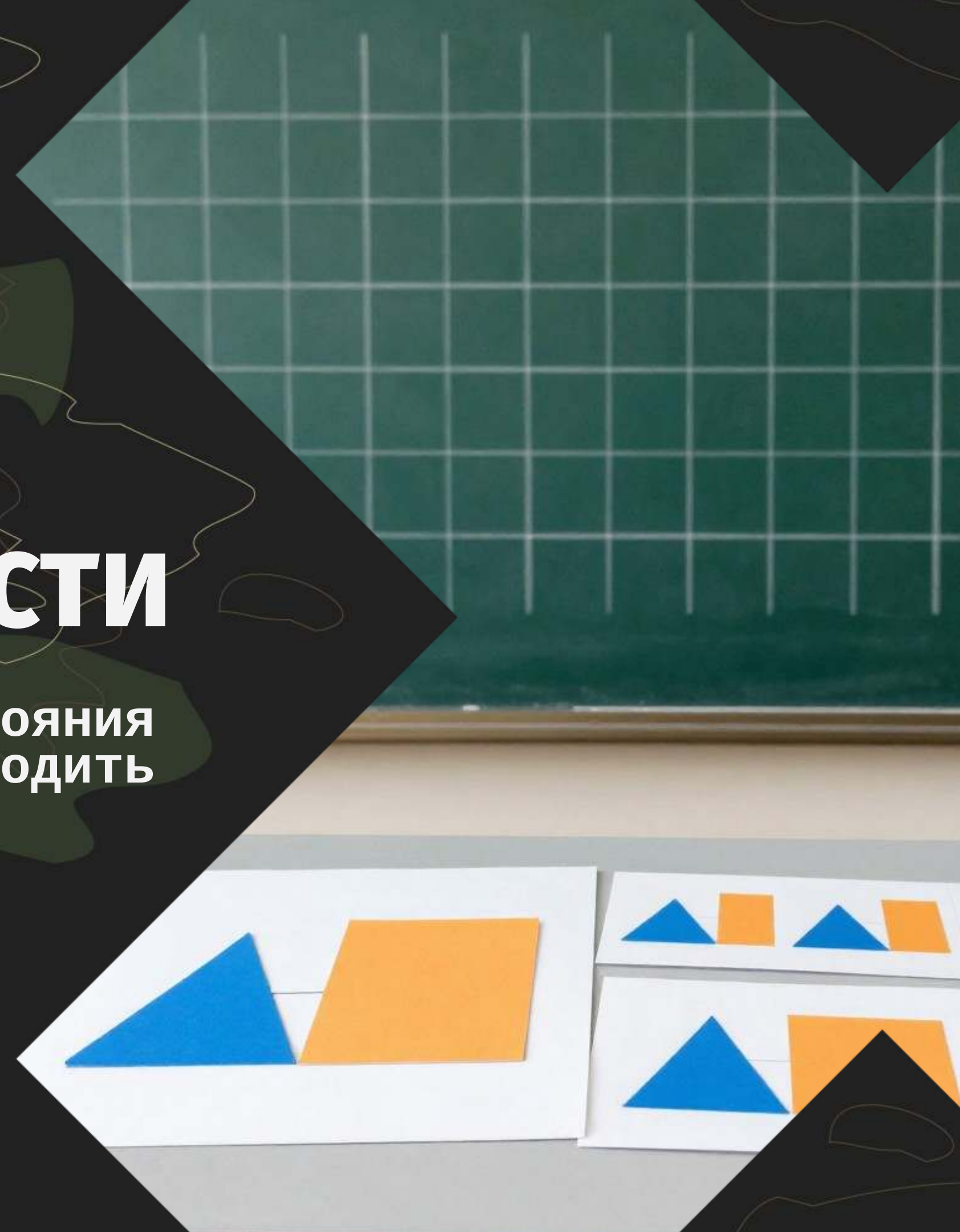
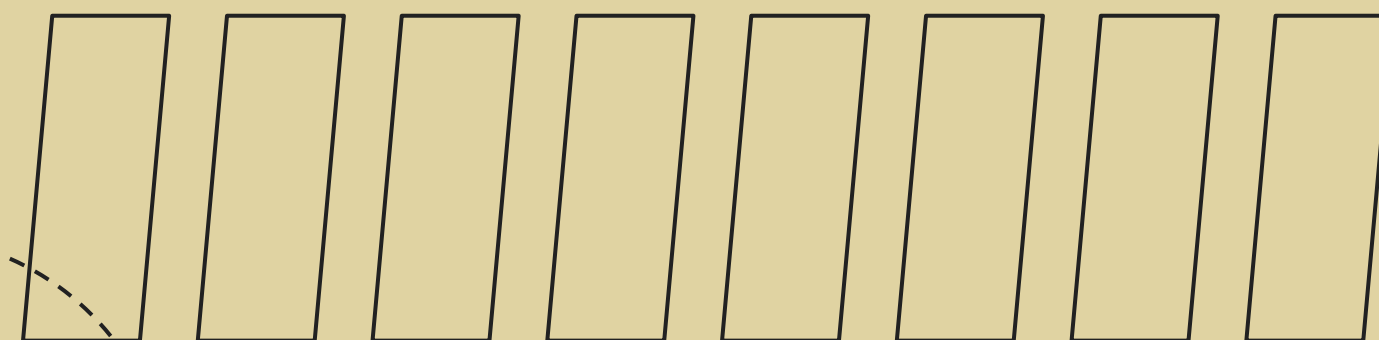


