



Векторы и сложение векторов

Векторы задают движение и направление; их сумма показывает итоговое перемещение.

Где в школьной геометрии встречаются векторы

- Вектор на плоскости описывает перемещение: у него есть модуль и направление. В 9 классе он помогает переходить от рисунка к вычислениям, доказывать свойства фигур и решать задачи с координатами — в том числе находить общий результат нескольких шагов.



Что такое вектор

Вектор изображают стрелкой: длина стрелки показывает модуль, а направление задаётся наконечником. Так становится ясно, куда происходит перемещение и сколько оно «занимает» по длине.

Вектор можно понимать как направленный отрезок с началом и концом. Начальная точка фиксирует старт, конечная — результат, поэтому одно и то же перемещение можно располагать на чертеже по-разному.

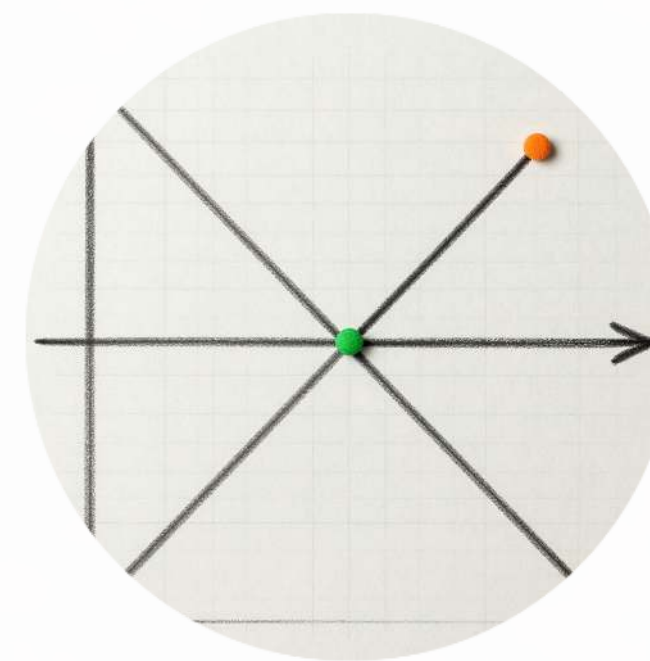
Равные векторы имеют одинаковые длину и направление, даже если стоят в разных местах. Нулевой вектор имеет модуль 0 и не задаёт направления, потому что его «длина» исчезает.

Как показать вектор на чертеже



Стрелка в тексте и на рисунке

Обычно вектор записывают двумя заглавными буквами со стрелкой сверху, например $\overrightarrow{AB}$: начало — в точке А, конец — в точке В. На рисунке важны именно эти позиции, потому что стрелка «переводит» запись в видимую геометрию.



