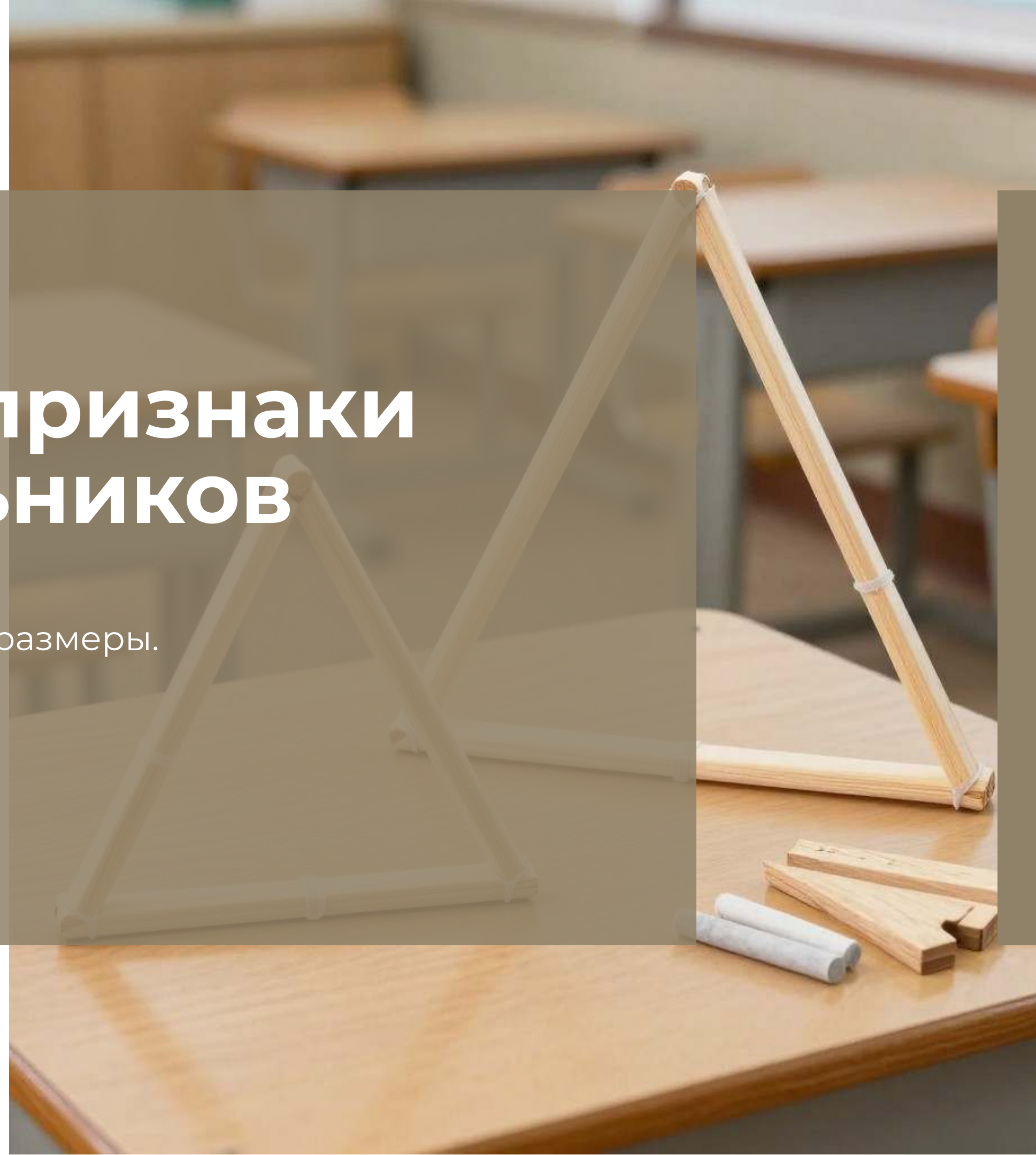


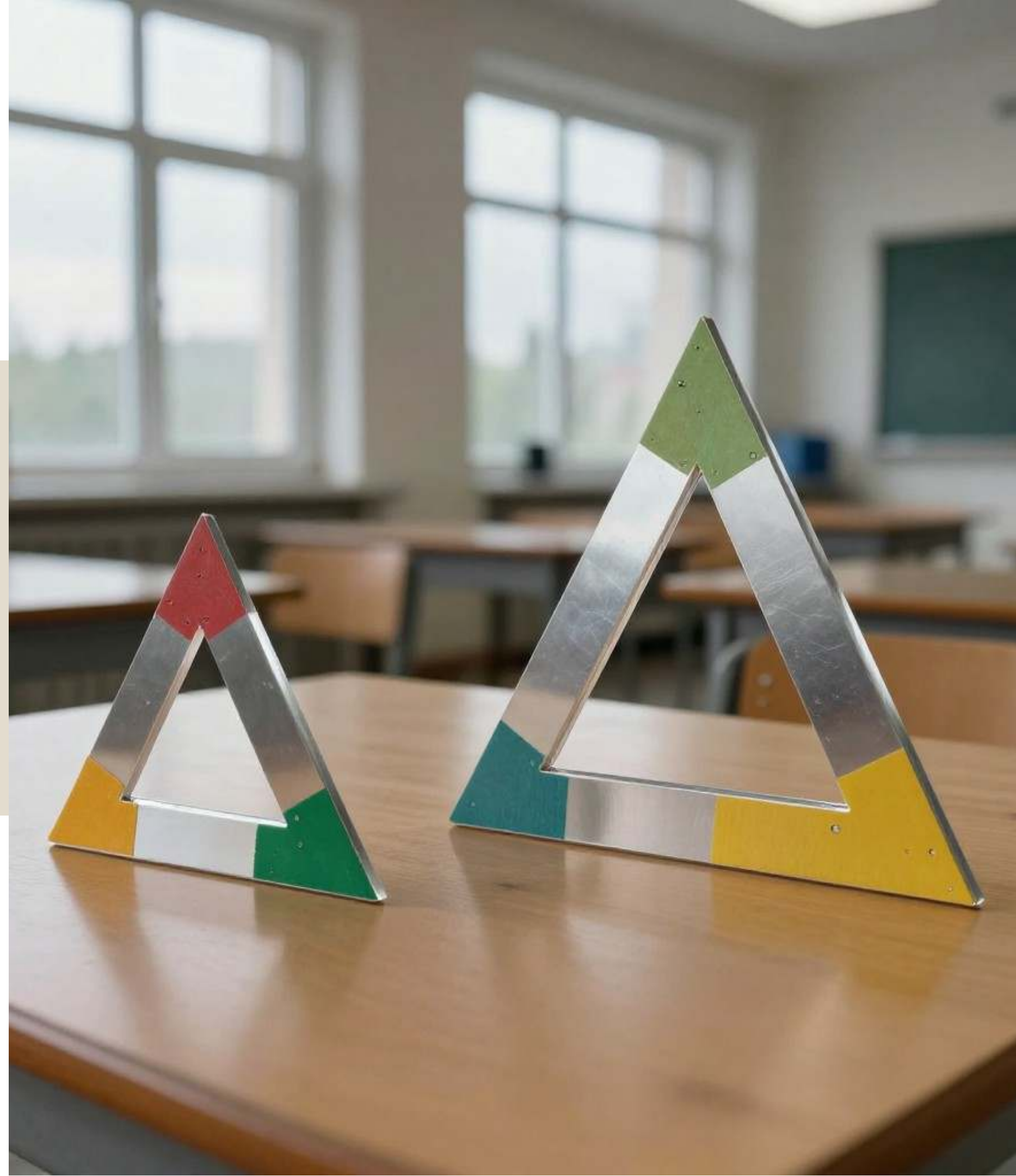
Второй и третий признаки подобия треугольников

Подобие треугольников: одна форма, разные размеры.



Подобие треугольников: зачем изучать сейчас

Эта тема соединяет углы, стороны и пропорции. Она помогает читать чертежи, понимать масштаб и находить недоступные длины без прямого измерения.



Что такое подобные треугольники

01

Одинаковая форма

Подобные треугольники имеют одинаковую форму, хотя могут быть разного размера. Их соответствующие углы равны, а соответствующие стороны изменяются в одном и том же отношении.

02

Порядок вершин

Если треугольники обозначены как $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, важно сохранять одинаковый порядок вершин. Тогда сразу понятно, какие углы и стороны сравниваются между собой.

03

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Например, при коэффициенте 2 каждая сторона второго треугольника вдвое длиннее соответствующей стороны первого.