Классификация движений плоскости

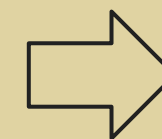
Движения плоскости сохраняют расстояния
и помогают сравнивать фигуры и находить
симметрию.



Почему тему проходят именно в 9 классе



В 9 классе движения плоскости связывают свойства фигур с преобразованиями на чертеже и координатной плоскости. Их используют при доказательстве равенства, в задачах на построение и при изучении симметрии.



Что называется движением плоскости

01

Движение плоскости — это отображение, при котором расстояние между любыми двумя точками сохраняется. Тогда отрезок переходит в отрезок той же длины.

02

После преобразования угол тоже не меняется по величине: он остаётся равным исходному углу. Это позволяет сравнивать фигуры без «растягивания» или «сжатия».

03

Примеры в жизни знакомы: сдвиг одинакового узора на поверхности, поворот стрелки часов и отражение предмета в зеркале.

Основные виды движений и их признаки

В таблице сравниваются четыре движения: число неподвижных элементов, сохранение ориентаций, наличие отражения и примеры.

Перенос и поворот не меняют ориентацию, а осевая и скользящая симметрии её меняют; это помогает отличать преобразования на чертеже.

Движение	Неподвижные элементы	Ориентация	Отражение в составе	Пример
Параллельный перенос	0	сохраняется	нет	орнамент на плитке
Поворот	1 (центр)	сохраняется	нет	вращение колеса
Осевая симметрия	бесконечно (ось)	меняется	да	зеркальное отражение
Скользящая симметрия	обычно 0	меняется	да	бордюр с повтором

Параллельный перенос — «сдвиг без поворота»



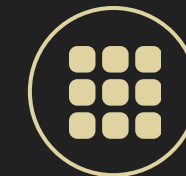
Сдвиг на один вектор

Каждая точка фигуры смещается на один и тот же вектор. Поэтому образы точек образуют фигуру, которая полностью повторяет исходную форму.



Отрезки сохраняют длину

Любой отрезок переходит в равный ему и параллельный отрезок. Расстояния между точками не меняются, значит, геометрические измерения остаются прежними.