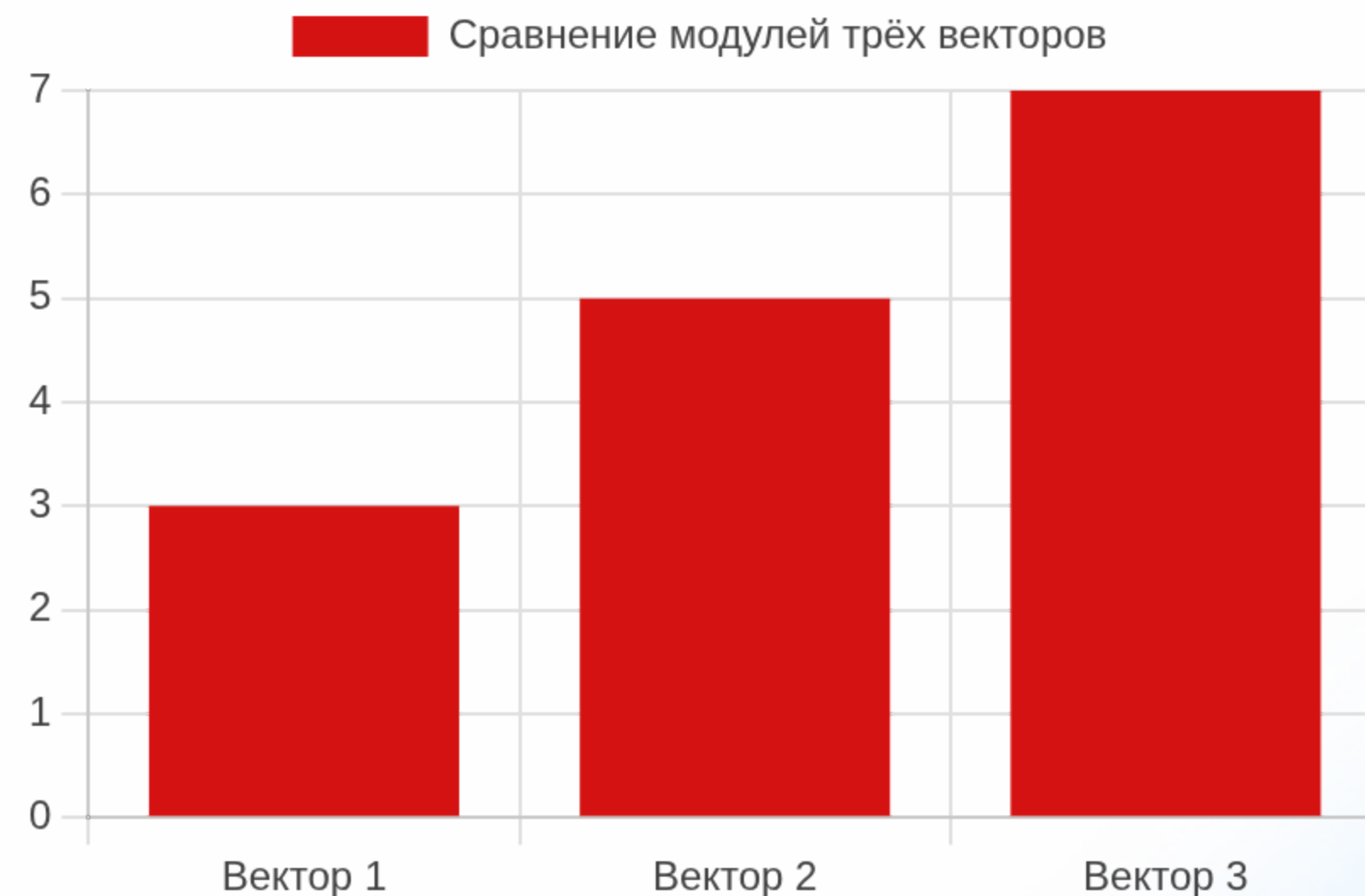
Одна буква или координаты

Если вектор рассматривают как отдельный объект, его удобно обозначать одной строчной буквой, например $\vec{a}$. А когда требуется расчёт, задают координатами $(x; y)$, где видно смещение по осям Ox и Oy .

Сравнение длин векторов

Диаграмма помогает различать равные и неравные векторы: модуль — это именно длина стрелки.

Чем больше модуль, тем длиннее соответствующая стрелка, а направление рассматривается отдельно от длины.



Данные примера из условия: модули 3 см, 5 см и 7 см.

0

Если модуль равен нулю, вектор становится нулевым.

Модуль — это длина вектора, и она неотрицательна. Когда модуль равен 0, значит начальная и конечная точки совпадают, и направление не определяют.

Учебный материал по теме «Векторы и сложение векторов» (школьная программа 9 класса).

Способы задания вектора

Вектор можно записывать разными способами: через две точки, буквой или координатами — смысл остаётся одним и тем же.

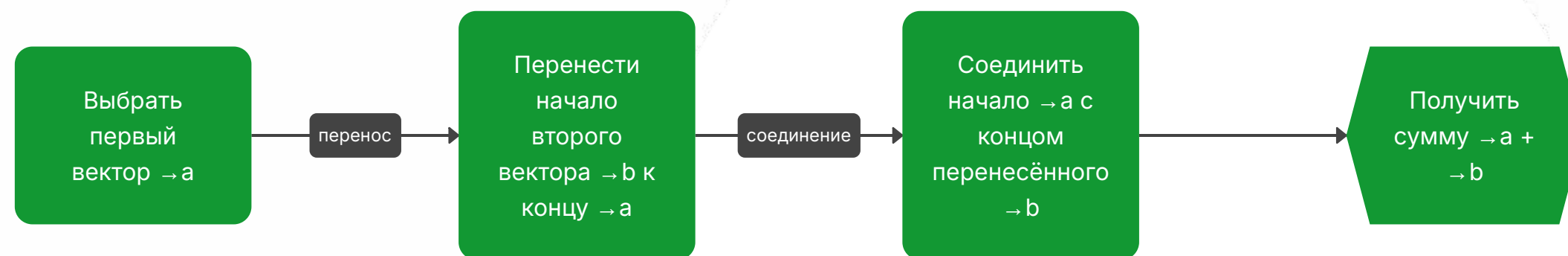
Один и тот же вектор легко перейти между разными формами записи, выбирая ту, которая удобнее для решения задачи.