04

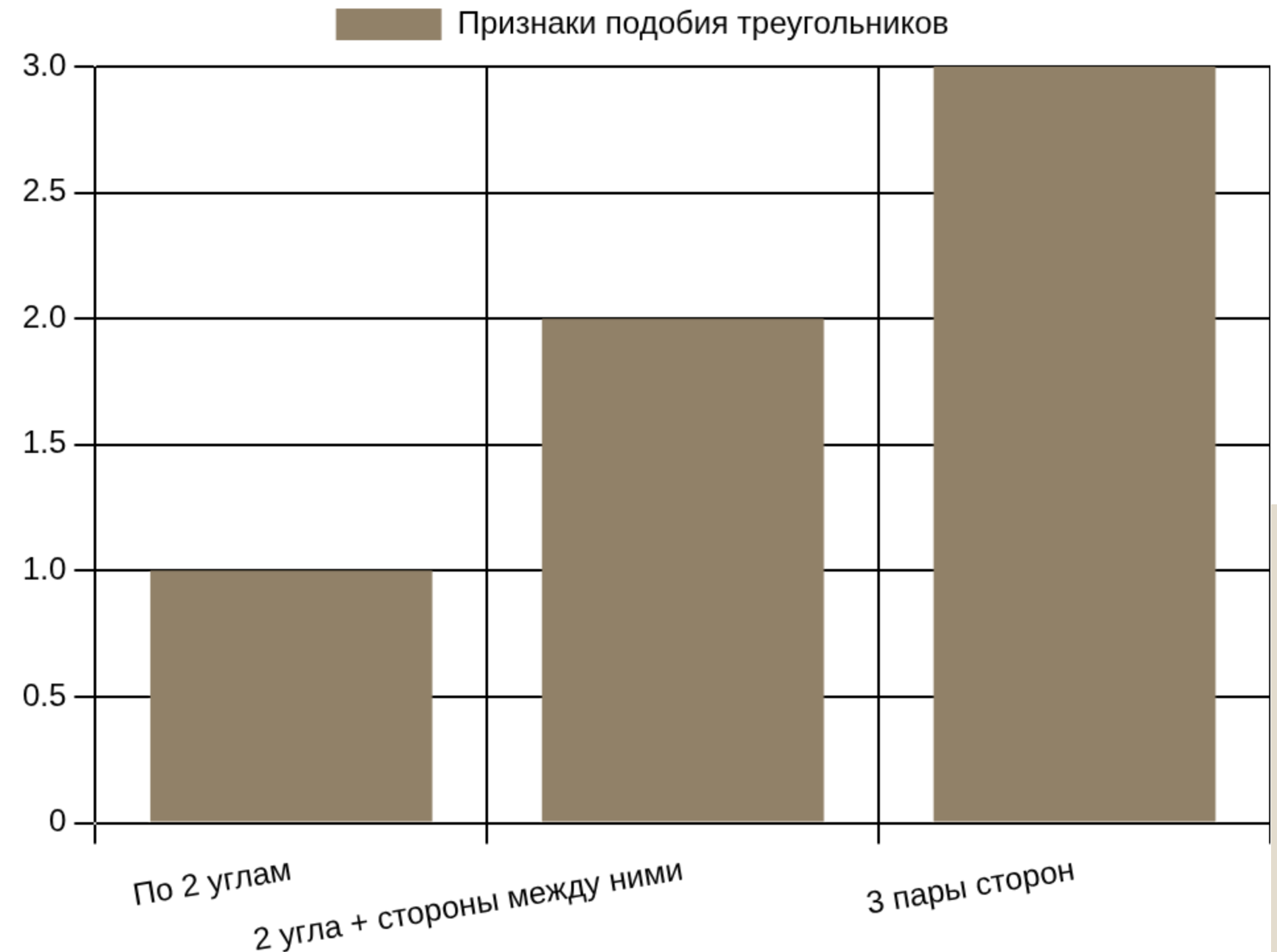
Зачем это нужно

Понимание подобия помогает переходить от рисунка к вычислению. С его помощью находят неизвестные отрезки, проверяют правильность построений и решают задачи на отношения сторон.

Основные признаки подобия треугольников

На диаграмме видно, какие элементы проверяются в каждом признаке: углы, стороны или их сочетание.

Второй и третий признаки требуют точной проверки отношений, поэтому особенно удобны в вычислительных задачах.



Учебный курс геометрии 7 класса; обобщение признаков подобия треугольников

Второй признак подобия

1

Два равных угла

Если в двух треугольниках равны две пары углов, то форма фигур уже во многом определена. Для второго признака этого недостаточно без дополнительной проверки сторон.

2

Нужные стороны

Сравнивают только стороны, заключённые между равными углами. Именно они должны быть пропорциональны, иначе условие признака не выполнено, даже если другие стороны выглядят похожими.

3

Вывод о подобии

Когда два угла равны, а соответствующие промежуточные стороны пропорциональны, треугольники подобны. После этого автоматически равна и третья пара углов.