Повторы на координатной сетке

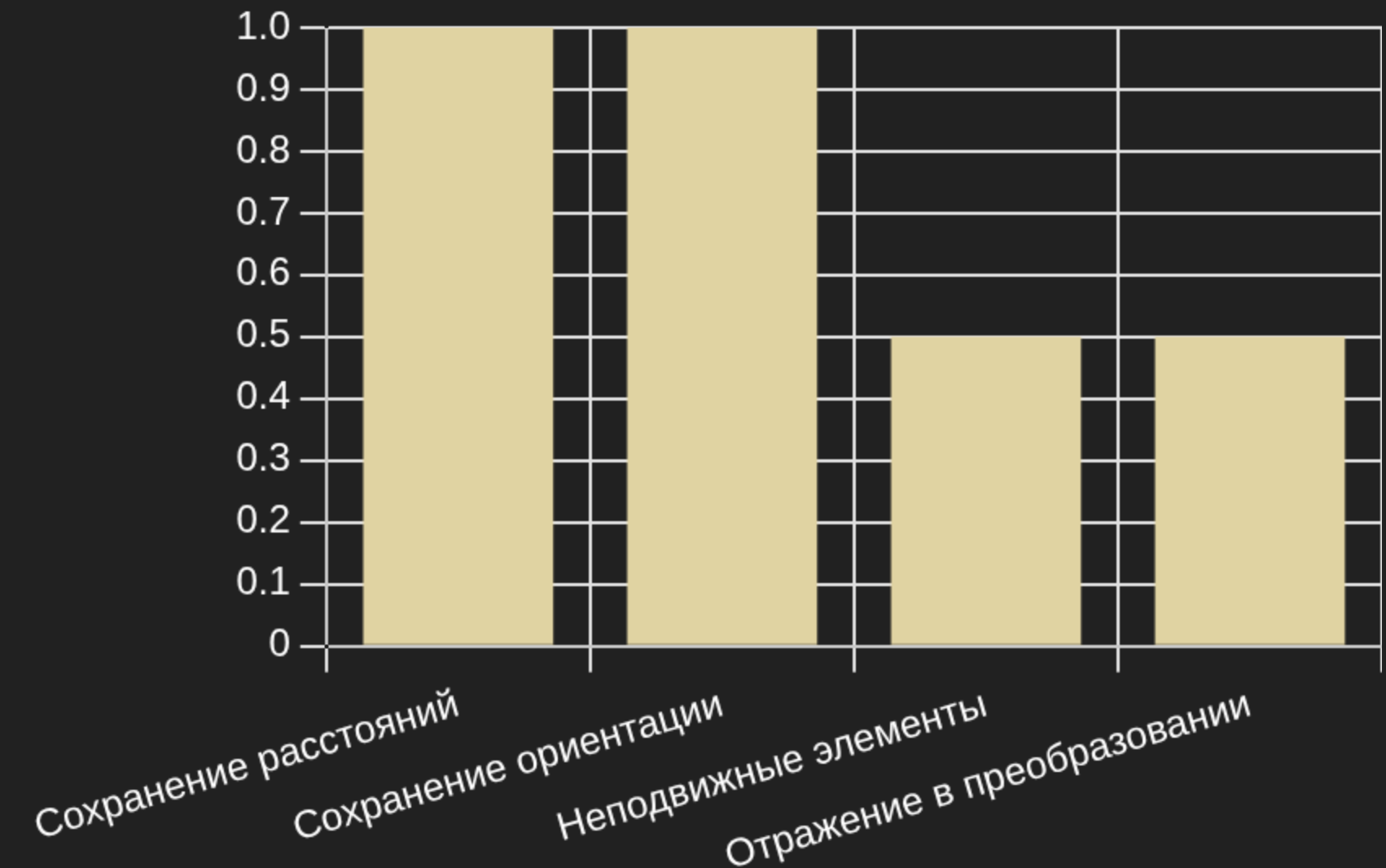
У переноса обычно нет неподвижных точек: фигура просто «переезжает». Его легко заметить в узорах на плитке и в сдвиге рисунка по клеткам.

Сравнение свойств четырёх движений

Хотя расстояния сохраняются у всех, отличия проявляются в том, остаются ли неизменными «направления» фигуры и есть ли неподвижные элементы.

По ориентации и неподвижным элементам перенос и поворот отделяются от осевой и скользящей симметрии.

Сравнение четырёх движений по признакам



Обобщение признаков движений плоскости (учебная классификация).

Поворот вокруг точки: как это выглядит



Стрелка часов и точный «оборот»

Представьте циферблат: стрелка вращается вокруг одной точки — центра. При повороте на заданный угол каждая точка проходит по дуге окружности, а расстояние до центра остаётся одинаковым.



Колесо и узоры вокруг центра

Колесо движется так, как будто точки обода вращаются вокруг оси. Похожие идеи помогают строить симметричные узоры, где повторяются элементы после поворота вокруг центральной точки.

Осевая симметрия

01

При осевой симметрии точка и её образ лежат по разные стороны от оси и на одинаковом расстоянии от неё. Ось при этом остаётся неподвижной.