Способ записи	Пример	Что важно
Через точки	$\overrightarrow{AB}$	Начало А и конец В
Одной буквой	$\overrightarrow{a}$	Сам объект-вектор
Координатами	(3; 4)	Смещение по Ох и Оу

Обобщение стандартных обозначений из школьного курса геометрии (9 класс).

Правило треугольника для сложения векторов

Последовательность построения суммы векторов на чертеже (перенос начала второго вектора к концу первого).



Сложение векторов на плоскости

Сумма векторов показывает общий результат нескольких направленных перемещений. При сложении учитываются и длина, и направление: один шаг «вперёд» не равен шагу «назад».

Если векторы следуют друг за другом, их складывают как путь из нескольких шагов. Тогда сумма — это один переход от начальной точки первого вектора к конечной точке последнего.

На плоскости этот способ удобен для построения и проверки по чертежу: по стрелкам видно, соответствует ли получившийся итог условию задачи и не перепутано ли направление.

Сложение векторов по координатам

В примере координаты суммы образуют пару: $(2; 1) + (3; 2) = (5; 3)$, то есть складываются числа в каждой позиции.

Если векторы заданы координатами, то для результата достаточно поэлементно сложить абсциссы и ординаты.



Пример вычисления из условия: $(2; 1) + (3; 2) = (5; 3)$.

Правило параллелограмма

Если два вектора выходят из одной точки, их сумму находят по диагонали параллелограмма: постройте параллельные стороны, направленные как эти векторы.

Сначала откладывают от общей точки векторы как стороны, затем проводят через концы линии, параллельные исходным направлениям, чтобы получился параллелограмм.

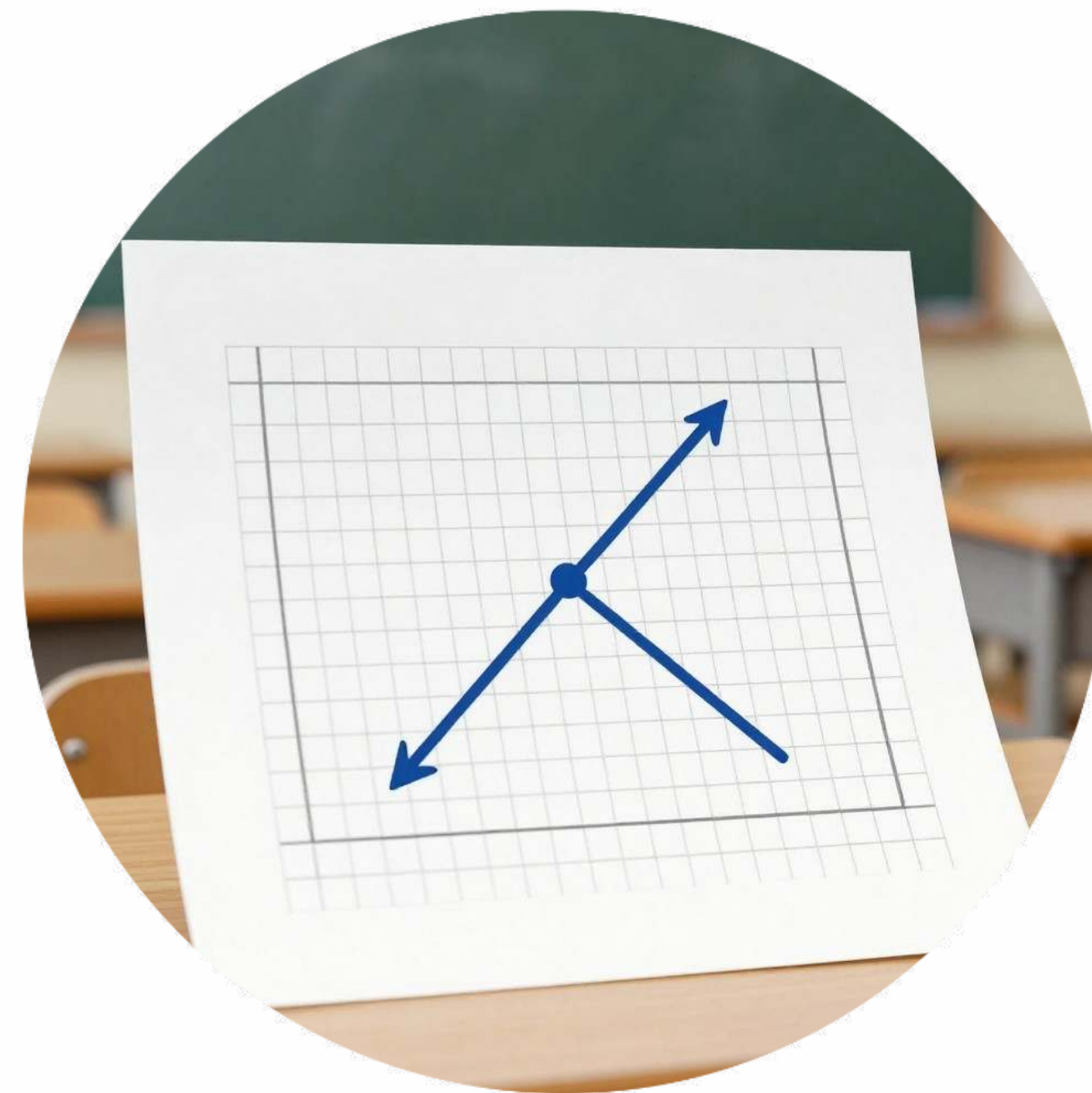
Диагональ, начинающаяся в этой общей точке и идущая в противоположный угол, изображает результирующий вектор — итоговое перемещение.