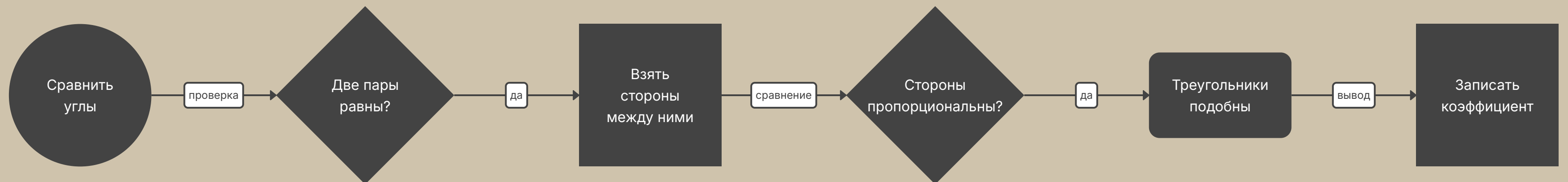
4

Что даёт признак

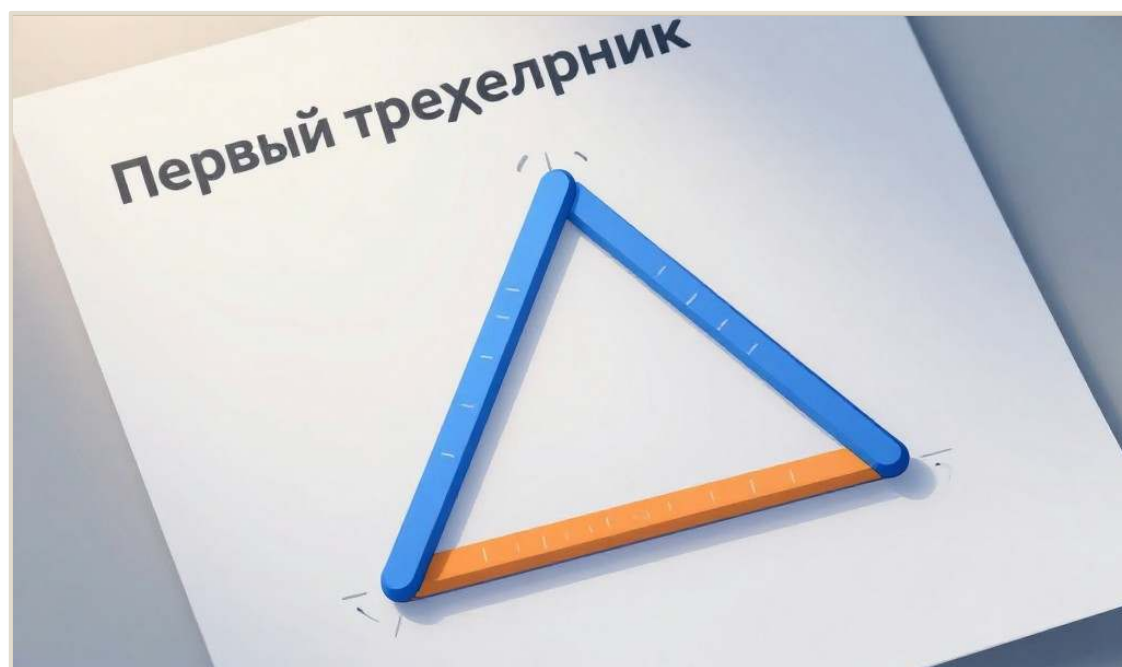
Этот признак особенно удобен в задачах, где легко заметить углы, но не все стороны известны. Он позволяет доказать подобие и затем найти неизвестные длины.

Как доказать подобие по второму признаку

Последовательность шагов для проверки равенства углов и пропорциональности сторон



Пример второго признака на чертеже



Первый треугольник

На чертеже у первого треугольника отмечены два угла, например 40° и 65° . Между ними лежат стороны длиной 6 см и 9 см, поэтому внимание сразу обращают именно на этот участок фигуры.



Второй треугольник

Во втором треугольнике такие же углы отмечены в тех же вершинах, а промежуточные стороны равны 8 см и 12 см. Подписи на рисунке помогают не перепутать соответствующие вершины и отрезки.



Проверка отношения

Сравнение даёт одинаковое отношение $6:9$ и $8:12$, то есть $2:3$. Значит, выполнены оба условия второго признака, и треугольники можно считать подобными без дополнительных измерений.

Проверка второго признака на числовых примерах

В таблице показано, как одинаковые отношения сторон подтверждают подобие, а неверная пропорция не даёт такого вывода.

Совпадение отношений подтверждает подобие, а одна неподходящая пара сторон разрушает проверку даже при равных углах.

Углы	Стороны	Отношение	Вывод
равны	3 и 5 / 6 и 10	1:2	подобны
равны	4 и 7 / 8 и 14	1:2	подобны
равны	3 и 5 / 3 и 8	не равно	нет вывода

Типичные ошибки при применении второго признака

○ Неверные стороны

Часто сравнивают любые стороны, забывая, что по второму признаку нужно брать именно те отрезки, которые лежат между равными углами. Из-за этого доказательство становится неправильным.

○ Путаница в порядке

Если записать отношения в разном порядке, например $3:5$ и $10:6$, можно получить ложный вывод. Порядок чисел должен совпадать с порядком соответствующих сторон.