02

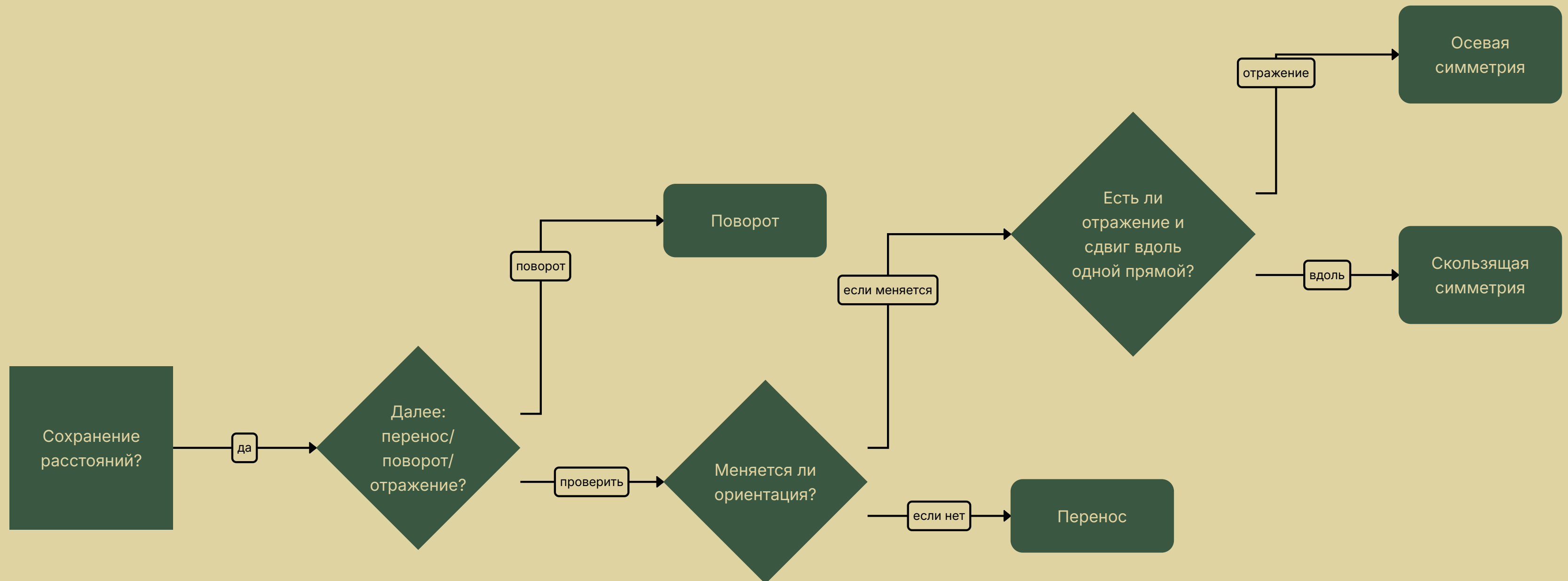
Ось симметрии играет роль серединного перпендикуляра: отрезок, соединяющий точку и её образ, пересекает ось под прямым углом в середине.

03

Такое преобразование меняет ориентацию фигуры: направление «переворачивается», как в зеркале. Поэтому отражённые буквы и изображения выглядят «развернутыми».

Как различать виды движений плоскости

✗ Алгоритм опирается на последовательные проверки: расстояния, тип преобразования, ориентация и наличие отражения со сдвигом.



Скользящая симметрия

01

Скользящая симметрия складывается из двух шагов: сначала выполняется отражение относительно прямой, затем вдоль этой же прямой делается параллельный перенос.

02

Обычно у скользящей симметрии нет неподвижных точек: фигура после преобразования смещается, хотя «узор» сохраняет повторяемость и ритм.

03

Такое движение часто встречается в бордюрах и декоративных повторяющихся композициях: элементы как бы «скользят» относительно оси узора.

04

Скользящую симметрию можно заметить и в некоторых следах на песке, когда отпечатки повторяются, но при этом одновременно есть отражение и сдвиг.

Неподвижные элементы у движений

✕ Неподвижные элементы — это точки или геометрические объекты, которые остаются на месте при преобразовании. Их наличие и количество помогают быстро отличать виды движений плоскости.

✕ Чем меньше неподвижных элементов, тем проще отличить движение по его «опоре»: у переноса опоры нет, у поворота есть один центр, у осевой симметрии фиксируется целая прямая.

Вид движения	Число неподвижных	Что неподвижно
Параллельный перенос	0	нет точек/элементов
Поворот	1	центр поворота
Осевая симметрия	∞	все точки оси
Скользкая симметрия	обычно 0	не имеет неподвижных точек

Школьный курс геометрии (свойства движений плоскости).

Композиций движений



Когда одно движение «встраивается» в другое

Два движения можно выполнять последовательно: сначала построить образ фигуры первым преобразованием, а затем — применить к полученному рисунку второе. Такая последовательность снова даёт движение плоскости и сохраняет расстояния между точками.

