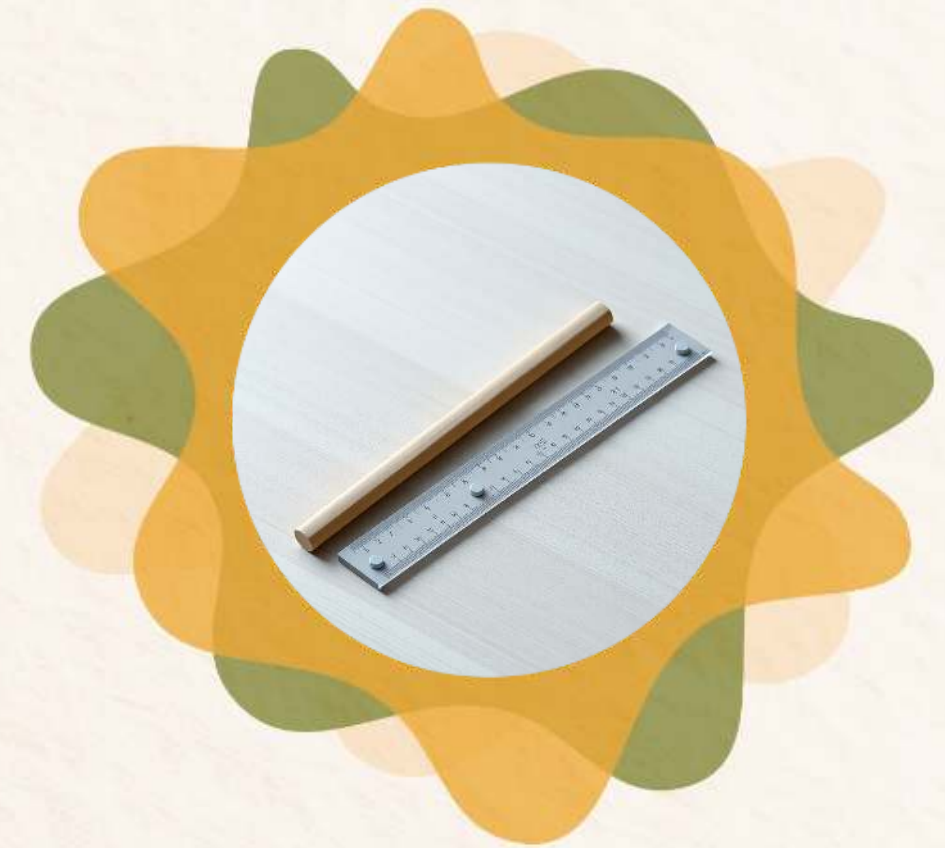
Одна и та же прямая на разных сетках

На одной координатной плоскости отрезок между соседними делениями может быть маленьким, а на другой — заметно больше. Из-за этого одна и та же прямая выглядит то положе, то круче, хотя её уравнение не меняется.



Точки остаются теми же

Если выбрать одинаковую точку, её координаты не зависят от масштаба. Меняется только расстояние на бумаге или экране. Поэтому при сравнении графиков важно смотреть не на «красоту» линии, а на подписи осей и деления.



Почему это важно при построении

Неправильный масштаб может запутать: кажется, что одна прямая выше другой, хотя это лишь визуальный эффект. Для точного чтения графика нужно сначала понять, чему равен один шаг по каждой оси.

Как проверить, принадлежит ли точка графику

1 Возьми координаты точки

Сначала запиши x и y точки без изменений. Перепутанные координаты сразу дадут неверный ответ, поэтому удобно смотреть на запись пары и аккуратно переносить числа в формулу.

2 Подставь x в формулу

Затем вычисли значение kx для своей функции. Это покажет, каким должно быть y , если точка действительно лежит на графике. Здесь важно не забыть знак коэффициента.

3 Сравни результат с y

Если полученное число совпадает с координатой y , точка принадлежит графику. Если числа разные, точка не подходит. Такой проверкой легко замечать ошибки в построении и вычислениях.

Проверка точки по формуле

Последовательность действий при проверке точки на графике функции $y = kx$.