Этот способ удобно использовать на чертеже: он наглядно показывает, как “складываются” направления и модули. Его часто применяют для задач о силах и движении.

Сложение векторов на координатной сетке

На клетчатой координатной сетке отметьте общую точку старта, постройте два вектора так, чтобы один задавал сдвиг вправо/влево, а другой — вверх/вниз. Сумма получается диагональю.

Чтобы проверить результат, мысленно сделайте шаги по клеткам: сначала пройдите по направлению первого вектора, затем — по направлению второго. От начальной точки до конечной точки будет направлен результирующий вектор.



Свойства сложения векторов

Свойство	Формулировка	Смысл для суммы
Переместительное	$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$	Порядок не важен
Сочетательное	$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$	Группы можно менять
С нулём	$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$	Нулевой вектор не влияет

Краткая таблица помогает быстро вспомнить, как меняется сумма при перестановке слагаемых, группировке и добавлении нулевого вектора.

Свойства показывают, что при сложении важны модули и направления, но вычисления можно упрощать: переставлять, группировать и добавлять нулевой вектор без изменения результата.

Вычитание векторов и противоположный вектор

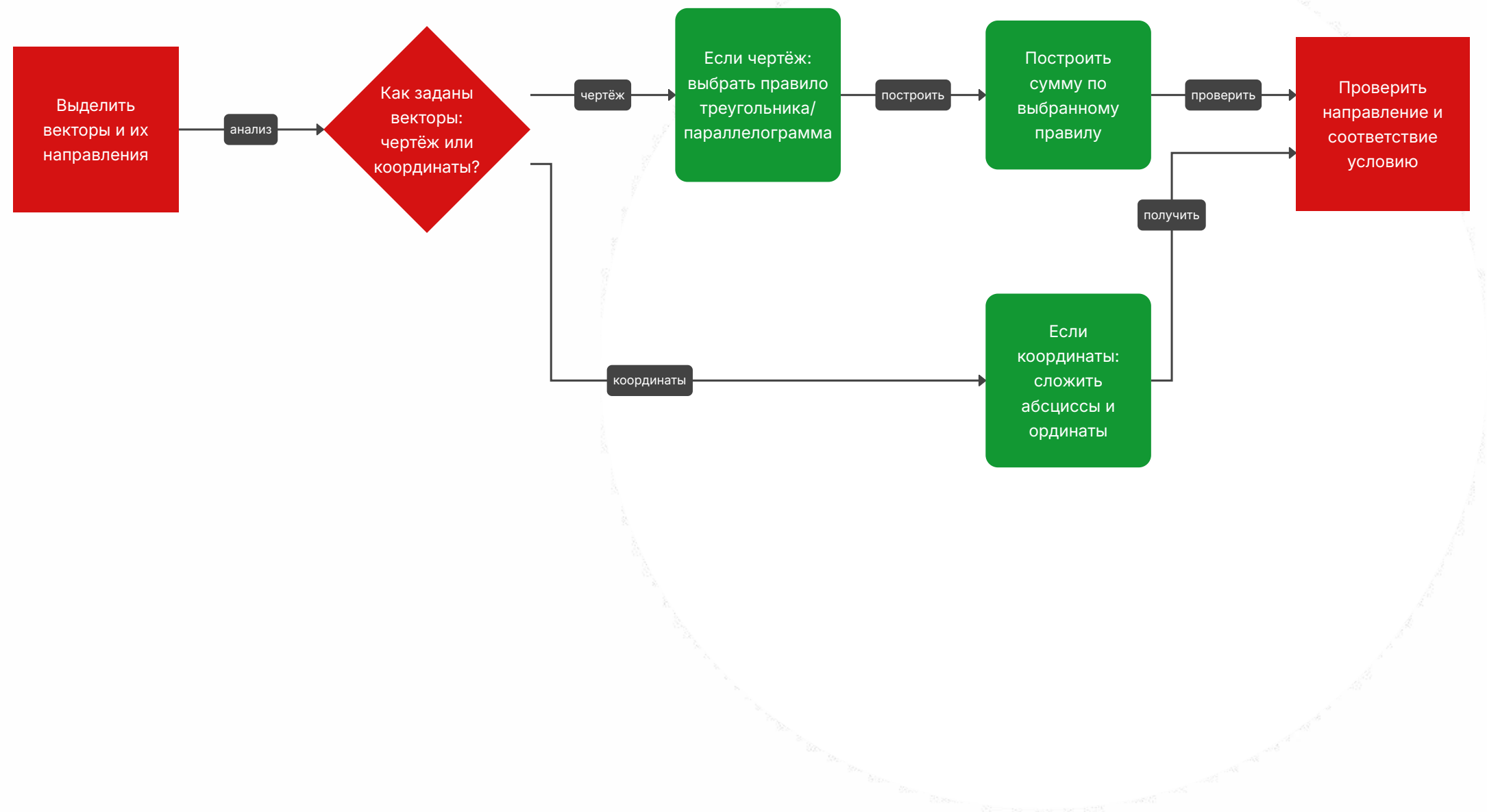
Разность векторов обычно сводят к сложению: вычитание записывают как прибавление противоположного вектора. Например, $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Чтобы получить противоположный вектор, оставьте модуль тем же, но поменяйте направление на противоположное: стрелка смотрит в другую сторону.