Что получается после последовательности преобразований

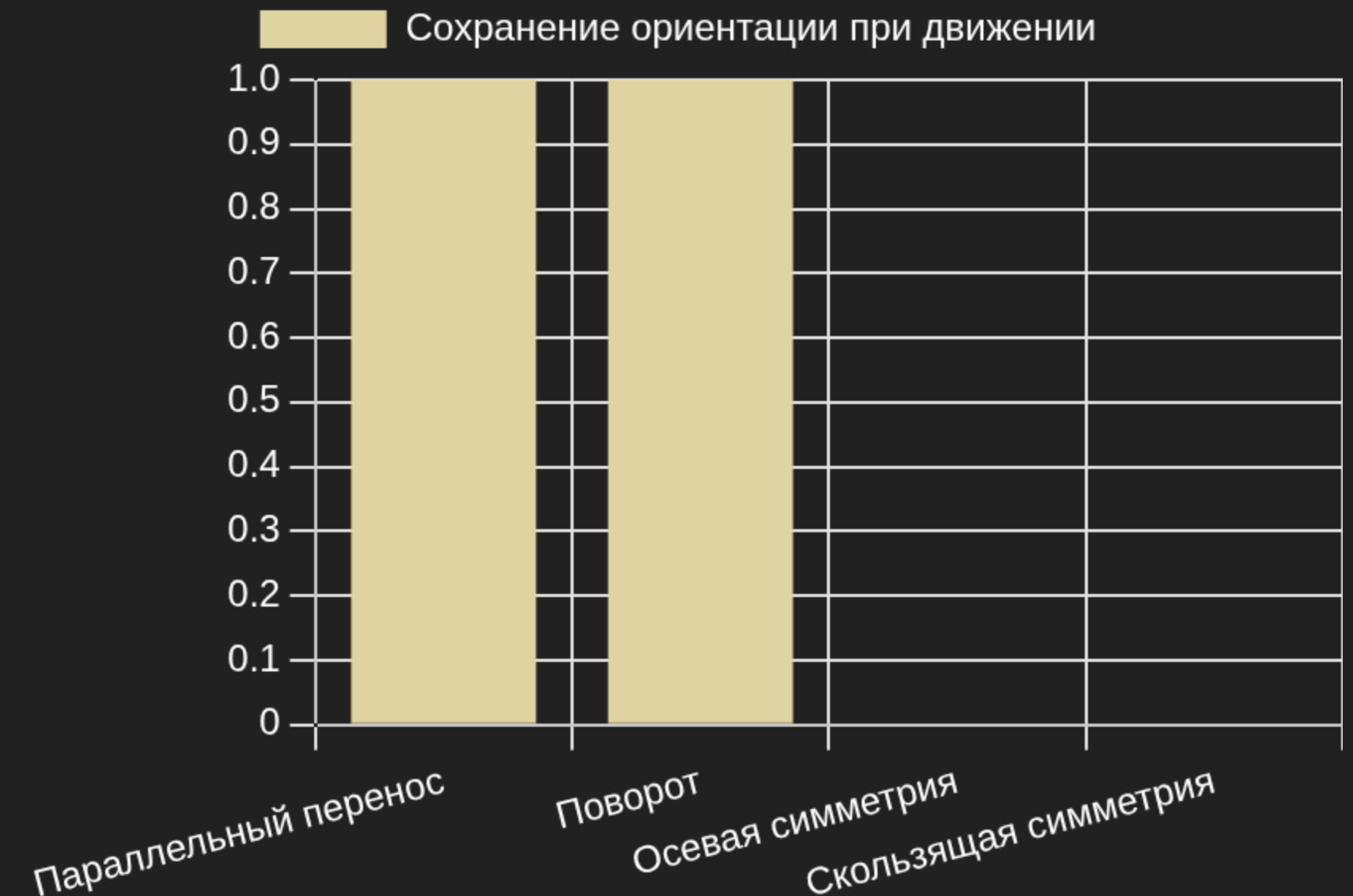
Например, два параллельных переноса можно заменить одним переносом: направления сохраняются, а величины складываются. Два поворота вокруг одной точки дают поворот с новым углом, который получается суммированием поворотов.



Какие свойства сохраняются при движениях

При любом движении плоскости сохраняются длины отрезков, величины углов и площадь фигуры. Отличие в том, меняется ли «направление» фигуры (ориентация).

По ориентации легко разделить движения на два класса: перенос и поворот сохраняют ориентацию, а осевая и скользящая симметрии её меняют. Остальные метрические свойства одинаково сохраняются.



Сводные свойства движений плоскости из школьного курса геометрии; диаграмма построена по признаку ориентации.

**Такой поворот отражает фигуру
«через центр» и переводит
каждую точку в точку,
противоположную относительно
центра.**

Центральная симметрия — это поворот на 180° вокруг точки. Поэтому у всех фигур при этом сохраняется расстояние до центра, а каждая точка занимает положение на противоположной стороне.

180°

Как можно классифицировать движения

01

Сначала смотрят на ориентацию фигуры: перенос и поворот обычно оставляют «направленность» без изменения, а осевая и скользящая симметрии делают вид зеркальным. Это заметно по расположению стрелок и обходу контура.

02

Далее полезно проверить число неподвижных элементов: у переноса неподвижных точек нет, у поворота есть один центр, у осевой симметрии неподвижной становится вся прямая-ось. Скользящая симметрия чаще не имеет неподвижных точек.