○ Ошибочное соответствие вершин

При неверной разметке вершин равные элементы сопоставляются неправильно. Тогда даже красивые числа не помогают, потому что сравниваются не те стороны и не те углы.

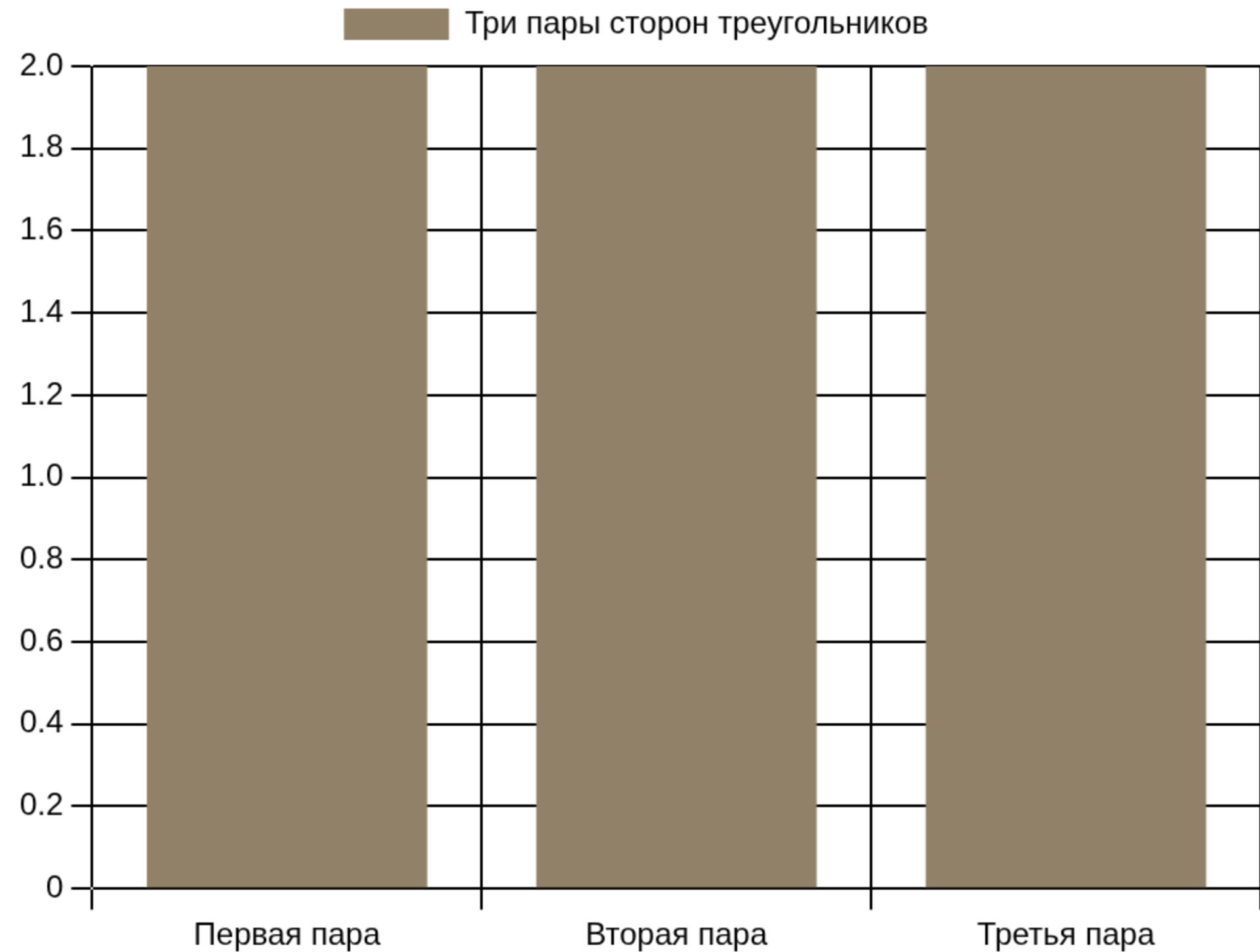
○ Преждевременный вывод

Нельзя утверждать подобие, пока не проверены все условия признака. В 7 классе особенно важно сначала установить соответствие, а уже потом делать вывод.

Третий признак подобия

Если известны все стороны, этот признак позволяет проверить подобие без измерения углов и сразу найти коэффициент.

Равенство трёх отношений означает одинаковую форму треугольников и один общий масштаб.



Учебный курс геометрии 7 класса; обобщение третьего признака подобия треугольников

Смысл третьего признака

01

Пропорция трёх сторон

Если все три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, это означает одинаковую форму фигур при разном размере. Именно поэтому признак работает без сравнения углов.