Такой подход удобен при построениях: вместо “минус” вы мысленно выполняете сложение с вектором, направленным противоположно исходному, и используете правила сложения.

Алгоритм решения задач на сложение векторов

Шаги выбора данных,
способа построения и
проверки результата



Координаты суммы векторов

В примерах сумма получается после поэлементного сложения: отдельно складываются абсциссы (x-координаты) и отдельно — ординаты (y-координаты).

Диаграмма подчёркивает закономерность: координаты результирующего вектора формируются из соответствующих координат исходных, а направление определяется полученной парой.



Примеры из школьной практики сложения векторов по координатам (без дополнительных измерений)

Типичные ошибки при сложении векторов

Часто путают характеристики вектора: смотрят только на “длину стрелки” и забывают, что направление тоже определяет результат суммы.

При переносе вектора на чертеже легко ошибиться с начальной и конечной точками: тогда получится другой направленный отрезок и диагональ будет неверной.

Ещё одна ошибка — складывать координаты лишь по одной оси. Нужно выполнять поэлементное сложение и по x , и по y , иначе сумма не совпадёт с построением.

Нулевой вектор иногда игнорируют: при правильных действиях он не меняет сумму, поэтому знак и направление результирующего вектора должны оставаться как у $\vec{a}$.

Векторы в жизни и в других предметах



Маршрут по карте

Два разных участка пути можно представить направленными отрезками: сначала вы двигаетесь, скажем, на восток, затем — на север. Общий итог маршрута соответствует сумме векторов, а не простому перечислению направлений.



Сила в физике как “стрелка”

В физике силу удобно задавать вектором: у неё есть направление и модуль. Если на тело действуют две силы, результирующая сила снова находится сложением векторов — диагональю параллелограмма.



Скорости на уроках и в задачах

Когда скорость тела меняется или складываются два движения, результат можно описать векторно. Например, совместное перемещение задают двумя “шагами” по направлениям, а итоговый вектор показывает общий эффект.

Мини-проверка по теме

Проверьте себя: научитесь определять координаты суммы и находить противоположный вектор. Сравните вычисления с ожидаемыми результатами.

Основной вывод: координаты складываются поэлементно, а противоположный вектор получается заменой знаков у обеих координат.

Задание	Короткий ответ	Пояснение
$\vec{a}=(2;1), \vec{b}=(1;3)$	$(3;4)$	Складываем x и y
Противоположный к $(4;-2)$	$(-4;2)$	Меняем знак
$\vec{a} + \vec{0}$	$\vec{a}$	Нулевой не влияет

Типовые упражнения школьного курса

Векторы и их сложение: что важно помнить

Вектор в геометрии задаётся длиной и направлением.
Сложение выполняют по правилу треугольника,
параллелограмма или по координатам. Свойства сложения
делают вычисления удобными и предсказуемыми в задачах.