04

Итоговую классификацию удобно делать по сочетанию признаков на чертеже: сначала сохраняются ли расстояния, затем проверяют ориентацию и неподвижные элементы. Такой порядок снижает вероятность ошибки при чтении рисунка.

03

Затем уточняют, есть ли в преобразовании отражение: осевая симметрия – прямое отражение относительно прямой. Скользящая симметрия содержит отражение, но затем выполняется перенос вдоль той же прямой.

Примеры движений в окружающем мире

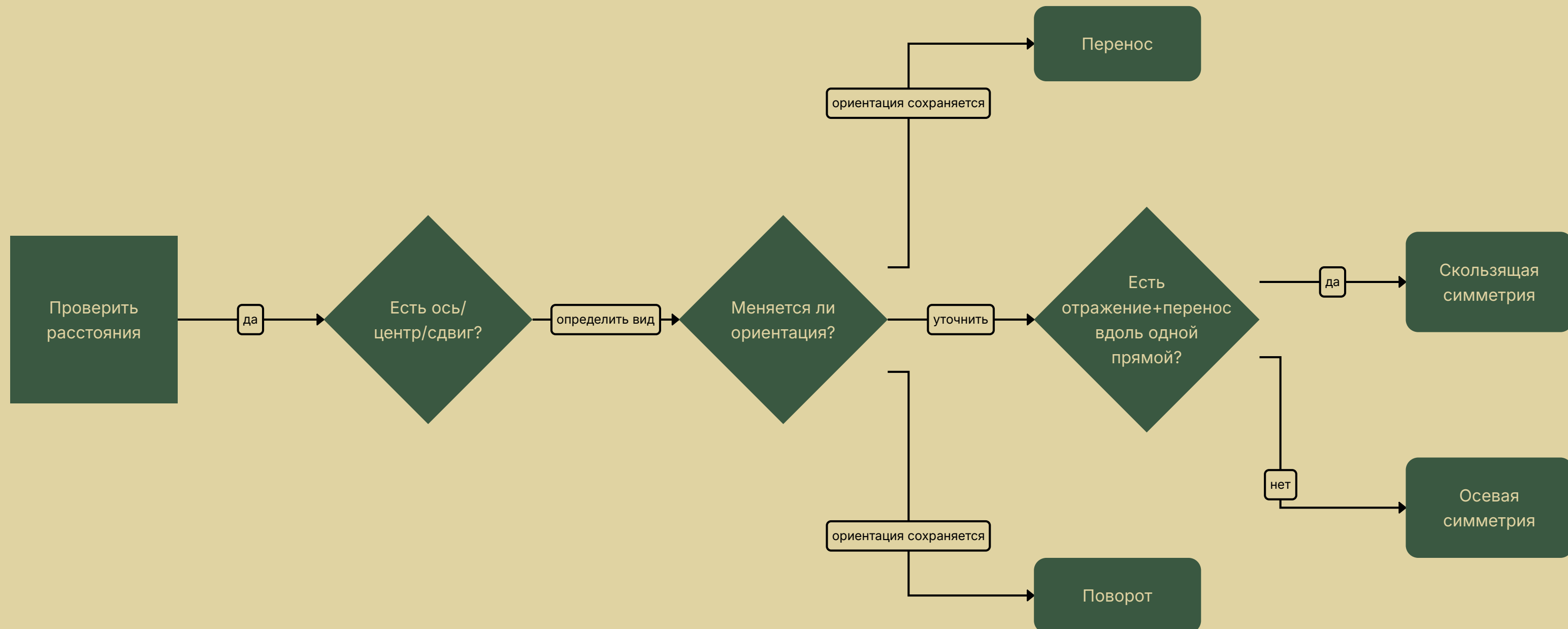
В движениях плоскости часто узнают закономерности рисунков: где-то повторяется фрагмент, где-то появляется отражение или вращение вокруг центра.

Практически в любом орнаменте или узоре можно найти движение: повторяемость элемента связывают с переносом, отражение — с осевой симметрией, а вращение — с поворотом.

Пример	Признак (движение) и повторяющийся элемент	
Плитка	Параллельный перенос; повторяется одинаковый узор	клетка/узор
Снежинка	Осевая или поворотная симметрия; сохраняется «равенство» лучей	луч/фигура
Шахматная доска	Поворот или перенос (зависит от фрагмента); повторяются клетки	квадрат
Бордюр	Скользкая симметрия; отражение + перенос вдоль линии	орнаментальная полоска
Пропеллер	Поворот вокруг центра; повторяется лопасть	лопасть
Буква А	Осевая симметрия (для подходящего начертания); отражаются половины формы	перекладина/часть буквы

Алгоритм определения движения по рисунку

✗ Проверки, по которым выбирают один из четырёх видов движений плоскости.