02

Точное соответствие сторон

Сначала нужно правильно сопоставить стороны: самую длинную с самой длинной, среднюю со средней, самую короткую с самой короткой. Ошибка в порядке сразу делает вывод неверным.

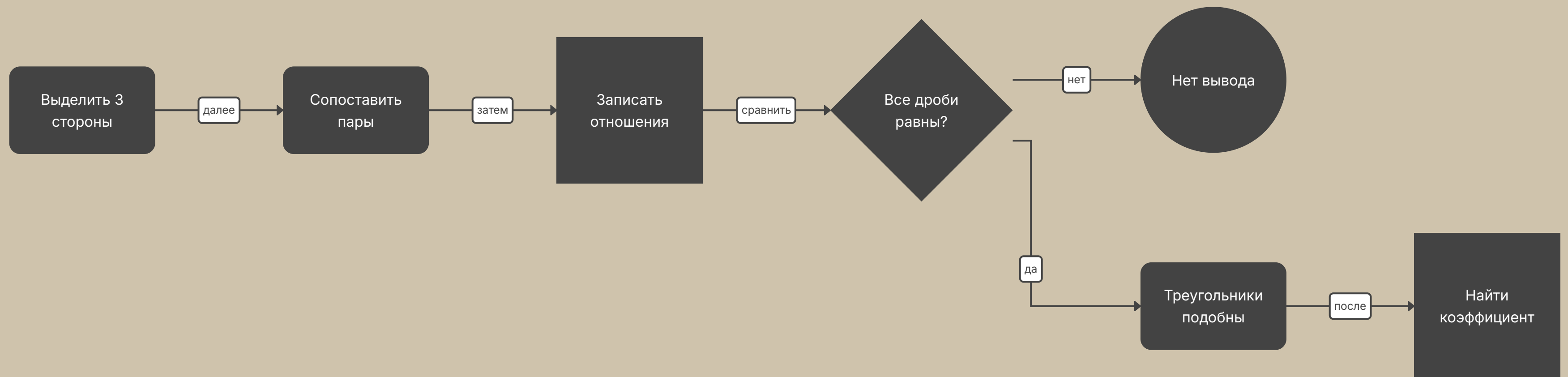
03

Где признак особенно полезен

Третий признак удобен в задачах, где известны только длины: в чертежах, моделях и измерениях по готовым построениям. Он помогает доказать подобие и найти коэффициент.

Проверка третьего признака по шагам

Последовательность проверки по трем парам соответствующих сторон



Пример третьего признака на реальных числах

1

Пары сторон

У первого треугольника стороны равны 6 см, 8 см и 10 см, а у второго — 12 см, 16 см и 20 см. Каждая соответствующая сторона во втором треугольнике вдвое больше.