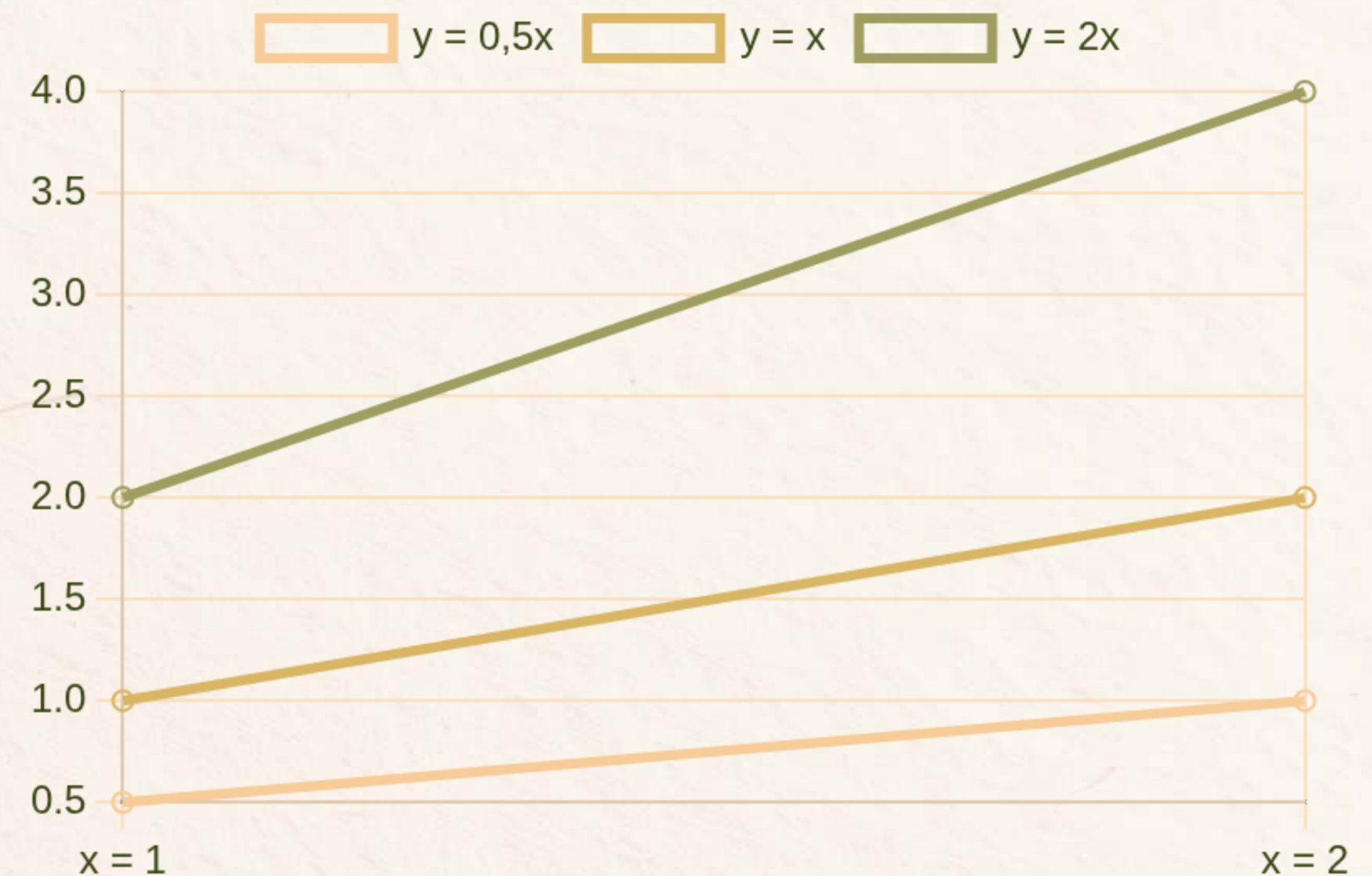


Несколько прямых пропорциональностей на одной плоскости

На одном поле удобно сравнить не только значения, но и скорость роста каждой прямой.

При большем коэффициенте прямая поднимается быстрее, а все графики сохраняют общее начало.

Составлено по формулам $y = 0,5x$, $y = x$ и $y = 2x$.



Типичные ошибки при построении графика

Ошибка	Пример	Как правильно
Знаки перепутаны	$(-2; 3)$	Проверить координаты
Точки без расчёта	наугад	Считать по формуле
Ломаная линия	сегменты	Проводить прямую
Забыто начало	нет $(0; 0)$	Добавить точку

- В таблице показано, как не стоит строить график функции и как исправить каждый шаг.
Главная защита от ошибок — проверять каждую точку по формуле и помнить, что график является прямой.
- Методические правила построения графиков $y = kx$.

Прямая пропорциональность в жизни и математике



Покупка одинаковых товаров

Если одна тетрадь стоит одинаково, то общая цена зависит только от количества. Формула $y = kx$ помогает быстро посчитать стоимость без лишних действий.



Путь при постоянной скорости

При равномерном движении путь увеличивается пропорционально времени. Если скорость не меняется, значение k показывает, сколько километров проходит объект за один час.



Расход материалов

Когда на каждое изделие уходит одно и то же количество материала, общий расход растёт вместе с числом деталей. Это удобный пример прямой пропорциональности.



Значение коэффициента

Коэффициент k показывает значение y для одной единицы x . Поэтому он сразу отвечает на вопрос, сколько получится при $x = 1$ и как быстро будет расти результат.