Типичные ошибки при классификации

01

Часто путают поворот на 180° с осевой симметрией. Но неподвижные элементы различаются: у поворота есть одна неподвижная точка (центр), а у осевой симметрии неподвижной остаётся целая прямая — ось.

02

Ещё одна ошибка — считать обычный перенос скользящей симметрией. Скользящая симметрия включает отражение относительно прямой, а потом перенос вдоль этой же прямой; без отражения это не скользящая симметрия.

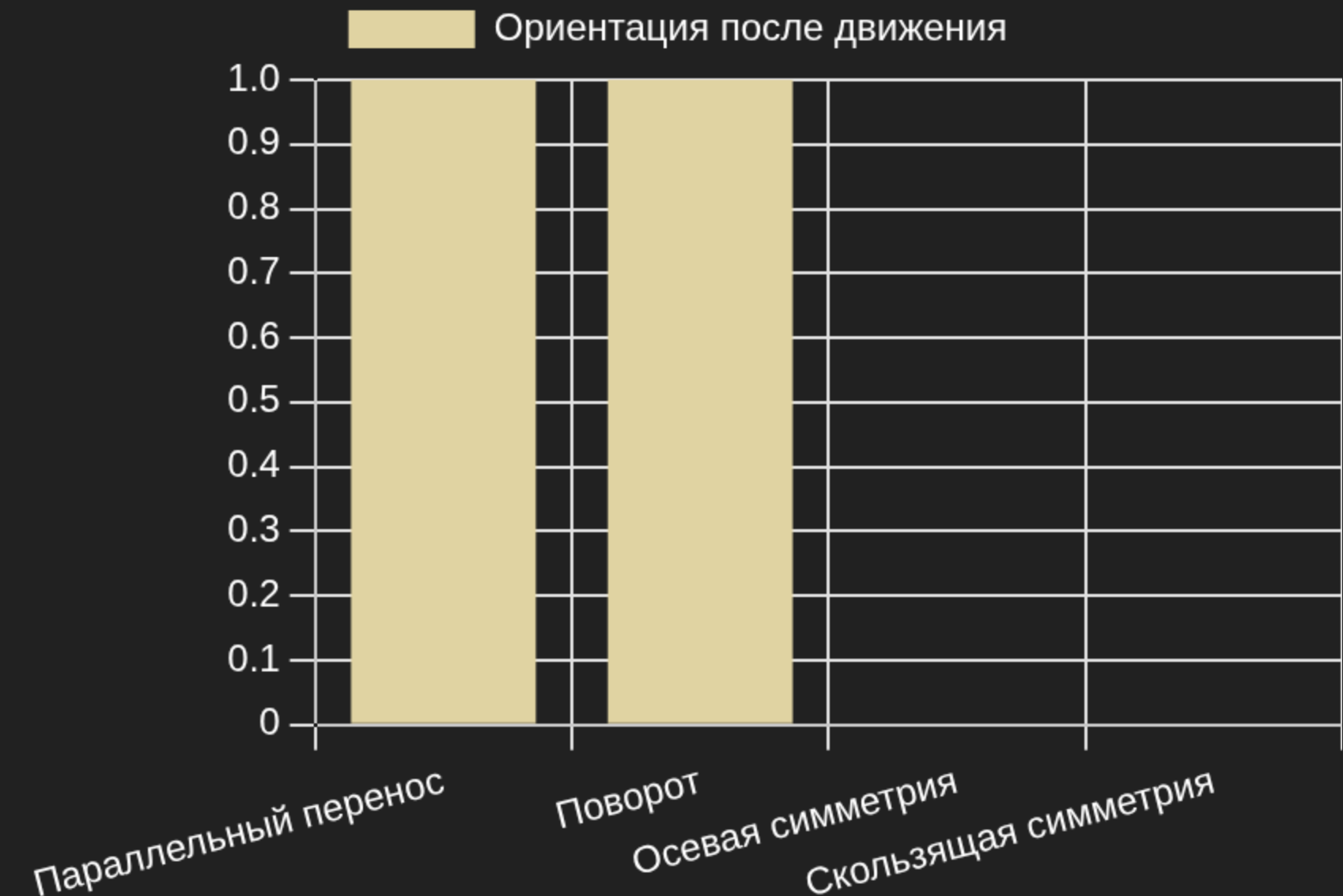
03

Путаница между осью и центром симметрии обычно решается простым вопросом: что остаётся на месте. Если неподвижна прямая — это осевая симметрия, если неподвижна только одна точка — центральный поворот (в частном случае 180°).