2

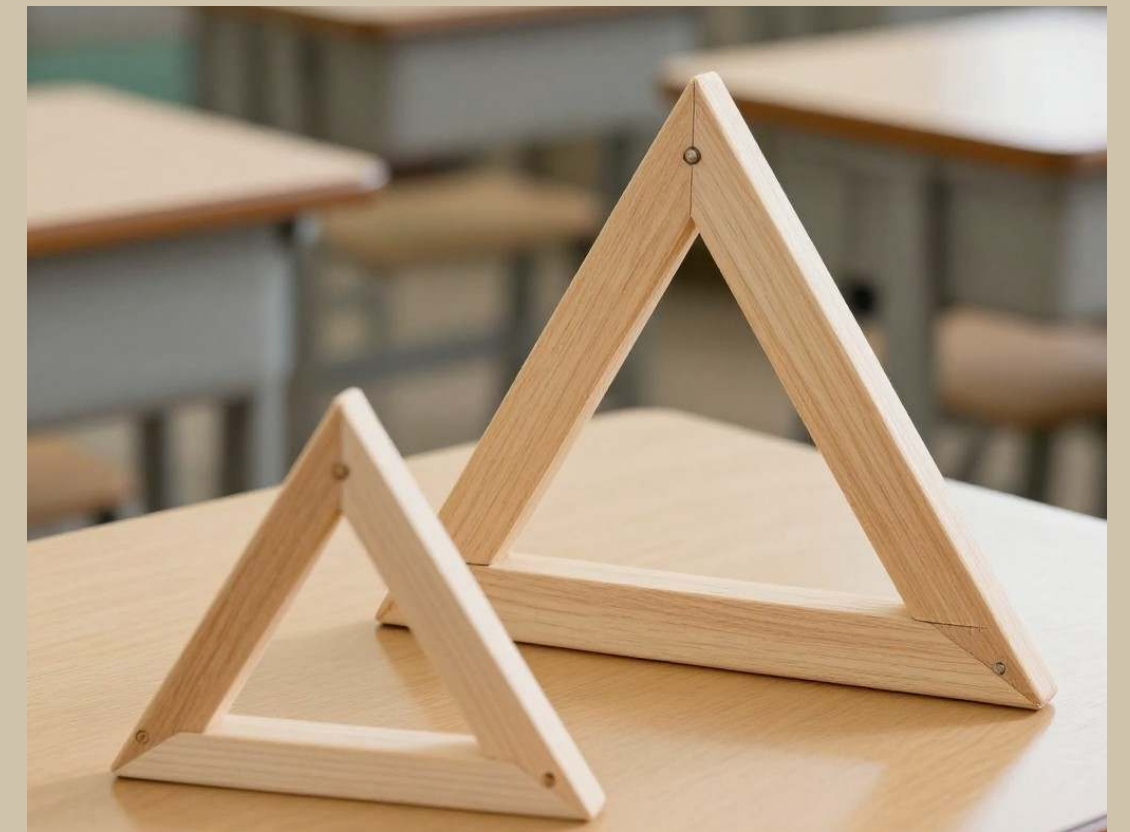
Проверка отношения

Сравниваем пары: 12:6, 16:8 и 20:10. Все отношения равны 2, значит, стороны пропорциональны. Это и есть условие третьего признака подобия.

3

Вывод и смысл

Коэффициент подобия равен 2, поэтому второй треугольник является увеличенной копией первого. Такой пример удобно связывать с масштабом чертежа и уменьшенными моделями.



Сравнение второго и третьего признаков

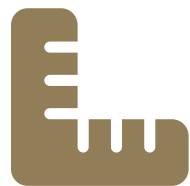
Таблица показывает, чем отличаются условия проверки и какие элементы нужно сравнивать в каждом признаке.

Признак	Что сравнивают	Когда удобно
Второй	2 угла и стороны	Когда углы известны
Третий	3 пары сторон	Когда известны длины

Оба признака приводят к одному выводу о подобии, но выбираются по разным данным: второй — по углам, третий — по сторонам.

Обобщение признаков подобия треугольников из школьного курса геометрии

Как находят неизвестные стороны в подобных треугольниках



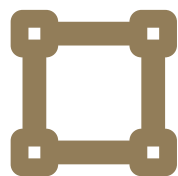
Составляют пропорцию

После установления подобия записывают отношение соответствующих сторон. Из такой пропорции легко выразить неизвестный отрезок и получить точное значение без прямого измерения.



Проверяют масштаб

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Если он больше единицы, треугольник увеличен; если меньше — уменьшен.



Сверяют данные

Чтобы не ошибиться, заранее отмечают соответствующие вершины и стороны. Это особенно важно, когда в задаче дано несколько длин и нужно выбрать правильную пару.