Семейство графиков $y = kx$

Общее начало

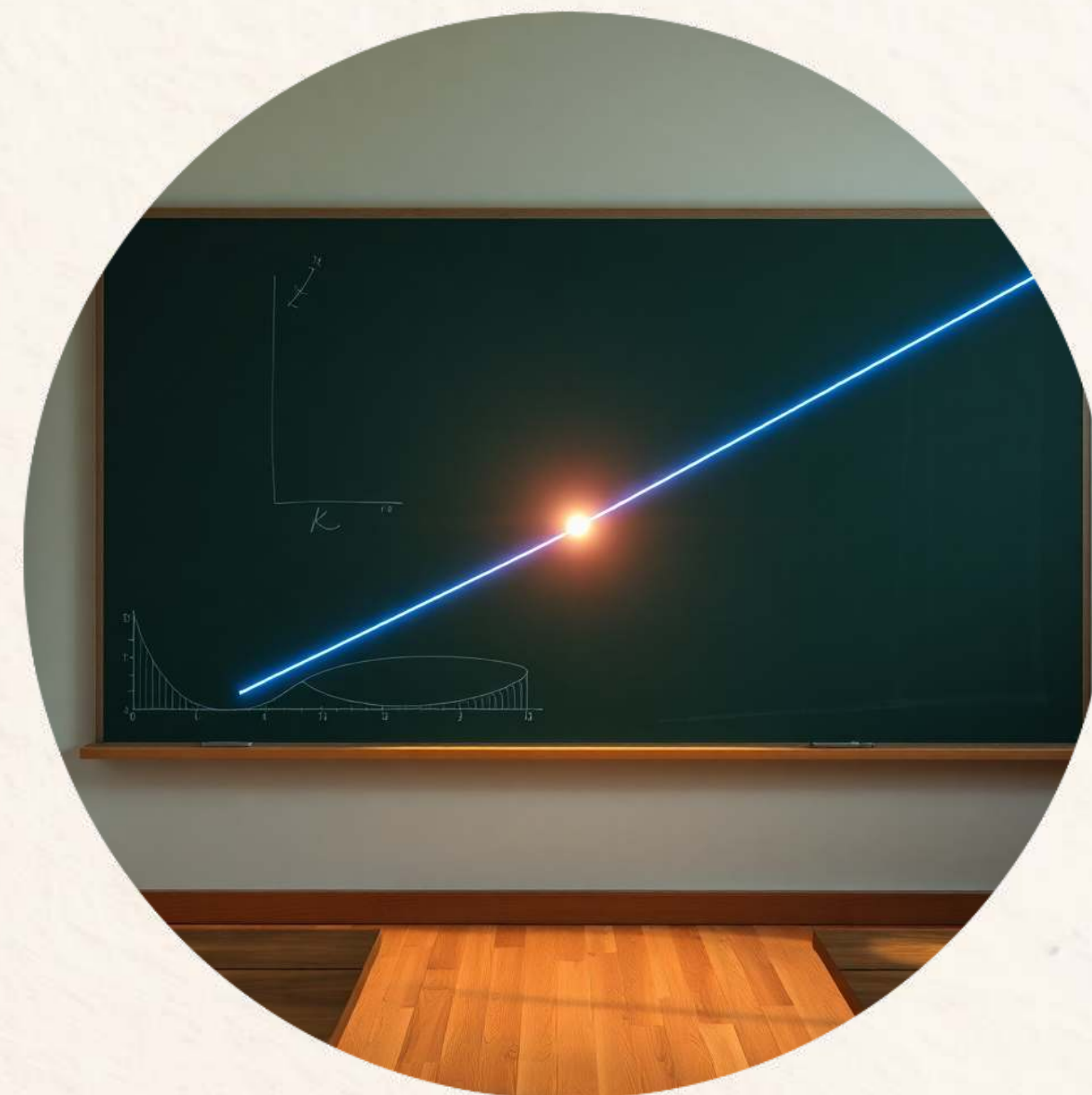
Все прямые вида $y = kx$ проходят через точку $(0; 0)$. Это их общий признак, по которому легко узнать такие графики среди других линий.

Разный знак

Если k положительный, прямая идёт вверх; если отрицательный — вниз. Поэтому знак коэффициента сразу показывает направление роста или убывания на координатной плоскости.

Разная крутизна

Чем больше $|k|$, тем сильнее наклон прямой и тем быстрее меняется y . Небольшой модуль даёт более пологую линию, а большой — более крутую.



Функция $y = kx$: кратко о главном

Функция $y = kx$ всегда задаёт прямую через начало координат. Коэффициент k показывает направление, наклон и значение y для одной единицы x , а проверка по формуле помогает избежать ошибок.