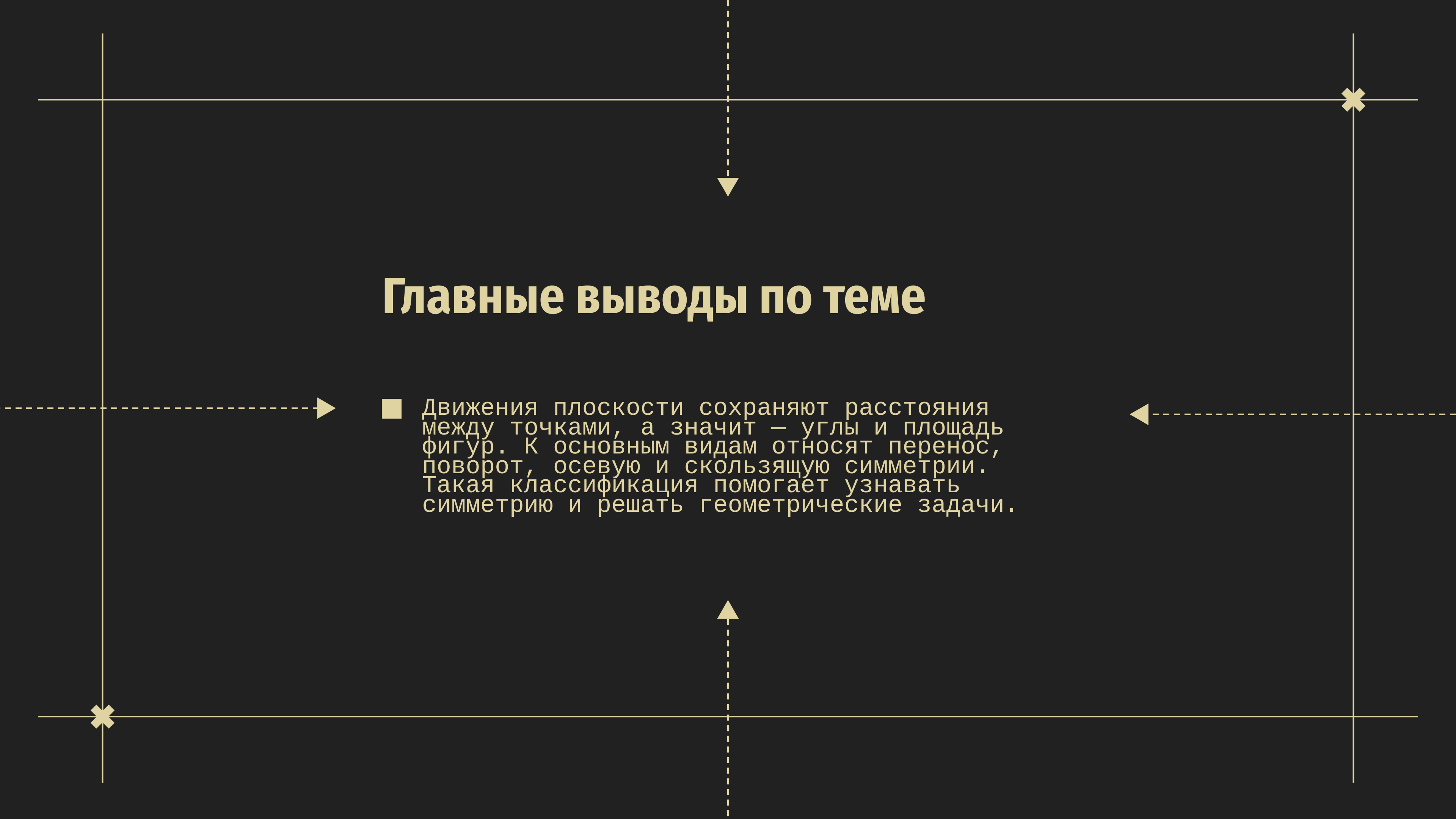
Итоговая схема классификации движений плоскости

Отдельно выделяют центральную симметрию: она является поворотом на 180° вокруг центра. Для неё расстояния и углы также сохраняются.

Схема опирается на главный факт: любое движение сохраняет расстояния между точками. Дальнейшее разбиение удобнее делать по ориентации и наличию неподвижных элементов.



Обобщение признаков движений плоскости из школьной программы; диаграмма отражает признак «сохранение ориентации».



Главные выводы по теме

- Движения плоскости сохраняют расстояния между точками, а значит — углы и площадь фигур. К основным видам относят перенос, поворот, осевую и скользящую симметрии. Такая классификация помогает узнавать симметрию и решать геометрические задачи.