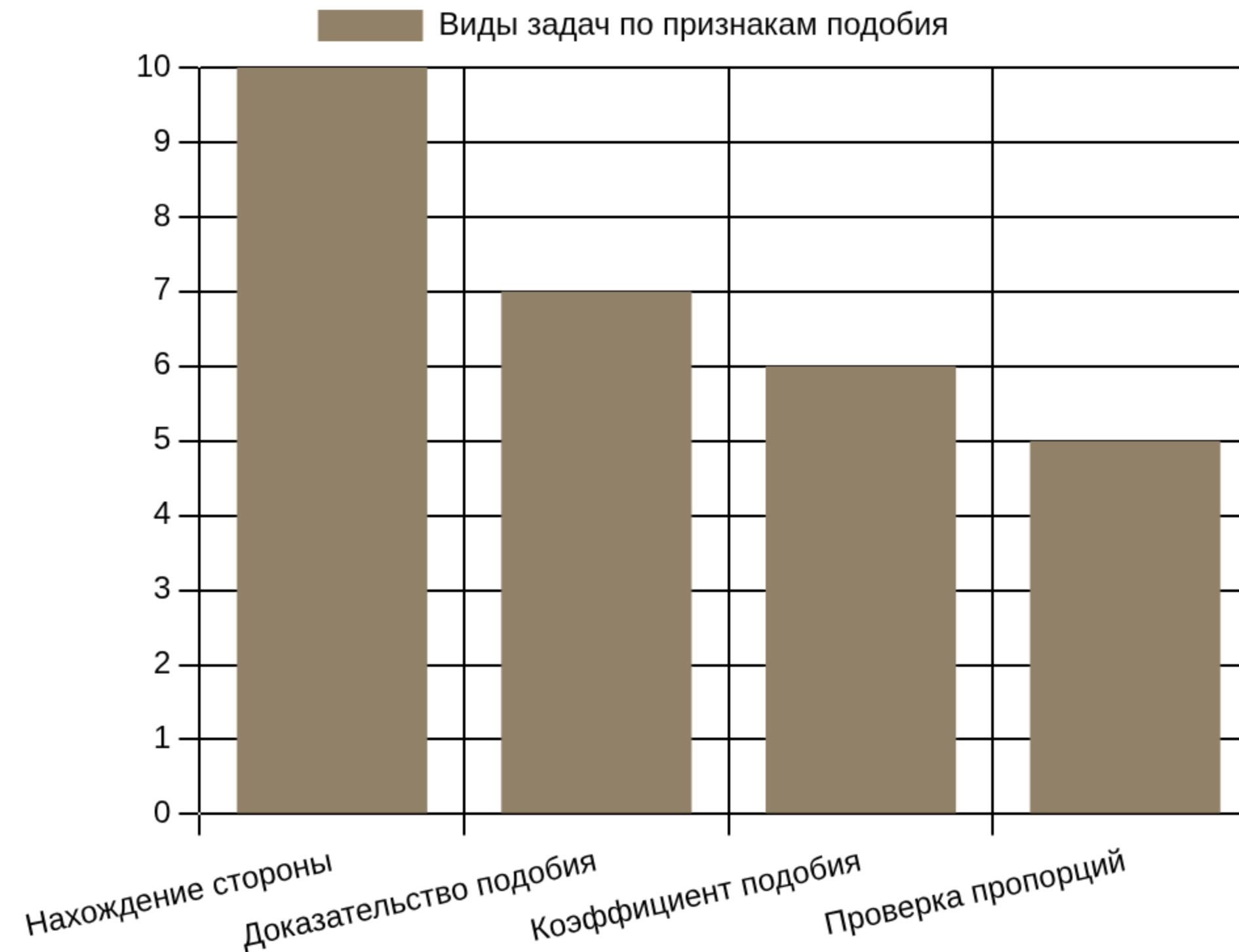
Находят неизвестное

В задачах 7 класса чаще всего известно две или три стороны, а одна длина требуется. Тогда неизвестный отрезок находят по отношению известных сторон.

Какие задачи решают по признакам подобия

На уроках чаще всего используют подобие как способ вычисления длины по известным данным чертежа, схемы или модели.

Самая распространённая работа — вычисление неизвестной стороны; доказательство и проверка признака требуют более внимательной записи.



Условная учебная шкала частоты типов задач по теме

Где встречается подобие треугольников

○ Карты и планы

На картах и планах реальные расстояния уменьшают в одном и том же отношении. Поэтому по известному масштабу можно вычислять длины на местности и на чертеже.

○ Измерение по тени

Если известна высота предмета и длина его тени, подобие треугольников помогает найти высоту недоступного объекта, например столба, дерева или здания.

○ Строительные чертежи

В архитектуре и строительстве чертежи сохраняют форму объекта, но показывают его в другом размере. Благодаря этому можно точно переносить размеры в практическую работу.

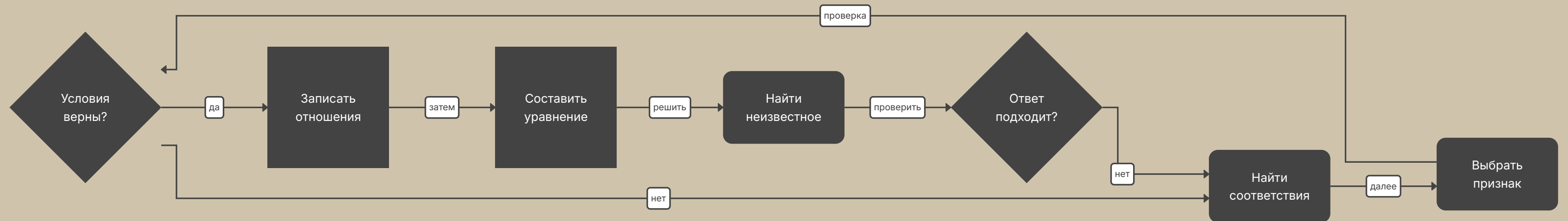
○ Модели и макеты

У моделей автомобилей, зданий и механизмов пропорции сохраняются, хотя размеры меньше. По ним удобно изучать форму и проверять соотношение деталей без работы с оригиналом.



Алгоритм решения задач на подобие

Пошаговый способ для задач на второй и третий признаки подобия



3

основные ошибки чаще всего мешают увидеть верное подобие.

Проверяйте порядок вершин, запись отношений и сами условия признака: именно эти три шага чаще всего предотвращают неверный вывод.

Анализ типичных ошибок по теме подобия треугольников

Главные выводы по теме

Второй и третий признаки подобия помогают узнавать одинаковую форму треугольников по углам или сторонам. Они делают геометрию удобной для вычислений, доказательств и практических задач.